

# 時間領域での電磁場分布を直接用いた高次モードの局所的電力の評価方法 NEW LOCAL POWER EVALUATION METHOD FOR HIGHER-ORDER-MODE DIRECTLY USING THE ELECTROMAGNETIC FIELD CALCULATED BY THE TIME-DOMAIN SIMULATION

山口孝明 <sup>\*,A)</sup>, 小林鉄也 <sup>A)</sup>, 岡田貴文 <sup>A)</sup>, 西脇みちる <sup>A)</sup>

Takaaki Yamaguchi <sup>\*,A)</sup>, Tetsuya Kobayashi <sup>A)</sup>, Takafumi Okada <sup>A)</sup>, Michiru Nishiwaki <sup>A)</sup>

<sup>A)</sup> High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

## Abstract

In higher-order-mode (HOM) damped cavities for high-intensity storage rings, harmful HOMs causing beam instabilities are damped by microwave absorbers. However, increasing beam current, the temperature of absorbers also increases, which eventually leads to cracking. Then, we need to accurately evaluate the absorbed HOM power. Generally, the HOM power is evaluated from the wake potential and loss factor for the structure considered. In this method, we obtain only the total HOM power in the structure. However, when several absorbers exist, the distribution of power in each absorber remains unknown. Then, we developed a new evaluation method of HOM power. Although this method also utilizes the time-domain wakefield simulation, we use not the calculated wake potential but electromagnetic field distribution in absorbers for evaluation of HOM power. In this paper, we discuss the basic theory of this method and a case study of the SuperKEKB superconducting cavity.

## 1. はじめに

大強度ビーム蓄積リングでは、ビームが誘起する高次モード (higher-order modes, HOMs) によるビーム不安定性がビーム電流を制限する要因となり得る。そのため、高次モードを高周波吸収体で減衰させる高次モード減衰型空洞が近年の蓄積リングでは多く用いられている。しかし、ビーム電流が大きくなると吸収体で吸収される電力も増加し、やがて熱膨張による破損に至る。そのため、予め高次モードの吸収電力を正確に予測することが重要である。高次モード電力の計算方法としては、wake potential または loss factor を用いることが一般的である。しかし、この方法は今考えている構造で発生する吸収電力の合計値のみが算出可能である。例えば、構造内に複数の吸収体が含まれている場合に、それぞれの吸収電力の配分は不明なままである。そこで、我々は新たな高次モード電力の計算方法を考案した。本方法でも従来の方と同様に時間領域の wakefield シミュレーションを使用する一方、wake potential や loss factor ではなく吸収体内部の電磁場分布を直接電力計算に利用する。これにより従来手法では不可能であった吸収電力の局所的分布を取得することが可能になり、測定結果との比較検討が容易になった。

本論文では、まず今回の計算方法の理論を議論し、実例として SuperKEKB 超伝導空洞の高次モード電力を評価する。

## 2. 理論

### 2.1 物質内部の電磁場におけるエネルギー保存則

Maxwell 方程式から電磁場におけるエネルギー保存則

$$-\nabla \cdot \mathbf{S} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1)$$

が導かれる [1]。ここで、 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  は電場、 $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  は磁場、 $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$  は電流密度、

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \quad (2)$$

は Poynting ベクトルである。

真空中では真空中の誘電率  $\epsilon_0$  および透磁率  $\mu_0$  を用いて、 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$  が成り立つため、Eq. (1) は

$$-\nabla \cdot \mathbf{S} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} + \frac{\partial u_{\text{em}}}{\partial t}, \quad (3)$$

$$u_{\text{em}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 |\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)|^2 + \frac{1}{2} \mu_0 |\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)|^2 \quad (4)$$

と書き直される。ここで、 $u_{\text{em}}(\mathbf{r}, t)$  は単位体積当たりの電磁場エネルギーである。つまり Eq. (3) は、点  $\mathbf{r}$  におけるエネルギー流入が電流密度に対して電場がする仕事と電磁場蓄積エネルギーの時間変化の和に一致することを意味する。

一方、高周波吸収体等の分散のある物質内部の  $\mathbf{D}$  と  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$  と  $\mathbf{H}$  は、その物質固有の応答関数  $G_e$ 、 $G_m$  を用いてそれぞれ、

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \left[ \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \int_{-\infty}^{\infty} G_e(\mathbf{r}, t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt' \right] \quad (5)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \left[ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) + \int_{-\infty}^{\infty} G_m(\mathbf{r}, t - t') \mathbf{H}(\mathbf{r}, t') dt' \right] \quad (6)$$

なる関係にある [1]。ここで、物質は等方的であると仮定した。応答関数  $G_e$ 、 $G_m$  の Fourier 変換

$$\epsilon_r(\mathbf{r}, \omega) = 1 + \int_{-\infty}^{\infty} G_e(\mathbf{r}, t) e^{-j\omega t} dt \quad (7)$$

$$\mu_r(\mathbf{r}, \omega) = 1 + \int_{-\infty}^{\infty} G_m(\mathbf{r}, t) e^{-j\omega t} dt \quad (8)$$

\* yamaguc@post.kek.jp

はそれぞれ物質の複素比誘電率  $\varepsilon_r(\mathbf{r}, \omega)$ 、複素比透磁率  $\mu_r(\mathbf{r}, \omega)$  に相当する。分散のある物質では誘電損失及び磁性損失が発生するため、エネルギー保存則は、

$$-\nabla \cdot \mathbf{S} = \frac{\partial u_{em}}{\partial t} + p_{em} \quad (9)$$

となる（物質内部の電流密度は無視した）。ここで、 $p_{em}(\mathbf{r}, t)$  は単位体積当たりの物質内部の損失電力であり、Eq. (1) より

$$\frac{\partial u_{em}}{\partial t} + p_{em} = \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (10)$$

である。ここで問題となるのが、Eq. (10) の右辺を仮に時間領域シミュレーションで計算したとしても、それだけでは損失電力密度  $p_{em}$  が決定できないという点である。エネルギー密度の時間変化と損失電力密度を分けるためには、その物質における分散の物理モデルを考察する必要があるためである [2-5]。

## 2.2 物質内部の高次モード電力

前小節での議論から、電磁場のエネルギー保存則のみでは物質内部の過渡的損失電力を決定できないことがわかった。しかしながら我々が本質的に知りたい量は、 $p_{em}(\mathbf{r}, t)$  のような過渡的な電力ではなく、周回ビームが発生させる定常状態での時間平均損失電力である。この後の議論では、比誘電率及び比透磁率の物理モデルを考えなくとも、定常状態の時間平均電力については計算可能であることを示していく。

まず、高周波吸収体を含んだ加速空洞等の構造が蓄積リングにあると考える。この構造内部を電荷  $q_1$  の粒子バンチ 1 つが通過するとき発生させる電場を  $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$ 、磁場を  $\mathbf{H}_1(\mathbf{r}, t)$  とする。ここで、バンチ通過以前に構造内部には電磁場はなかったものとする。また、バンチ電荷で規格化した電磁場を  $\mathbf{e}_1 \equiv \mathbf{E}_1/q_1$ 、 $\mathbf{h}_1 \equiv \mathbf{H}_1/q_1$  とおく。このとき、周回ビームが発生させる定常状態での電磁場  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$  は、1 バンチ通過時の電磁場  $\mathbf{e}_1$ 、 $\mathbf{h}_1$  の重ね合わせで

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{h-1} q_m \mathbf{e}_1 \left( \mathbf{r}, t - nT_0 - m \frac{T_0}{h} \right) \quad (11)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{h-1} q_m \mathbf{h}_1 \left( \mathbf{r}, t - nT_0 - m \frac{T_0}{h} \right) \quad (12)$$

とかける。ここで、 $q_m$  ( $m = 0, 1, \dots, h-1$ ) は  $m$  番目の RF bucket におけるバンチ電荷、 $T_0$  は蓄積ビームの周回時間、 $h$  は harmonic number である。Poisson の和公式を用いると Eqs. (11), (12) は、

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{T_0} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \tilde{q}_p \tilde{\mathbf{e}}_1(\mathbf{r}, p\omega_0) e^{jp\omega_0 t} \quad (13)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{T_0} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \tilde{q}_p \tilde{\mathbf{h}}_1(\mathbf{r}, p\omega_0) e^{jp\omega_0 t} \quad (14)$$

となる。ここで、 $\omega_0 = 2\pi/T_0$  は周回角周波数、 $\tilde{\mathbf{e}}_1$ 、 $\tilde{\mathbf{h}}_1$  は  $\mathbf{e}_1$ 、 $\mathbf{h}_1$  の Fourier 変換

$$\tilde{\mathbf{e}}_1(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{e}_1(\mathbf{r}, t) e^{-j\omega t} dt \quad (15)$$

$$\tilde{\mathbf{h}}_1(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{h}_1(\mathbf{r}, t) e^{-j\omega t} dt \quad (16)$$

$\tilde{q}_p$  は  $q_m$  の離散 Fourier 変換

$$\tilde{q}_p = \sum_{m=0}^{h-1} q_m e^{-2\pi j p m / h} \quad (17)$$

である。Equations (13), (14) のように、定常状態の電磁場  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$  が周回周波数の高調波で展開できることがわかった。Equations (13), (14) を Eq. (10) の右辺に代入すると、

$$\begin{aligned} & \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ &= \frac{1}{2(2\pi)^2} \left[ \varepsilon_0 \iint_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega [j\omega \varepsilon_r(\mathbf{r}, \omega) - j\omega' \varepsilon_r^*(\mathbf{r}, \omega')] \right. \\ & \quad \times \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \tilde{\mathbf{E}}^*(\mathbf{r}, \omega') e^{j(\omega - \omega')t} \\ & \quad + \mu_0 \iint_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega [j\omega \mu_r(\mathbf{r}, \omega) - j\omega' \mu_r^*(\mathbf{r}, \omega')] \\ & \quad \left. \times \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \tilde{\mathbf{H}}^*(\mathbf{r}, \omega') e^{j(\omega - \omega')t} \right] \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \sum_{p'=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{q}_p \tilde{q}_{p'}}{T_0 T_0} \\ & \quad \times [j\omega_0 \varepsilon_0 \{p \varepsilon_r(\mathbf{r}, p\omega_0) - p' \varepsilon_r^*(\mathbf{r}, p'\omega_0)\} \\ & \quad \times \tilde{\mathbf{e}}_1(\mathbf{r}, p\omega_0) \cdot \tilde{\mathbf{e}}_1^*(\mathbf{r}, p'\omega_0) \\ & \quad + j\omega_0 \mu_0 \{p \mu_r(\mathbf{r}, p\omega_0) - p' \mu_r^*(\mathbf{r}, p'\omega_0)\} \\ & \quad \times \tilde{\mathbf{h}}_1(\mathbf{r}, p\omega_0) \cdot \tilde{\mathbf{h}}_1^*(\mathbf{r}, p'\omega_0)] e^{j(p-p')\omega_0 t} \quad (19) \end{aligned}$$

となる。Equation (18) と等価な式が文献 [1] の 6.8 節に記されている。Equation (19) は Eq. (18) が離散化されたものである。

次に、Eq. (10) を  $T_0$  で時間平均することを考える。まず、左辺は  $u_{em}$  と  $p_{em}(\mathbf{r}, t)$  が  $T_0$  の周期関数  $u_{em}(\mathbf{r}, t + T_0) = u_{em}(\mathbf{r}, t)$ 、 $p_{em}(\mathbf{r}, t + T_0) = p_{em}(\mathbf{r}, t)$  であることを用いると、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T_0} \int_{t-T_0}^t dt' \left[ \frac{\partial u_{em}(\mathbf{r}, t')}{\partial t'} + p_{em}(\mathbf{r}, t') \right] \\ &= \frac{1}{T_0} \int_{t-T_0}^t p_{em}(\mathbf{r}, t') dt' \equiv \bar{p}_{em}(\mathbf{r}) \quad (20) \end{aligned}$$

となって電磁場エネルギーの変化が相殺され、時間平均損失電力密度  $\bar{p}_{em}(\mathbf{r})$  のみが残ることがわかる。一方、Eq. (19) の時間平均は

$$\frac{1}{T_0} \int_{t-T_0}^t e^{j(p-p')\omega_0 t} dt' = \delta_{p,p'} \quad (21)$$

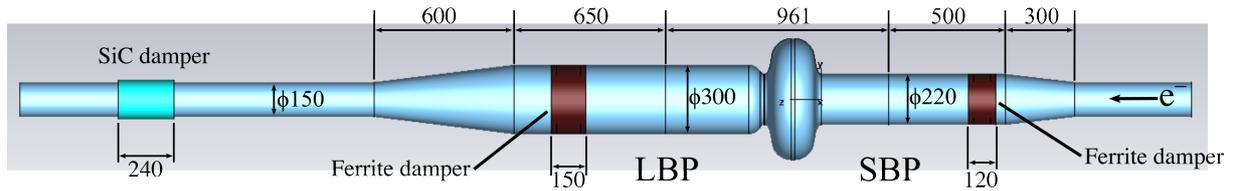


Figure 1: Simulation model of the SuperKEKB superconducting cavity (unit: mm).

を用いると異なる次数  $p$  の高調波同士の干渉項が消え、最終的に

$$\bar{p}_{em}(\mathbf{r}) = \sum_{p=1}^{\infty} 2p\omega_0 \left| \frac{\tilde{q}_p}{T_0} \right|^2 \left[ \varepsilon_0 \varepsilon_r''(\mathbf{r}, p\omega_0) |\tilde{\mathbf{e}}_1(\mathbf{r}, p\omega_0)|^2 + \mu_0 \mu_r''(\mathbf{r}, p\omega_0) |\tilde{\mathbf{h}}_1(\mathbf{r}, p\omega_0)|^2 \right] \quad (22)$$

を得る。このように、ビーム周回時間で平均化した損失電力密度  $\bar{p}_{em}(\mathbf{r})$  は、Eq. (10) の  $p_{em}(\mathbf{r}, t)$  と異なり、分散の物理モデルを考えなくとも計算できる量である。

### 3. SuperKEKB 超伝導空洞での計算例

#### 3.1 SuperKEKB 超伝導空洞

前節で示した高次モード電力の計算方法を SuperKEKB の 508.9 MHz 超伝導空洞 [6–14] に適用し、高次モード電力を計算した。SuperKEKB 加速器は電子陽電子衝突型加速器で、High Energy Ring (HER) を周回する電子ビームは 7 GeV、Low Energy Ring (LER) を周回する陽電子ビームは 4 GeV で運転される。LER では常伝導のアレス空洞 [15]、HER ではアレス空洞に加えて超伝導空洞をビーム加速に使用している。なお、両空洞は SuperKEKB の前身である KEKB の時代から運転に使用されている。

SuperKEKB 超伝導空洞のシミュレーションモデルを Fig. 1 に示す。本空洞では空洞セルに大口径のビームパイプを取り付け、加速モード以外の高次モードをビームパイプに逃してフェライト製のダンパー [8, 10] で高次モードを減衰させている。ビームパイプ径は空洞上流側が  $\phi 220$  mm、下流側が  $\phi 300$  mm である。上流側のビームパイプを Small Beam Pipe (SBP)、下流側を Large Beam Pipe (LBP) と呼称する。また、SuperKEKB における大電流ビーム化に向け、一部の空洞の下流側のテーパー外に SiC ダンパーが新設された [11, 12]。これは下流の空洞へ伝搬する高次モードの電力を吸収するのが目的である。

このように SuperKEKB の超伝導空洞の高次モード減衰機構は 2 つの寸法が異なるフェライトダンパーと SiC ダンパーからなり、それぞれの高次モード電力も異なる。各ダンパーは冷却水で冷却されており、出入の水温度差から各ダンパーにおける高次モード電力の測定が行われている [12, 13]。本空洞では、近年のビーム電流の増強に伴う LBP 側フェライトダンパーの高次モード電力の増加が懸念視されている。また、SuperKEKB での運転経験から、ダンパーの吸収電力から見積もった実効的 loss factor とバンチのフィルパターンに強い相関が見られることがわかっている [12–14]。そこで、今回考案し

た高次モード電力計算手法を検証するとともに、フィルパターンと loss factor の相関の原因を考察した。

#### 3.2 シミュレーション

シミュレーションは CST Particle Studio [16] の Wakefield Solver を用いて行った。計算設定を Table 1 に示す。Figure 1 のようにシミュレーションモデルは軸対称形状とし、入力カプラ等の構造は無視した。粒子バンチは空洞対称軸上を通し対称面は Magnetic Symmetry に設定、1/4 モデルで計算した。ビームパイプの終端面は Open boundary とした。

フェライトと SiC の分散は 1 次 Debye モデルを仮定した。1 次 Debye モデルの誘電率及び透磁率は下式のような関数形で表される：

$$f(\omega) = f'(\omega) - jf''(\omega) = f_{\infty} + \frac{f_s - f_{\infty}}{1 + j\omega\tau_f}, \quad (23)$$

$$f'(\omega) = f_{\infty} + \frac{f_s - f_{\infty}}{1 + (\omega\tau_f)^2}, \quad (24)$$

$$f''(\omega) = \frac{(f_s - f_{\infty})\omega\tau_f}{1 + (\omega\tau_f)^2}. \quad (25)$$

ここで、 $f_{\infty}$  は高周波極限、 $f_s$  は低周波数極限での  $f(\omega)$  の値、 $\tau_f$  は緩和時間、 $f'(\omega)$  は  $f(\omega)$  の実部、 $f''(\omega)$  は虚部である。比誘電率の場合は  $f \rightarrow \varepsilon_r$ 、比透磁率の場合は  $f \rightarrow \mu_r$  と読み替えよ。シミュレーションでのフェライトと SiC の設定パラメータを Table 2 に示す。SiC の

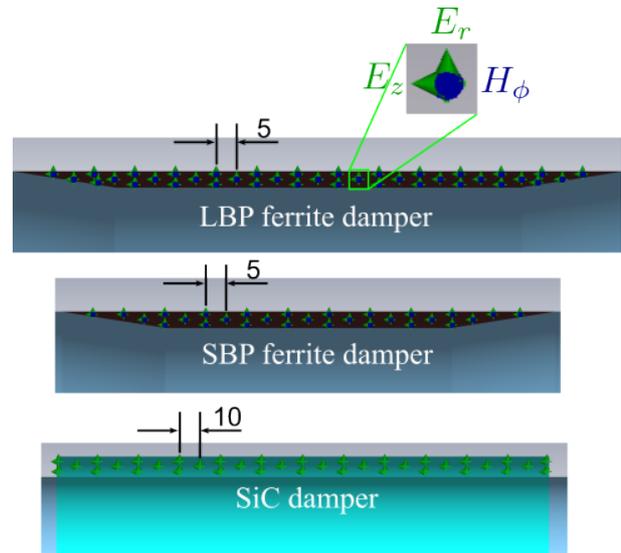


Figure 2: Field Probes inside the materials (unit: mm).

比透磁率は  $\mu_r = 1$  に固定した。

CST の時間領域シミュレーションでは、Field Probe という任意の座標の電磁場を時間領域で記録する機能があり、Fig. 2 のように LBP と SBP のフェライト及び SiC 内部に複数の Field Probe をほぼ等間隔に設けた。これは物質内部の  $\mathbf{e}_1(\mathbf{r}, t)$ 、 $\mathbf{h}_1(\mathbf{r}, t)$  を取得することに他ならない。また、空洞形状は軸対称であり且つ粒子バンチも対称軸上を通るため、電磁場も軸対称である。このことから、Fig. 2 のように同一平面上に Field Probe を配置すれば十分である。

Table 1: Simulation Setup

Parameter	Value
Bunch length (sigma)	5.0 mm
Wavelength	500 m
Velocity (Beta)	1.0
Charge	1.0 nC
Lines per sigma	7.0
Current injection scheme	Transmission line
Wake integration method	Indirect testbeams

Table 2: Dispersion of Materials

	IB004 ferrite	SiC
$\epsilon_s$	18	100
$\epsilon_\infty$	11	12
$1/\tau_\epsilon$	$2\pi \times 8 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$	$2\pi \times 3 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$
$\mu_s$	38	—
$\mu_\infty$	1	—
$1/\tau_\mu$	$2\pi \times 2.3 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	—

### 3.3 計算結果

計算結果として、フェライト及び SiC 内部の電磁場スペクトルを Fig. 3 に示す。ここに示したスペクトルは

$$\langle |\tilde{\mathbf{e}}_1(\mathbf{r}, \omega)|^2 \rangle_{V_{\text{abs}}} = \frac{1}{N_{\text{prb}}} \sum_{\mathbf{r}_i \in V_{\text{abs}}} |\tilde{\mathbf{e}}_1(\mathbf{r}_i, \omega)|^2, \quad (26)$$

$$\langle |\tilde{\mathbf{h}}_1(\mathbf{r}, \omega)|^2 \rangle_{V_{\text{abs}}} = \frac{1}{N_{\text{prb}}} \sum_{\mathbf{r}_i \in V_{\text{abs}}} |\tilde{\mathbf{h}}_1(\mathbf{r}_i, \omega)|^2, \quad (27)$$

のように振幅の自乗を各吸収体内部で体積平均したものである。ここで、 $\langle \dots \rangle_V$  は体積  $V$  内部での平均値、 $V_{\text{abs}}$  は吸収体の体積、 $N_{\text{prb}}$  は吸収体内部に仕掛けられた Field Probe の数である。また、Fig. 3 の 1–2 GHz 周辺を拡大した図を Fig. 4 に示す。LBP フェライトダクト内部のスペクトルにおいて、RF 周波数  $f_{\text{rf}} \approx 508.9 \text{ MHz}$  の 2 倍高調波付近に高いピークを確認できる。このようにビームスペクトルと高次モードのスペクトルのピークが重なると共振の効果により、高次モード電力とバンチフィルパターンとの相関が強くなる。

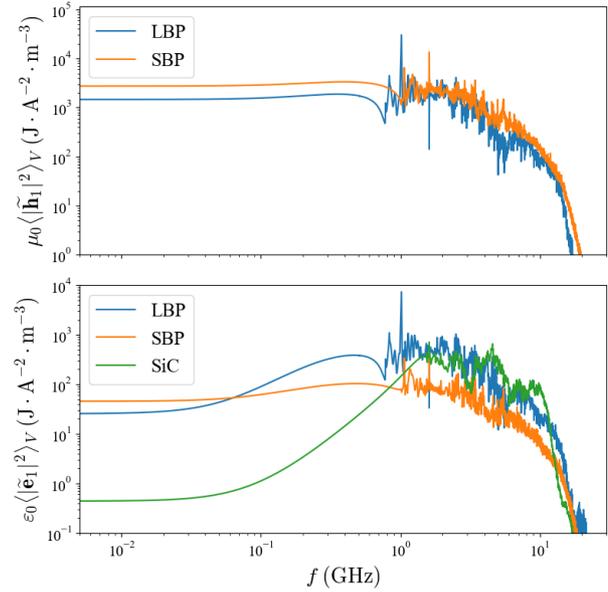


Figure 3: Spectra of the electromagnetic field inside the materials. The upper figure shows the magnetic field and lower figure shows the electric field.

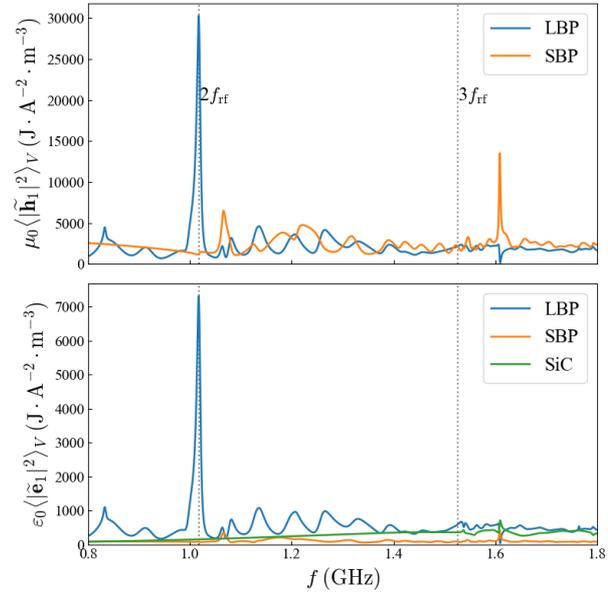


Figure 4: Expanded plot of Fig. 3 around the second and third harmonics of the RF frequency  $f_{\text{rf}} = 508.877 \text{ MHz}$ . The vertical dotted lines show the second and third harmonics of the RF frequency.

そこで実際に実効的 loss factor のフィルパターン依存性を検証する。実効的 loss factor は

$$k_{\text{eff}} = \frac{P_{\text{abs}}}{M q_b^2 f_0} = \frac{P_{\text{abs}} M f_0}{I_{\text{av}}^2} \quad (28)$$

で表される量である [9]。ここで、 $q_b$  はバンチ電荷、 $M$  は蓄積ビームのバンチ数、 $f_0 = 1/T_0$  は周回周波数、 $I_{\text{av}} = M q_b / T_0$  は平均ビーム電流である。1つの吸収体

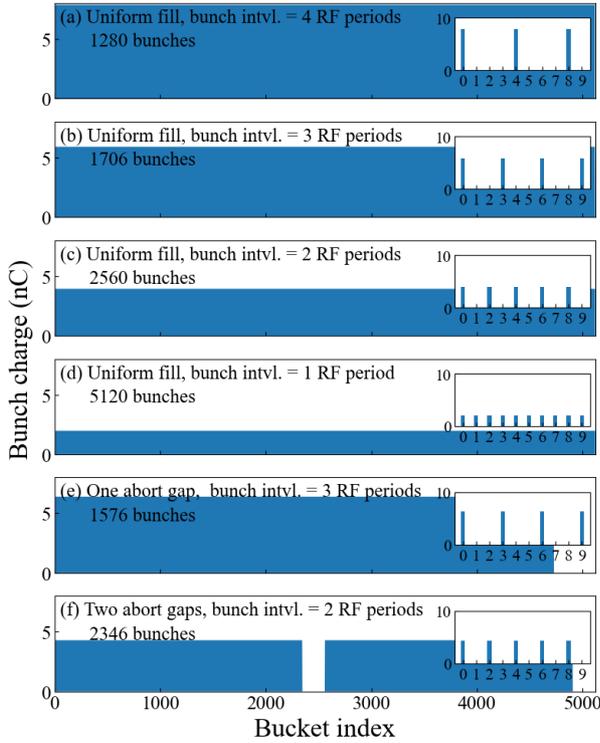


Figure 5: Fill patterns and bunch charges at  $I_{av} = 1$  A. The inset plots show the first ten RF buckets.

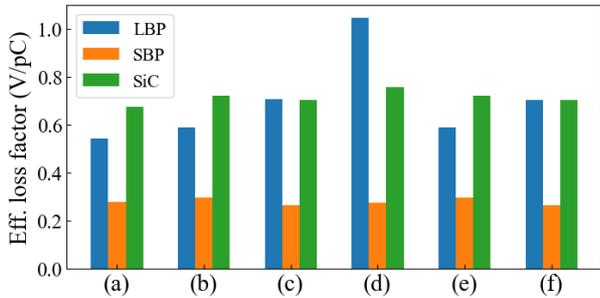


Figure 6: Calculated effective loss factor in several fill patterns.

全体の時間平均高次モード電力  $P_{abs}$  は、吸収体内部の  $\bar{p}_{em}(\mathbf{r})$  の体積積分から

$$P_{abs} = \iiint_{V_{abs}} \bar{p}_{em}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} \approx V_{abs} \langle \bar{p}_{em} \rangle_{V_{abs}} \quad (29)$$

$$\langle \bar{p}_{em} \rangle_{V_{abs}} = \frac{1}{N_{prb}} \sum_{\mathbf{r}_i \in V_{abs}} \bar{p}_{em}(\mathbf{r}_i) \quad (30)$$

と表せられる。ここで、 $\langle \bar{p}_{em} \rangle_{V_{abs}}$  は各 Field Probe で得られた  $\bar{p}_{em}(\mathbf{r}_i)$  の平均値を示す。フィルパターンに対する依存性を検証するため、Fig. 5 に示したいくつかのフィルパターンを考える。図はビーム電流 1 A のときの各 RF bucket のバンチ電荷を示している。SuperKEKB では  $h = 5120$  である。Figure 5(a)-(d) は一様なフィルパターンで、バンチ間隔がそれぞれ (a) 4 RF 周期、(b) 3 RF 周期、(c) 2 RF 周期、(d) 1 RF 周期である。なお、

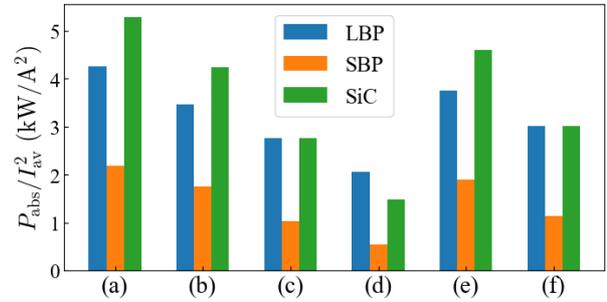


Figure 7: HOM power normalised by average beam current squared in several fill patterns.

$h = 5120$  が 3 の倍数ではないため Fig. 5(b) は完全な一様フィルではない。Figure 5(e), (f) は SuperKEKB の abort gap を考慮したフィルパターンである。Figure 5(e) は 3 RF 周期のバンチ間隔で abort gap が 1 箇所の場合、Fig. 5(f) は 2 RF 周期のバンチ間隔で abort gap が 2 箇所の場合である。近年の SuperKEKB のフィルパターンは Fig. 5(f) に近い。

各フィルパターンにおける実効的 loss factor の計算結果を Fig. 6 に示す。まず、一様フィルの場合 [Fig. 6(a)-(d)] を見ると、LBP フェライトダンパーの loss factor がバンチ間隔と強く相関しており、間隔が狭くなるにつれて loss factor が増大することがわかる。一方、同じバンチ間隔で abort gap のありなしで比較すると [(b) & (e), (c) & (f)], abort gap の loss factor への影響は極めて小さい。

Figure 7 は、縦軸を高次モード電力をビーム電流で規格化した値  $P_{abs}/I_{av}^2$  にしてプロットしたものである。一様フィルの場合 [Fig. 7(a)-(d)] を見ると、バンチ間隔を狭くするほど高次モード電力が小さくなることが分かった。これは、間隔を狭くすることによる実効的 loss factor の増大効果を、バンチ電荷を下げることによる高次モード電力の低減効果が上回ることを示している。

#### 4. 考察と今後の展望

今回の理論計算で確認された LBP ダンパーの実効的 loss factor とバンチ間隔との強い相関は実測でも確認されている [12-14]。実際の空洞では、空洞区間下流側の空洞は上流からの伝搬電力により吸収電力が大きくなる傾向がある。この効果が概ね無視できる D10D や D11A 等の上流側空洞での測定結果を見ると、実効的 loss factor の実測値は LBP ダンパーで  $\sim 0.7$  V/pC ( $M \approx 2300$ ) で計算値と良好に一致、SBP ダンパーで  $\sim 0.3-0.4$  V/pC で計算値より 3-5 割大きかった。また、現在 2 台導入されている SiC ダンパーでは実測値  $\sim 0.8$  V/pC で、計算値とよく一致する。これらの結果から、今回考察した高次モード電力の計算手法は測定結果を概ね説明できることが分かった。また、バンチ間隔を現在の 2 RF 周期から 1 RF 周期にした場合、実効的 loss factor の増大分よりもバンチ電荷低減による高次モード電力の減少分が上回ることが示唆された。今後は、エネルギー保存則や wake potential から計算される高次モード電力と矛盾しないかといった観点から本手法の更なる検証を進める。

## 参考文献

- [1] J. D. Jackson, "Classical Electrodynamics", 3rd ed. (John Wiley & Sons, New York, 1999), in Chap. 6.
- [2] R. Loudon, "The propagation of electromagnetic energy through an absorbing dielectric", *J. Phys. A*, vol. 3, p. 233, 1970. doi:10.1088/0305-4470/3/3/008
- [3] R. Ruppin, "Electromagnetic energy density in a dispersive and absorptive material", *Phys. Lett. A*, vol. 299, pp. 309–312, 2002. doi:10.1016/S0375-9601(01)00838-6
- [4] P.-G. Luan, "Power loss and electromagnetic energy density in a dispersive metamaterial medium", *Phys. Rev. E*, vol. 80, p. 046601, 2009. doi:10.1103/PhysRevE.80.046601
- [5] K.-M. Huang and Y.-H. Liao, "Transient power loss density of electromagnetic pulse in Debye media", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 63, p. 135, 2015. doi:10.1109/TMTT.2014.2374158
- [6] T. Takahashi, K. Asano, T. Furuya, Y. Funahashi, S. Mitsunobu, T. Tajima, Y. Ishii, Y. Kijima, Y. Kojima, and T. Murai, "Development of superconducting cavity for KEK B-Factory", *KEK Preprint* 93-102, 1993.
- [7] T. Furuya, K. Asano, Y. Ishi, Y. Kijima, S. Mitsunobu, T. Murai, K. Sennyu, T. Tajima, and T. Takahashi, "Superconducting accelerating cavity for KEK B-Factory", in *Proceedings of the 1995 Workshop on RF Superconductivity*, Gif-sur-Yvette, France, Oct. 1995, pp. 729–733.
- [8] T. Tajima, K. Asano, T. Furuya, E. Ezura, S. Mitsunobu, Y. Arima, and T. Morita, "Recent development of HOM absorbers for KEKB superconducting cavities", in *Proceedings of the 1997 Workshop on RF Superconductivity*, Abano Terme (Padova), Italy, Oct. 1997, pp. 709–724.
- [9] T. Tajima, K. Akai, E. Ezura, T. Furuya, K. Hosoyama, and S. Mitsunobu, "The superconducting cavity system for KEKB", in *Proceedings of the 1999 Particle Accelerator Conference*, New York, USA, Mar.-Apr. 1999, pp. 440–444.
- [10] T. Tajima, "Development of higher-order-mode (HOM) absorbers for KEKB superconducting cavities", *KEK Report* 2000-10, 2000.
- [11] M. Nishiwaki, K. Akai, T. Furuya, A. Kabe, S. Mitsunobu, and Y. Morita, "Developments of HOM dampers for SuperKEKB superconducting cavity", in *Proceedings of the 16th International Conference on RF Superconductivity*, Paris, France, Sep. 2013, pp. 1058–1060.
- [12] M. Nishiwaki, K. Akai, T. Furuya, S. Mitsunobu, Y. Morita, and T. Okada, "Operating experience of SRF system at high beam current in SuperKEKB", in *Proceedings of the 21st International Conference on RF Superconductivity*, Grand Rapids, Michigan, USA, Jun. 2023, pp. 38–42.
- [13] T. Okada, K. Akai, T. Furuya, S. Mitsunobu, Y. Morita, and M. Nishiwaki, "Loading test of HOM dampers for superconducting cavities for high current at SuperKEKB", in *Proceedings of the 21st International Conference on RF Superconductivity*, Grand Rapids, Michigan, USA, Jun. 2023, pp. 271–274.
- [14] T. Okada, K. Akai, M. Nishiwaki, S. Mitsunobu, T. Furuya, T. Yamaguchi, and Y. Morita, "Higher order mode power in superconducting cavities of SuperKEKB with high current operation", in *Proceedings of the 16th International Particle Accelerator Conference*, Taipei, Taiwan, Jun. 2025, pp. 1734–1737.
- [15] T. Kageyama, K. Akai, N. Akasaka, E. Ezura, H. Mizuno, F. Naito, H. Nakanishi, H. Sakai, Y. Takeuchi, and Y. Yamazaki, "Development of high-power ARES cavities", in *Proceedings of the 17th Particle Accelerator Conference*, Vancouver, Canada, May 1997, pp. 2902–2904.
- [16] CST Studio Suite, <https://www.3ds.com/products/simulia/cst-studio-suite>