

Three dimensional laser cooling with dispersion control at S-LSR

Hikaru Souda*, Mikio Tanabe, Masahiro Ikegami, Akira Noda,
Advanced Research Center for Beam Science, Institute for Chemical Research, Kyoto University
Gokasho, Uji-city, Kyoto, 611-0011

Abstract

A new approach to beam crystallization using dispersion control is suggested. Bending magnets of S-LSR, equipped with electrostatic deflector, can control its dispersion function. If positive and negative dispersions are set alternately, the effect of shear force can be reduced. In this method, the storage ring will have a finite dispersion at the RF cavity. Consequently, reduction of shear force and dispersive transverse laser cooling will be compatible.

S-LSR での運動量分散制御を用いた 3 次元レーザー冷却

1. INTRODUCTION

京都大学化学研究所では、電子ビーム冷却装置とレーザー冷却装置を備えた重イオン蓄積リング S-LSR^[1]を建設中である。S-LSR は結晶化ビームの生成を一つの目標としているが、その実現には加速空洞での運動量分散を利用した 3 次元レーザー冷却が必要である。同時に、偏向部での軌道長さの差による Shear Force を抑制し、結晶構造を維持することも必要である。

Shear Force の抑制については、S-LSR の偏向部にはビームと垂直な方向の電場を発生させる電極が導入されており、これを用いることで外側の粒子にポテンシャルエネルギーを与え、運動量分散を消去することができる。しかし、3 次元レーザー冷却を行うには加速空洞の領域において有限値の運動量分散が必要であり、完全に分散を消去してしまうとこの条件が満たされない。したがって、運動量分散を残しながら Shear Force を軽減する手法が必要となる。

そのための方法として、電磁場を重ねた Wien Filter によって速度勾配を与え、Tapered Cooling^[2]を実現する方法を研究していたが、すでに製作されている運動量分散制御電極を用いて、正負の運動量分散を交互に配置することで、Tapered Cooling と同様の効果を得る手法を考案した。本発表では、その考え方、および周期的な運動量分散制御を S-LSR の Lattice に適用したシミュレーションの結果を示す。

2. 電磁場による運動量分散制御

通常の蓄積リングにおいて、中心運動量から離れた運動量を持つ粒子は水平方向に異なる中心軌道をとる。これが運動量分散の定義であり、リングの各点において水平方向の分散関数 $D_x(s)$ として定量化される。偏向磁石の領域では分散関数は正值、すなわち運動量の高い粒子ほど回転半径が大きい、とい

うことになる。

逆に、冷却によって運動量の誤差がない粒子群からなるビームが水平方向に広がりをもって偏向磁石に入射すると、図 1 のように外側の粒子は偏向磁石中で運動する距離が長くなり、相対的に角速度が低下し、ビームの重心系で後方への力を受ける。内側の粒子は逆に前方への力を受ける。この力を「Shear Force」と呼ぶ。この Shear Force はビームの冷却の極限である結晶化において、ビーム温度を上昇させ結晶を破壊する要因となる。

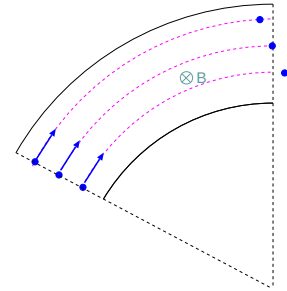


図 1: Shear Force の概念図。結晶構造が前後に引き裂かれている。

この Shear Force を抑えるために偏向部に電極を挿入して中心軌道からずれた粒子に静電ポテンシャルを与え、角速度を一定にすることで運動量分散を消去、あるいは軽減する方法が提案された^[3]。それによると、偏向部での半径方向の運動は、ベータatron 振動と運動量分散の効果を分離して

$$\frac{d^2x}{ds^2} \approx - \left[1 + \frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{qV_0}{\beta^2 E_0} \right)^2 \right] \frac{x}{\rho_0^2} + \frac{1}{\rho_0} \left(1 - \frac{qV_0}{\gamma_0^2 \beta_0^2 E_0} \right) \frac{\Delta E}{\beta^2 E_0} \quad (1)$$

と表せる。この第 2 項が運動量分散によるもので、 E_0

* E-mail: souda@kyticr.kuicr.kyoto-u.ac.jp

は中心エネルギー、 ΔE はエネルギー広がり、 V_0 は電極間の電位差である。この2項の係数を

$$k = \left[1 + \frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{qV_0}{\beta^2 E_0} \right)^2 \right] \frac{1}{\rho_0^2} \quad (2)$$

$$d = \frac{1}{\rho_0} \left(1 - \frac{qV_0}{\gamma_0^2 \beta_0^2 E_0} \right) \quad (3)$$

とおくと、電場がない通常の偏向磁石は $d = 1$ であり、電場を加えて $d = 0$ にした場合に運動量分散が消去できることになる。また、より強い電場を加えれば $d < 0$ となり、この場合は外側の粒子が前方への力を受ける負の運動量分散を得ることができる。

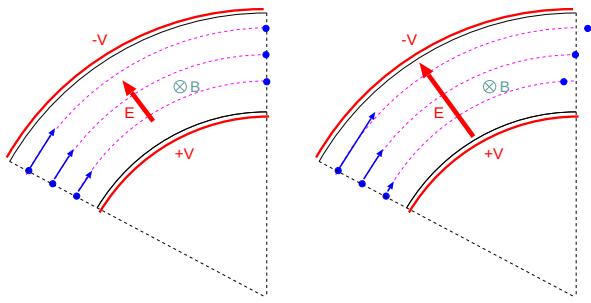


図 2: 運動量分散制御の概念図。左が $d = 0$ 、右が $d < 0$ の場合。

S-LSR の偏向磁石にはこの効果を実現する運動量制御電極が挿入されており、偏向磁石 1 台を用いて実際に運動量を制御する実験が行われ、線形の運動量分散を消去できることが確認されている^[4]。電場と磁場の強さの比を変えての実験も行われ、上に示した負の運動量分散の発生も確認されている。

3. 周期的運動量分散による3次元冷却

S-LSR では、3次元レーザー冷却によるビームの結晶化を目指している。通常のレーザー冷却は1次元にしか働かないため、進行方向の冷却力を水平、鉛直方向に伝えてやる必要がある。このシンクロトロン結合は加速空洞を用いてなされる^[5]が、この結合は空洞の領域に存在する運動量分散を利用して行われるため、前章で示したように運動量分散を完全に消去してしまうと3次元冷却力が働かなくなってしまう。

そこで、前章にある負の運動量分散を用いることで、Shear Force の影響を抑えながら3次元冷却を実

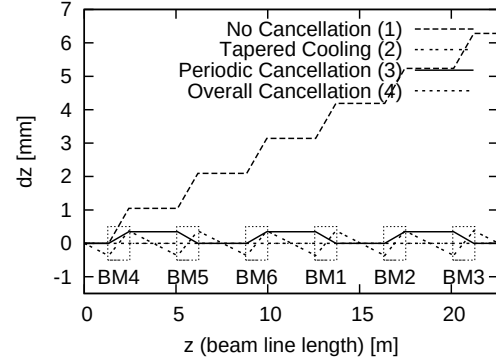


図 3: 各手法の Shear Force の比較。分散制御なし (1) の場合は偏向部ごとに力が蓄積される。(2) はレーザー冷却の時点で速度勾配を与える Tapered Cooling であり、(3) が今回考案した周期的に分散をキャンセルする方法である。

現する方法を考案した。正か負の一種類の運動量分散のみを配置したリングでは、この Shear Force は偏向部を通る度に蓄積されていく。だが、正の分散の次に負の分散というように正負の分散を交互に並べることで、この周期ごとに Shear Force の効果をキャンセルすることが可能になると考えられる。図 3 のように、結果として、冷却の時点で速度勾配を与えて偏向部での力を抑えようとする Tapered Cooling と同等の Shear Force 抑制効果が得られると予想できる。

この手法の実現可能性を調べるため、軌道計算コード MAD を用いてシミュレーションを行った。運動量制御電極の効果については、電磁場を含む偏向要素の Transfer Matrix を式 (4) のように入力した。

これを用いて、S-LSR で3次元レーザー冷却を行う際のパラメータとして予定されている $(\nu_x, \nu_y) = (2.08, 1.07)$ を用いて、水平方向の分散関数を計算した結果が図 4-6 の図である。まず、分散制御を行わない場合が図 4 であり、この場合は常に分散が正の値をとっており、Shear Force は明らかに蓄積する。

次に正負の分散を交互に並べた場合が図 5 であり、この場合は分散関数が対称形をなしていることからわかるように、偏向部2つを1周期とし、その積分値として Shear Force をキャンセルできる。ただし、この場合空洞が設置される直線部分でも分散関数が変化することになる。分散による3次元冷却の理論^[5]では直線部で $\dot{D}_x(s) = 0$ を仮定しており、 $\dot{D}_x(s) \neq 0$ の場合の式を解析的に解くことが困難となる。

$$M = \begin{pmatrix} \cos \sqrt{k}L & \frac{1}{\sqrt{k}} \sin \sqrt{k}L & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\beta_0} \frac{d}{k} (1 - \cos \sqrt{k}L) \\ -\sqrt{k} \sin \sqrt{k}L & \cos \sqrt{k}L & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\beta_0} \frac{d}{\sqrt{k}} \sin \sqrt{k}L \\ 0 & 0 & 1 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\beta_0} \frac{d}{\sqrt{k}} \sin \sqrt{k}L & -\frac{1}{\beta_0} \frac{d}{k} (1 - \cos \sqrt{k}L) & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{\beta_0^2} \frac{d^2}{k} (L - \frac{1}{\sqrt{k}} \sin \sqrt{k}L) + \frac{L}{\beta_0^2 \gamma_0^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

図 6 は正負の対称性を持たせると同時に、空洞の領域で分散関数が正值、かつ分散関数の微分が 0 となるように、偏向部 3 つを 1 周期としたものである。この場合はシンクロベータatron 結合に関する理論もそのまま使え、現在 (分散制御なし) と同じ Lattice でも 3 次元冷却を実現できることが明らかである。

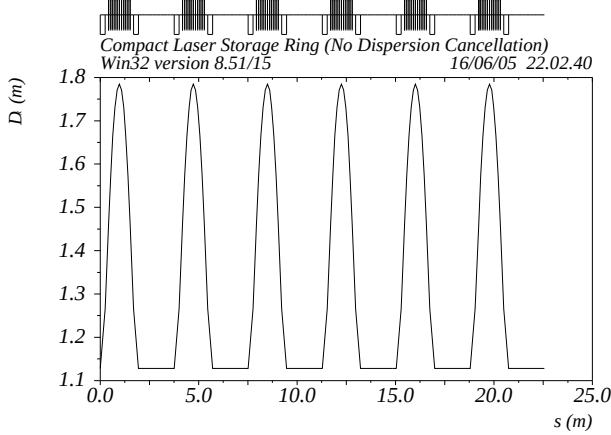


図 4: 運動量分散を制御しない場合 ($d = 1$ for all B)

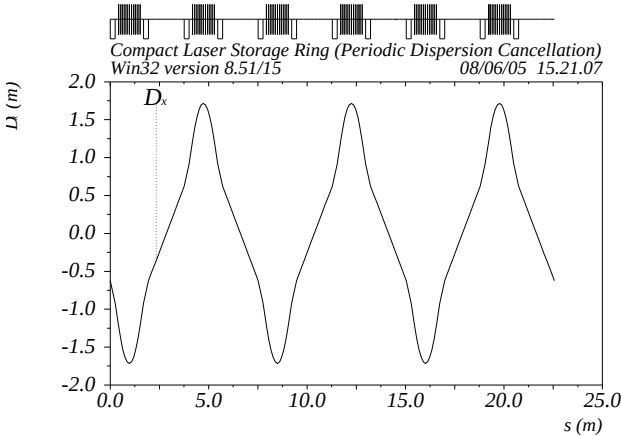


図 5: 運動量分散を交互に配置した場合 ($d = 1, -1, 1, -1, 1, -1$) の分散関数。対称性は 3。

この周期的な運動量分散制御の本質的な欠点として、リングの対称性が低下することが挙げられる。特に S-LSR の場合は元来 Maintenance Condition^[6] の限界に近い対称性しか持たないため、この手法によって対称性が 2 あるいは 3 に低下した状態では、冷却の進行に伴って完全無分散 (対称性 6) の状態に移行するなどの付加的な操作が必要となる可能性が高い。

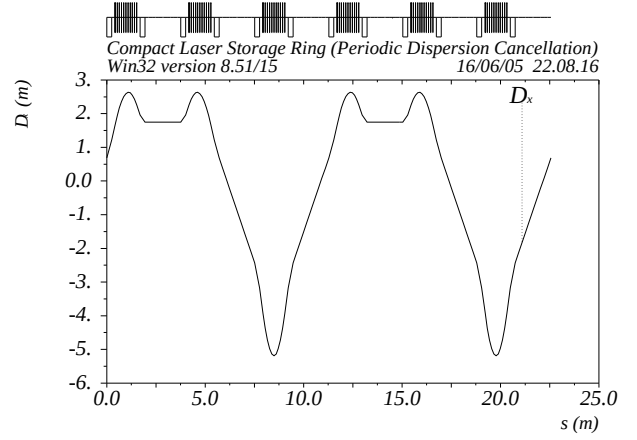


図 6: Flat Dispersion を持つ配置 ($d = 0.1, 0.1, -0.2, 0.1, 0.1, -0.2$) の分散関数。対称性は 2。 d の絶対値を下げて分散の絶対値自体を小さく抑えている。

4. CONCLUSION

S-LSR の分散制御実験で確認された負の運動量分散を用いて、周期的に運動量分散を制御する手法を考案し、その場合の分散関数の計算結果から、少なくとも偏向部 3 つごとに Shear Force をキャンセルできることを確認した。リングの対称性が低下する問題については、冷却の過程で起こる共鳴の影響を小さくできるように電磁場の制御を行うことで解決しようと考えている。

S-LSR は現在建設の最終段階に至っており、磁場のみによる周回実験、電子ビーム冷却実験を経て電磁場による運動量制御付周回実験を行い、その後にレーザー冷却実験を行う予定である。その段階に至るまでに、分散関数の微分値が零でない場合の 3 次元冷却の定式化を行い、同時にシミュレーションを進めて効率的な冷却を実現できる分散関数のパラメータを決定することを目指している。

参考文献

- [1] A. Noda, “Ion beam cooling at S-LSR project”, Nucl. Instrum. Methods A. **532**, 150 (2004).
- [2] H. Okamoto, J. Wei, “Theory of tapered cooling”, Phys. Rev. E. **58**, 3817 (1998)
- [3] M. Ikegami et al., Heavy ion storage ring without linear dispersion”, Phys. Rev. Lett. ST-AB 7, 120101-1, (2004).
- [4] 田辺幹夫, “Beam Test with Electrostatic Deflectors for Dispersion-free Ion Storage Ring”, Master’s thesis, 京大理 (2005).
- [5] H. Okamoto, “Transverse laser cooling induced through dispersion at an rf cavity”, Phys. Rev. E, **50**, 4982 (1994).
- [6] J. Wei et al., “Necessary conditions for attaining a crystalline beam”, Phys. Rev. Lett. **80**, 2606 (1998).