

あいち SR におけるコヒーレント・シンクロトロン振動数の測定

MEASUREMENT OF COHERENT SYNCHROTRON FREQUENCIES AT THE AICHI SYNCHROTRON RADIATION CENTER

坂中章悟^{#, A)}, 山口孝明^{A)}, 山本尚人^{A)}, 高嶋圭史^{B), C)}, 藤本将輝^{B), C)}, 岡島康雄^{B), C)}

Shogo Sakanaka^{#, A)}, Takaaki Yamaguchi^{A)}, Naoto Yamamoto^{A)},

Yoshifumi Takashima^{B), C)}, Masaki Fujimoto^{B), C)}, Yasuo Okajima^{B), C)}

^{A)} High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

^{B)} Synchrotron Radiation Research Center, Nagoya University

^{C)} Aichi Synchrotron Radiation Center

Abstract

Past measurements of coherent synchrotron frequencies at the KEK Photon Factory 2.5-GeV storage ring have revealed that the measured coherent frequencies did not agree the values predicted by the standard fourth-order characteristic equation under conditions close to the Robinson limit. To investigate whether similar phenomena occur in other storage rings, we measured the coherent synchrotron frequencies at the 1.2-GeV electron storage ring of Aichi Synchrotron Radiation Center as functions of the beam current and cavity voltage. As a result, at beam currents higher than approximately 175 mA, we observed two peaks that are thought to correspond to independent solutions of the characteristic equation. Among these peaks, the frequencies of lower-frequency peak did not agree well with the values predicted by the characteristic equation. Additionally, we observed strong coherent oscillations when the cavity voltage was reduced to be close to the Robinson limit whereas the beam current was kept at approximately 290 mA.

1. はじめに

電子蓄積リングにおいて、ビームのバンチが進行方向に一斉に振動する運動をコヒーレント・シンクロトロン振動と呼ぶ。その振動数は、ビームと加速空洞との相互作用によって時に複雑に変化する。ビームと空洞インピーダンスとの相互作用を考慮すると、コヒーレント・シンクロトロン振動数(Ω)は次の4次方程式の解で与えられる[1-4]:

$$(j\Omega)^4 + a_3(j\Omega)^3 + a_2(j\Omega)^2 + a_1(j\Omega) + a_0 = 0. \quad (1)$$

ここで各係数は、

$$a_2 = \Gamma^2 (1 + \tan^2 \psi) + \omega_{s0}^2, \quad (2)$$

$$a_0 = \Gamma^2 \omega_{s0}^2 \left(1 + \tan^2 \psi + \frac{V_{br} \tan \psi}{V_c \sin \phi_s} \right), \quad (3)$$

$a_3=2\Gamma$, $a_1=2\Gamma(\omega_{s0})^2$ である。また、 $\Gamma=\omega_{res}/(2Q_L)$ は加速空洞の電磁場の減衰率 (filling time の逆数)、 ω_{res} は空洞の加速モードの共振角周波数、 Q_L は空洞の負荷 Q 値、 V_c は空洞の加速電圧、 $\phi_s=\arccos[U_0/(eV_c)]$ はビームの同期位相、 ω_{s0} はインコヒーレントなシンクロトロン振動数 (即ち 1 粒子のシンクロトロン振動数)、 $V_{br}=R_{sh}I_{av}/(1+\beta)$ 、 $R_{sh}=(V_c)^2/P_c$ は空洞のシャントインピーダンス、 P_c は空洞の壁損失電力、 I_{av} はビーム電流、 β は空洞の入力カップラーの結合度、 $\psi=\arctan[(\omega_{res}-\omega_{rf})/\Gamma]$ は空洞の tuning angle、 ω_{rf} は RF 角周波数を表す。式(1)を導く際に、ビームの振動は $\exp(j\Omega t)$ の形で時間に依存すると仮定した。したがって、複素振動数 $\Omega=\Omega_r+j\Omega_i$ の実部 Ω_r は振動数を表し、虚部 Ω_i は振動の減衰率を表す。とくに $\Omega_i < 0$ の場合、振動が成長する、即ちビームが不安定になる。

[#] shogo.sakanaka@kek.jp

式(1)の解を調べると、大ビーム電流で空洞電圧が低い場合にはコヒーレント運動が不安定になることを示すことができる。この現象は static Robinson instability と呼ばれており、その不安定になる条件(ビーム電流と空洞電圧の組み合わせ)を Robinson 限界と呼ぶ。

コヒーレント・シンクロトロン振動について、KEK フォトン・ファクトリー (PF) 2.5 GeV 電子蓄積リングで行われた測定で、興味深い現象が見つかっている[4, 5]。大電流 (350 mA) のビームを蓄積した状態で空洞電圧を下げ、Robinson 限界に近い条件にしてゆくと、測定されたコヒーレント振動数が式(1)で計算される値から大きく外れていったのである。また、式(1)からは出てこない振動モードと考えられる鋭いピークも観測された。これらの実験結果は、コヒーレント・シンクロトロン振動に関して未知の興味深い現象があることを示している、と考えられる。この現象が PF リングに特有なものなのか、あるいは他の蓄積リングでも起こる一般的な現象なのか、に興味を持たれる。

PF リングで見つかったのと同様な現象が他の電子蓄積リングでも起きるのかを調べるため、我々はあいちシンクロトロン光センター(あいち SR)の 1.2 GeV 電子蓄積リングでコヒーレント・シンクロトロン振動数の測定を行った。この測定の概要は[6]で報告したが、本稿ではより詳しい結果を報告する。

あいち SR の光源加速器[7]は、1.2 GeV 蓄積リング、1.2 GeV プースターシンクロトロン、50 MeV 直線加速器で構成される。蓄積リングのラティス構成は triple-bend の 4 回対称で、周長 72 m である。本稿で報告するマシンスタディを行った時の、蓄積リングの主要なパラメータを Table 1 に示す。加速用高周波 (RF) 周波数は、PF リングとほぼ同じ約 499.69 MHz である。高次モード減衰型の加速空洞 1 台を用いて加速電圧を発生しており、ク

Table 1: Principal Parameters of the Storage Ring of AichiSR During the Present Study

Parameter	Symbol	Value
Beam energy	E	1.2 GeV
Radio frequency	f_{rf}	499.6875 MHz
Harmonic number	h	120
Number of bunches		105
Momentum compaction factor*	α_c	0.019
Radiation loss per turn (w/o IDs)	U_0	86.2 keV
Radiation damping times	τ_x, τ_y, τ_z	6.7, 6.7, 3.3 ms
Natural rms energy spread	$(\sigma_e/E)_0$	8.4×10^{-4}
Typical cavity voltage**	V_c	368 kV
Average beam current (maximum)	I_{av}	300 mA
Incoherent synchrotron frequency*	f_{s0}	43.3 kHz
Shunt impedance of the cavity	R_{sh}	7.6 M Ω
Unloaded Q of the cavity	Q_0	41,560
Coupling coefficient of the cavity	β	2.21

* Calculated values ** Monitored value

ライストロンを 1 台使用してこの空洞に高周波電力を供給している。

2. コヒーレント・シンクロトロン振動数の測定

2.1 測定のセットアップ

測定のセットアップを Fig. 1 に示す。加速用 RF 電圧に位相変調をかけるため、RF システムのローレベル RF (LLRF) 系と RF 信号源との間に高速位相シフターを設置した。トラッキング・ジェネレータ(TG)付きスペクトラムアナライザ(R&S 社製 FSV)の TG 出力端子から、周波数($f_{rf}+f_{sw}$)の正弦波信号を出力し、これをダウンコンバートして周波数 f_{sw} の信号を生成した。この信号を位相シフターに入力し、加速電圧に位相変調をかけることで、コヒーレント・シンクロトロン振動を励振した。位相変調の大きさは 0.104° p-p とした。一方、蓄積リングのボタン電極の信号をスペクトラムアナライザに入力し、周波数($f_{rf}+f_{sw}$)の信号成分を測定した。スペクトラムアナライザで周波数 f_{sw} を -100 kHz から 100 kHz まで掃引することにより、 f_{sw} に対するビーム信号の応答を測定した。スペクトラムアナライザのバンド幅(RBW)は 100 Hz に、トレース当たりのデータ点数は 2001 点に設定した。

ローレベル系では、空洞からのピックアップ信号を用いて、空洞電圧の振幅と位相をそれぞれ一定に保つ制御を行う。また、空洞ピックアップ信号と空洞への入力 RF 信号の位相差を一定に保つように空洞のチューナー(機械的な同調装置)を動かす。あいち SR 蓄積リングの通常運転では、過去に行ったビーム調整の経緯により、この同調系に一定の位相差をつけて運転を行っている。即ち、loading angle[2] $\alpha_L = -25^\circ$ で運転している。しかし

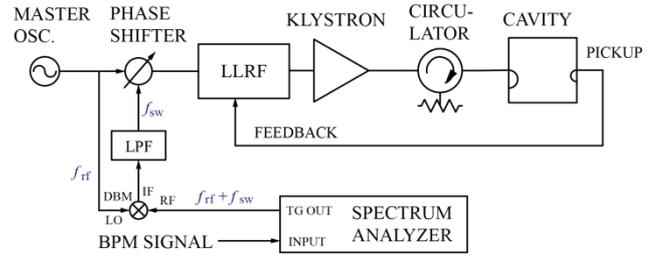


Figure 1: Overview of the measurement setup.

本稿で報告するスタディでは、loading angle をゼロに設定し、空洞を optimum tuning に制御して測定を行った。また、挿入光源のギャップを開き、挿入光源による放射損失はほぼ無視できる条件とした。

空洞電圧の校正をチェックするため、まず低電流 (11 mA) のビームを蓄積した状態で空洞電圧 (モニター値) を 368~187 kV の範囲で変え、コヒーレントなシンクロトロン振動数を測定した。例えば空洞電圧が 368 kV の時、測定された振動数は 42.37 kHz であった。一方、ラティス設計で計算された momentum compaction factor 0.019 を用いると、インコヒーレントなシンクロトロン振動数の計算値は 43.31 kHz であり、その差は 2.2% であった。より低い空洞電圧では差が最大 5.7% まで大きくなったが、空洞電圧は概ね正確に校正されていると考えられる。

2.2 ビーム電流を変えた測定

空洞電圧を一定値 (368 kV) に保ち、ビーム電流を 25~300 mA までの範囲で変え、各ビーム電流において RF 位相変調周波数に対するビーム信号の応答をスペクトラムアナライザで測定した。測定された応答は RF 周波数を中心に周波数の低い側と高い側の両方にサイドバンドが現れるが、それらはほぼ対称なため、upper sideband のみを解析した。測定された応答を縦軸線形スケールで示した結果を Fig. 2 に青色線で示す。Figure 2 で、ビーム電流が 300 mA から約 175 mA までの範囲では、測定された応答曲線に 2 つのピークが現れている事がわかる。そこで、これらの応答曲線を 2 つの振動子モデル[4]を用いてフィットし、それぞれのピークの周波数と減衰率(ピークの幅)を求めた。一方、ビーム電流が 25~150 mA の範囲では 1 つのピークが現れているように見えるので、測定値を 1 つの振動子モデル[4]でフィットし、ピークの周波数と減衰率を求めた。Figure 2 で橙色と緑色の線はそれぞれ、2 振動子モデルと 1 振動子モデルを用いたフィッティング結果を示す。これらの解析で求めたコヒーレント・シンクロトロン振動の振動数と減衰率を Fig. 3 の上と下のグラフにそれぞれ示す。Figure 3 で、四角記号は、1 つのピーク、または 2 つのピークのうち周波数が高い方のピーク、の振動数と減衰率を示す。また丸記号は、2 つのピークのうち周波数が低い方のピークの振動数と減衰率を示す。

一方、特性方程式(1)の解を数値計算した結果を Fig. 3 に実線で示す。計算したパラメータの範囲では式(1)は 2 組の複素数解(それぞれ $\pm\Omega_r + j\Omega_i$)を持つ。これらのうち振動数 Ω_r がプラスの解だけを示した。2 組の解のうち振動数 Ω_r が高い方の解を橙色で、低い方を緑色で

示した。参考のため、計算されたインコヒーレントなシンクロトロン振動数(f_{s0})、空洞のデチューニング周波数(Δf)および加速電磁場の減衰率(Γ)を灰色の線で示した。あいち SR の蓄積リングでは、インコヒーレント振動数が約 43 kHz と高く、ビーム電流が約 360 mA 付近で空洞のデチューニング周波数の絶対値が、インコヒーレント振動数と一致する。このため、シンクロトロン振動と空洞電磁場の過渡的振動が強く結合することで、コヒーレント振動数が、一般的な「結合した 2 振動子の系」と同様の振る舞いをする。

Figure 3(上)のグラフによれば、2 つのピークのうち周波数が高い方のコヒーレント振動数の測定値(四角記号)は計算値(オレンジ線)と良く一致している。一方、周波数が

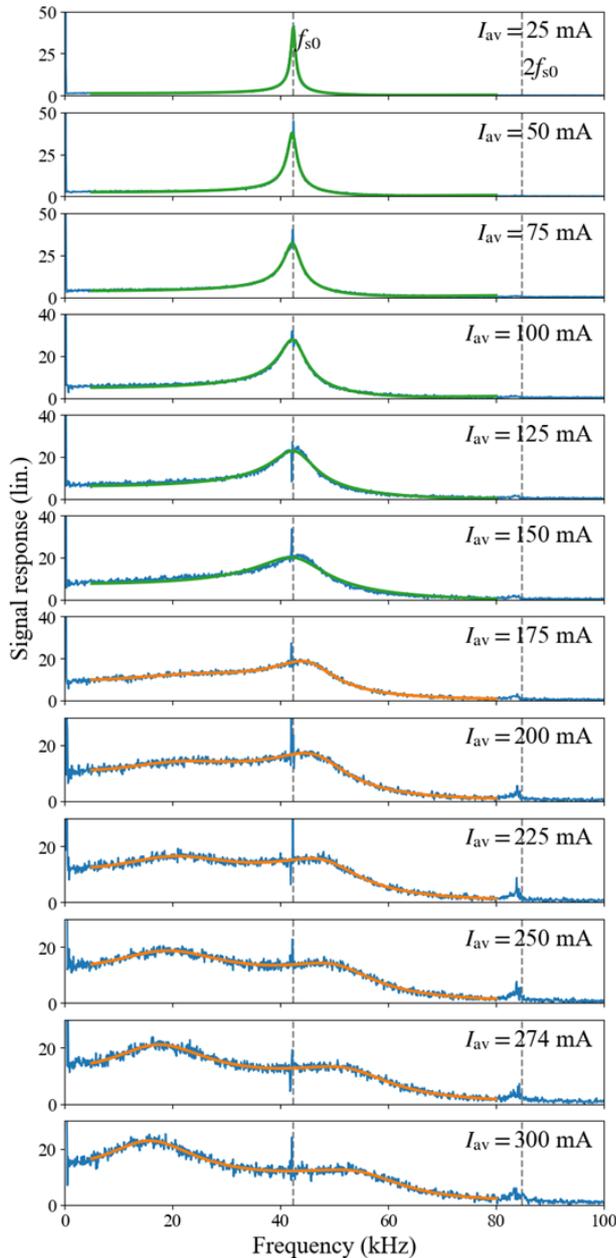


Figure 2: Beam responses (in linear scale) measured under different beam currents. Cavity voltage: 368 kV.

低い方のピークの測定値(丸記号)は計算値(緑色線)と大きくずれている。一方、Fig. 3(下)のグラフによれば、コヒーレント振動の減衰率は、周波数が高い方と低い方のピークともに、測定値が計算値と概ね一致している。

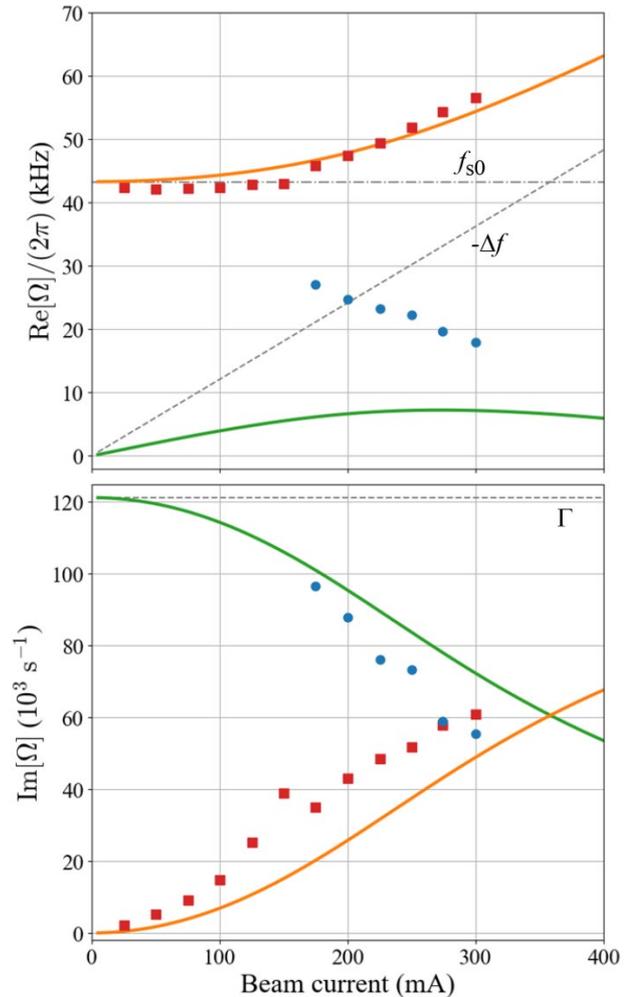


Figure 3: Coherent synchrotron frequencies (upper graph) and damping rates (lower graph) as functions of the average beam current[6]. Cavity voltage: 368 kV. Square and circles indicate measured values whereas solid lines indicate numerical solutions.

2.3 空洞電圧を変えた測定

ビーム電流をほぼ一定値、 297 ± 3 mA に保ち、空洞電圧を 368 kV から始めてゆっくりと下げながら、各空洞電圧で前節と同様の応答測定を行った。測定されたビームの応答を Fig. 4 に示す。ここでも縦軸は線形スケールであり、青色線が測定値を示す。Figure 4 に示したデータで、空洞電圧 292 kV 以上でのデータは 2 振動子モデルでフィットし(フィッティング曲線をオレンジ線で示す)、空洞電圧 274 kV 以下でのデータについては 1 振動子モデルでフィットした(フィッティング曲線は緑色線)。こうしてコヒーレント振動の振動数と減衰率を求めた結果を Fig. 5(上)と Fig. 5(下)にそれぞれ示す。また、特性方程式(1)の解の数値計算結果を実線で示す。Figure 5 に示したパラメータ範囲では、空洞電圧が約 275 kV 以下

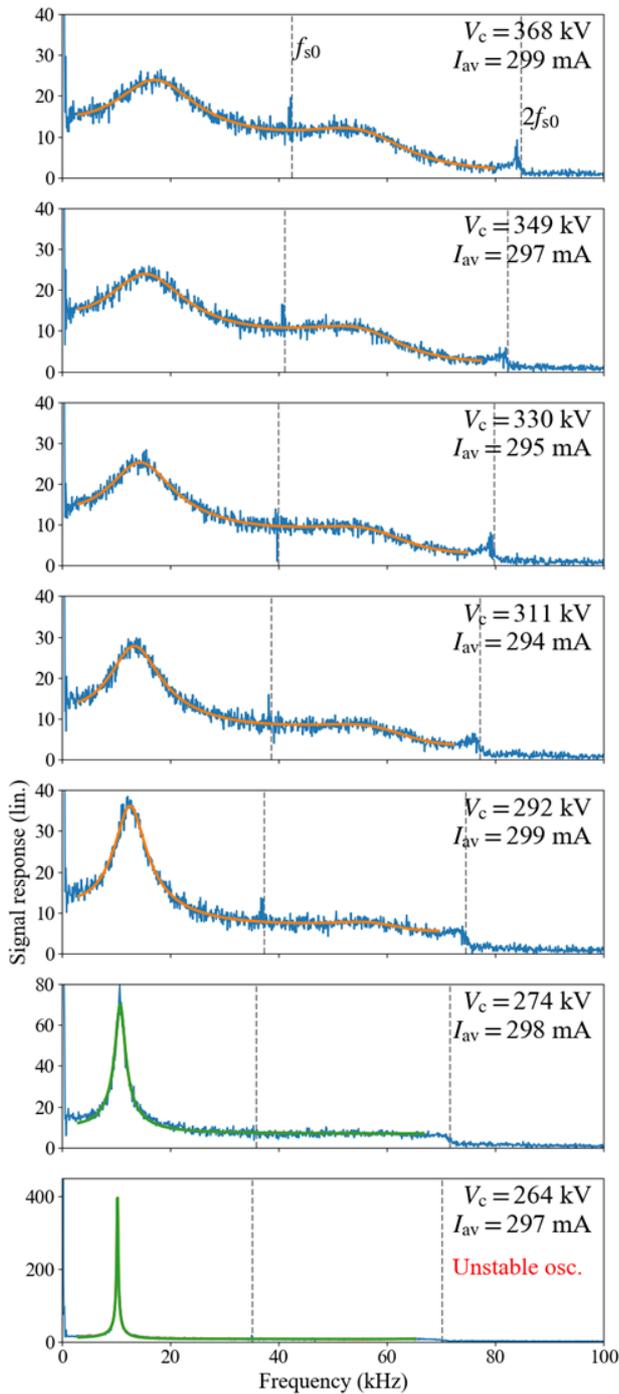


Figure 4: Beam responses (in linear scale) measured under different cavity voltages.

の時、振動数がゼロの解が現れる。さらに空洞電圧が (Fig. 5 に $V_{c,th}$ で示した) 247 kV 以下では、一つの解の減衰率が負になり、static Robinson instability が発生すると予想される。

Figure 5 (上) によれば、周波数が高い方のピークの振動数の測定値 (四角記号) は計算値 (オレンジ線) と概ね一致している。しかし、周波数の低い方のピークの測定値 (丸記号) は計算値 (緑色線) と大きくずれている。また計算によれば、空洞電圧が約 275 kV 以下の場合には周

波数が低い方のコヒーレント振動の振動数がゼロになること、即ち過減衰振動になることが予想されるが、測定されたコヒーレント振動数 (周波数が低い方のピーク) は約 10 kHz と有限の値を保っており、測定と計算の不一致が見られた。参考までに、この「ゼロ振動数の振動モード」は PF リングのマシンスタディ[4]でも観測されていない。

Figure 5 (下) では、測定された減衰率 (四角記号および丸記号) は、計算値 (オレンジ線と緑色線) とそれぞれ傾向は合っているものの、一致はやや良くないことがわかる。

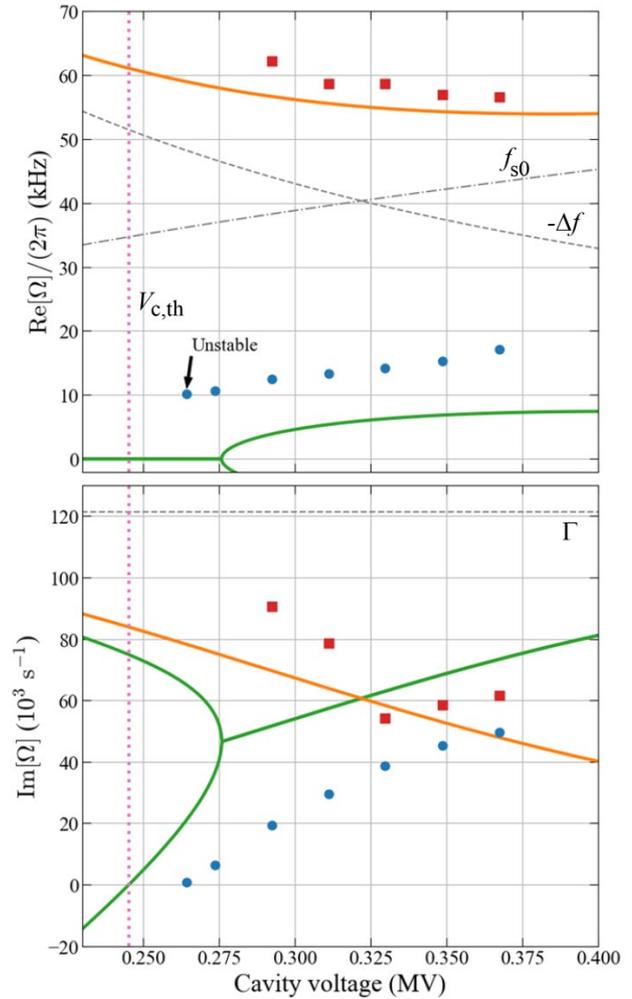


Figure 5: Coherent frequencies (upper graph) and damping rates (lower graph) as functions of the cavity voltage[6]. Beam current: 297 ± 3 mA. Square and circular symbols indicate measured values whereas solid lines indicate numerical solutions.

上記の測定で空洞電圧を下げてゆくと、空洞電圧が約 274 kV あたりから位相変調を与えた場合にコヒーレント振動が強く励振されるようになった。さらに空洞電圧が 255 kV では、位相変調を与えなくてもコヒーレントな振動が自励された。この時のビームスペクトルを Fig. 6 に示す。計算では、空洞電圧が 247 kV 以下において static Robinson instability が発生すると予想される。上記の観測結果は、空洞電圧がしきい値に達した時に突然ビームがダンプするのではなく、しきい値より少し上の空洞電圧でコヒーレント振動が自励発振する事を示してい

る。この現象は、今まであまり報告されていない興味深い現象である。さらに空洞電圧を下げていったところ、ビーム寿命が低下してビーム電流が次第に下がっていった。この時は、static Robinson instability のしきい値は明確には観測されなかった。

同様に、300 mA のビームを蓄積した状態で再度空洞電圧を 368 kV からゆっくりと下げていったところ、空洞電圧 255 kV のあたりでビームがダンプした。この空洞電圧値は、計算で予想される static Robinson instability のしきい値 (247 kV) と近いと、上記のビームダンプは static Robinson instability によるものと考えられる。ただし、1 回目に空洞電圧を下げた際には明確なしきい値が確認されなかった理由はよく理解できていない。

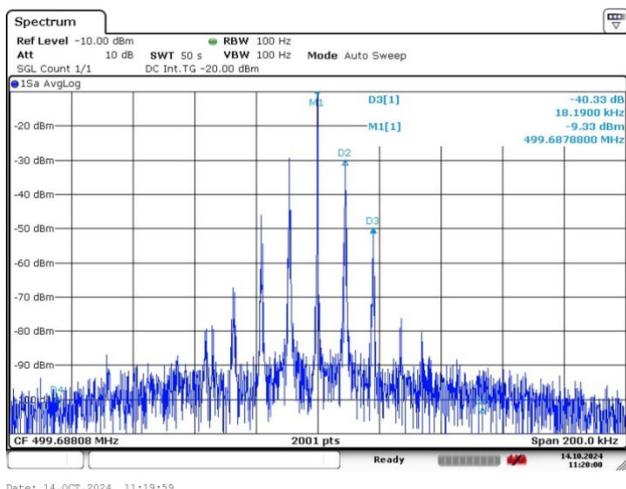


Figure 6: Beam spectrum showing self-excited coherent oscillation[6]. Beam current: 290 mA, cavity voltage: 255 kV. RF phase modulation was off.

3. 議論とまとめ

あいち SR の蓄積リングにおいて、コヒーレント・シンクロトロン振動数の測定を行った。空洞電圧が一定 (368 kV) でビーム電流を変えて行った測定では、大電流において、特性方程式の 2 つの独立な解に対応すると考えられる 2 つのピークが観測された。低電流では、このうち低い周波数のピークの幅が広くなり不明瞭になるため、1 つのピークだけが観測されたと考えられる。2 つのピークのうち周波数が高い方のピークの振動数は計算値と良く一致したが、低い方のピークの振動数は計算値と大きく異なっていた。

ビーム電流を一定 (約 297 mA) に保ち、空洞電圧を変えて行った測定でも、2 つのピークが観測された。ここでも、周波数が高い方のピークの振動数は計算値と概ね一致したのに対し、周波数が低い方のピークの振動数は計算値と大きくずれていた。また、計算で予想される「ゼロ振動数」の振動モードは、実験では観測されなかった。

これらの測定結果は、PF リングでの測定で報告されている、Robinson 限界の近くでは測定されたコヒーレント

振動の振動数が計算値と大きくずれていた、という結果と類似の現象であるように思われる。ただし、PF リングの RF システムでは空洞電圧一定のフィードバックループがない (フィードフォワード制御で空洞電圧をほぼ一定に保っている) のに対して、あいち SR 蓄積リングの RF システムでは空洞電圧一定のフィードバックを使用している、という違いがある。そのため、あいち SR の測定結果をより良く理解するためには、空洞電圧一定のフィードバックループがコヒーレント振動にどのように影響を与えるか、までを含めて解釈する必要があると思われる。これは今後の課題である。

測定のために空洞電圧をゆっくりと下げていったところ、static Robinson instability のしきい電圧値より少し高い空洞電圧値で、強いコヒーレント振動が自励される現象が観測された。これは PF リングでは観測されていない興味深い現象である。ただし PF リングでは、空洞電圧を下げて Robinson 限界に近い条件にした場合に、ビームの何らかの振動モードに対応すると思われる鋭いピークが観測されている[4]。あいち SR で観測された自励コヒーレント振動は、この PF での現象と関連した現象なのかもしれない。これも興味深い現象である。

謝辞

本スタディを行うにあたって、あいちシンクロトロン光センターの職員の皆様にご支援頂いたことを感謝致します。本研究は JSPS 科研費 JP24K15602 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] K.W. Robinson, “Stability of beam in radiofrequency system”, MIT and Harvard University, Technical Report No. CEAL-1010, 1964.
- [2] 赤井和憲, “RF システム”, 高エネルギー加速器セミナー OHO’94, 1994.
- [3] N. Towne and J.-M. Wang, “Spectrum of single bunch longitudinal dipole modes”, Phys. Rev. E **57**, 3461 (1998). doi:10.1103/PhysRevE.57.3461
- [4] T. Yamaguchi *et al.*, “Systematic study on the static Robinson instability in an electron storage ring”, Phys. Rev. Acc. Beams **26**, 044401 (2023). doi:10.1103/PhysRevAccelBeams.26.044401
- [5] S. Sakanaka *et al.*, “Updated measurement of coherent synchrotron frequencies at the Photon Factory 2.5-GeV ring”, Proc. PASJ2023, Funabashi, Japan, August 29-September 1, 2023, pp. 812-816.
- [6] S. Sakanaka *et al.*, “Measurement of coherent synchrotron frequencies under conditions close to the Robinson limit at the Aichi Synchrotron Radiation Center”, the 16th International Particle Accelerator Conference (IPAC’25), Taipei, Taiwan, June 2025, WEPS007, to be published.
- [7] M. Fujimoto *et al.*, “あいち SR 光源加速器の現状 2025”, The 22nd Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan (PASJ2025), Tokyo, Japan, Aug. 2025, WHP010, this meeting.