

## 光導波路による自由電子レーザーの伸長抑制

### PULSE STRETCH SUPPRESSION IN FREE-ELECTRON LASER BY USING WAVEGUIDES

南野冠汰<sup>#,A)</sup>, 坂本文人<sup>B)</sup>, 林崎規託<sup>A)</sup>

Kanta Minamino, Fumito Sakamoto, Noriyosu Hayashizaki

<sup>A)</sup> Institute of Science Tokyo

<sup>B)</sup> National Institute of Technology, Akita College

#### Abstract

The free-electron laser (FEL) has the feature of wavelength tunability and holds the potential as a next-generation light source. In the optical amplification process of FEL, pulse width broadening occurs when synchrotron radiation overtakes an electron beam passing through a periodic magnetic field. This phenomenon is called time slip, which is a cause of the oscillation of ultrashort laser pulses in the attosecond regime. In this study, we propose a method to reduce the time slip to zero and show the feasibility of waveguide FEL. To achieve zero-time slip, the group velocity of light needs to match that of the electron beam, which can be achieved using a waveguide. Additionally, for our simulations, we used the open-source numerical code GENESIS 1.3. By applying custom boundary conditions, we enabled FEL simulations inside the waveguide. As a result, we found that appropriately adjusting the waveguide height reduces pulse width broadening effectively.

#### 1. 諸言

自由電子レーザー(Free-Electron Laser : FEL)は波長可変性が最大の特徴で、光化学応用や原子核物理など様々な分野での応用が期待されている光源である。しかし、FEL の光増幅過程では放射光と電子ビームの位相が揃っている必要があるため、周期磁場を通過する電子ビームを放射光が追い越してしまい、パルス幅の伸長が生じる。この現象は時間スリップと呼ばれ、アト秒領域の超短パルスレーザー発振の妨げとなっている。本研究では放射波長 20  $\mu\text{m}$  の赤外 FEL に対し、時間スリップを極限まで低減させる手法を提案し、その原理をシミュレーションによって実証することを目的とした。対象とした光はテラヘルツ波と呼ばれる波長帯域でこの領域における FEL は、時空間コヒーレンスが最大の利点である。特に時間コヒーレンスの改善は、アト秒領域に達する短パルス性や進行方向での光の干渉による大強度光の実現につながるため、時間分解分光といった光科学応用への展開が期待できる。

本研究では、時間スリップを極限まで低減させるために、放射光の速度を低下させ電子ビームの速度と一致させることを検討した。その手法として、導波路中における光の群速度が自由空間での光速を下回る現象を応用した。また、FEL シミュレーションには世界的に広く用いられているオープンソースコードである GENESIS 1.3[1]を改変して利用し、境界条件を考慮したシミュレーションを行った。これにより導波路高さを適切に設定することで、求める放射波長で十分なパルス幅の伸長抑制効果があることを示すことができた。

#### 2. 自由電子レーザーの概要

自由電子レーザーの原理図を Fig. 1 に示す。光速近くま

で加速した電子は、磁石によって進行方向を曲げられた際に放射光を発生する。これはシンクロトロン放射光と呼ばれ、非常に高い輝度、指向性、偏光性が特徴である。FEL は周期磁場(アンジュレータ)におけるシンクロトロン放射光と電子の相互作用を利用したもので、その放射波長は Eq. (1)で与えられる[2]。ここで、 $\lambda_u$ は磁場周期長、 $\gamma$ は電子のエネルギー、 $K$ は磁場の強度を表すパラメータである。

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left( 1 + \frac{K^2}{2} \right) \quad (1)$$

Equation (1)から分かるように、FEL は磁場の周期や電子のエネルギーを調整することで、理論上あらゆる波長帯のレーザーを作り出すことが可能である。これは他のレーザーにない特徴であり、FEL は次世代の光源としての可能性を有している。

一方で、FEL の欠点と言えるのが時間スリップによるパルス幅伸長である。次節で詳しく述べるが、自由電子レーザーが増幅する際、電子ビームと放射光の位相が揃っている必要がある。電子は磁場中を蛇行運動するため、光に対して電子は遅れてしまい光電場との十分な相互作用ができない。これが時間スリップと呼ばれる現象で、

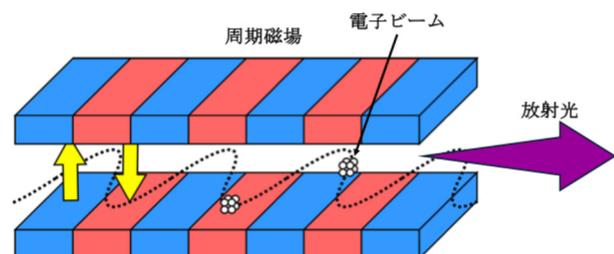


Figure 1: Principle of free-electron laser.

<sup>#</sup> minamino.k.ec52@m.isct.ac.jp

原理上避けることができないが、何らかの手段で光の群速度を低下させ、電子ビームの速度に揃えることができればパルス幅の伸長は大きく改善する。本研究ではその手段として、光と電子の分散関係に着目し導波路構造を入れることを検討した。

### 3. 導波路 FEL の理論[3,4]

#### 3.1 導波路の概要

本研究では FEL の伝送線路として、金属導波路を採用した。導波路には主に矩形のものや円形のものがあるが、数値計算の都合から矩形導波路を選択した。導波路は、管内波長が真空中のそれと比べ伸びるため、管内の光の群速度は低下するという特徴をもつ。この効果は導波路の寸法に依存するため、適切に設定することで時間スリップを極限まで低減することが可能となる。

#### 3.2 導波路中の光の分散関係

電子ビームと放射光の相互作用を考えるにあたって、重要となるのが分散関係と呼ばれる式である。分散関係とは角周波数  $\omega$  と波数  $k$  との関係式で、これを用いることで真空中に限らず、媒質中や物質中の波の速度を統一的に考えることができる。本研究で用いる導波路中の光の分散関係は Eq. (2) で与えられる[3]。  $k_g$  は導波路内の光の波数、  $L_y$  は導波路の高さである。

$$\frac{\omega}{c} = k = \sqrt{k_g^2 + k_c^2} \quad (2)$$

ここで、  $k_c$  はカットオフ波数といい Eq. (3) で与えられる。  $L_x$ 、  $L_y$  はそれぞれ導波路の横幅と高さ、  $m$ 、  $n$  は 0 を含む自然数である。本研究で対象としている FEL は水平偏光のため、  $TE_{01}$  モードを仮定した。この場合、  $m = 0$ 、  $n = 1$  なので、  $k_c = \pi/L_y$  となる。

$$k_c^2 = \left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 \quad (3)$$

分散関係を考えるにあたって、  $\omega/k$  のことを位相速度、  $d\omega/dk$  のことを群速度と呼ぶ(以後、位相速度は  $v_{ph}$ 、群速度は  $v_{gr}$  とおく)。したがって、 Eq. (2) において、位相速度、群速度は次式ようになる。

$$v_{ph}/c = \frac{\omega}{k_g} = \sqrt{1 + \{\pi/(k_g L_y)\}^2} \quad (4)$$

$$v_{gr}/c = \frac{1}{c} \frac{d\omega}{dk_g} = \frac{1}{1 + \{\pi/(k_g L_y)\}^2} \quad (5)$$

Equation (5) から、前述の通り導波路内の光の群速度は自由空間中の速度より小さくなるのが分かる。また、群速度が導波路高さ  $L_y$  に依存することも意味している。

#### 3.3 電子ビームの分散関係

Figure 2 にアンジュレータ中の電子と光の様子を示す。電子ビームの分散関係を求めることは、FEL の共鳴条件

を求めることに等しいため、その導出を行っていく。放射光が増幅するためには、電子と放射光の光電場の位相が揃っている必要がある。しかし、進行方向における電子の速度  $c\beta_z$  は光速を超えることはない。したがって、電子ビームが  $\lambda_u$  進んだ際に、放射光は  $\lambda_u$  に加え、自身の波長  $\lambda$  だけ進むことで位相が揃う。このことを式で表すと、 Eq. (6) のように書ける。ここで、  $v_{ph}$  は光の位相速度である。

$$\frac{\lambda_u}{c\beta_z} = \frac{\lambda_u + \lambda}{v_{ph}} \quad (6)$$

上式が成り立つとき、電子と放射光は 1 波長分遅れて位相が揃う。これを共鳴条件という。 Equation (6) に  $\lambda_u = 2\pi/k_u$ 、  $\lambda = 2\pi/k$ 、  $v_{ph} = \omega/k$  を代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{1/k_u}{c\beta_z} &= \frac{1/k_u + 1/k}{\omega/k} \\ \therefore \frac{\omega}{c} &= \beta_z(k + k_u) \end{aligned} \quad (7)$$

Equation (7) が真空中の電子ビームの分散関係である。本研究では導波路中での相互作用を考えているので、  $k$  を  $k_g$  に置き換えた Eq. (8) が必要な分散関係式である。

$$\frac{\omega}{c} = k = \beta_z(k_g + k_u) \quad (8)$$

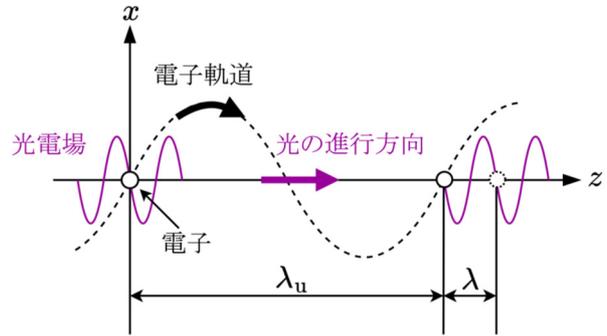


Figure 2: Propagation of electrons and light in a periodic magnetic field.

#### 3.4 導波路 FEL の発振波長と導波管高さ

改めて、導波路中の光と電子ビームの分散関係は以下のように書くことができた。

$$\begin{cases} \frac{\omega}{c} = k = \sqrt{k_g^2 + k_c^2} & (9) \\ \frac{\omega}{c} = k = \beta_z(k_g + k_u) & (10) \end{cases}$$

分散関係の定義から、 Eq. (9) と Eq. (10) が等しくなると、両者の速度が一致し、時間スリップはゼロとなる。 Equation (9) より、  $k_g = \sqrt{k^2 - k_c^2}$  なので、次の方程式を解けばよい。

$$k = \beta_z \left( \sqrt{k^2 - k_c^2} + k_u \right)$$

両辺を  $\beta_z$  で除して  $k$  について整理すると、

$$(1 - \beta_z^2)k^2 - 2k_u\beta_z k + \beta_z^2(k_u^2 + k_c^2) = 0$$

このような  $k$  についての二次方程式が得られる。これを解の公式で  $k$  について解くと、Eq. (11) で与えられる 2 解を得る [4]。

$$k = \frac{1 \pm \beta_z \Delta_0}{1 + \beta_z} k_{sr0} \quad (11)$$

$$\text{ただし、} \Delta_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{k_c}{k_u}\right)^2 \left(\frac{1}{\beta_z^2} - 1\right)} \quad (12)$$

$$k_{sr0} = \frac{\beta_z}{1 - \beta_z} k_u = \frac{2\pi}{\lambda_{sr0}} \quad (13)$$

$$\lambda_{sr0} = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2}\right) \quad (14)$$

Equation (11) より、 $\Delta_0$  が正か負か、またはゼロかによって放射波長が変化することが分かる。後に図と共に詳細を述べるが、 $\Delta_0 = 0$  の時の  $k$  が時間スリップゼロの時の放射波数である。 $\Delta_0 = 0$  を満たす  $L_y$  を求めると、次のようになる。

$$\left(\frac{k_u}{k_c}\right)^2 = \frac{1}{\beta_z^2} - 1$$

$$\therefore L_y = \frac{\lambda_u}{2} \sqrt{\frac{1}{\beta_z^2} - 1} \quad (15)$$

また、その時の放射波長  $\lambda$  は次のようになる。

$$k = \frac{\beta_z}{1 - \beta_z^2} k_u$$

$$\therefore \lambda = \frac{1 - \beta_z^2}{\beta_z} \lambda_u \quad (16)$$

### 3.5 分散関係の図的解釈

3.4 節において、導波路内における分散関係式を解くことで放射波長や導波路高さの導出を行った。本節では分散関係のグラフからその意味について述べる。Figure 3 に Eq. (9) と Eq. (10) のグラフを示す。黒線が電子ビームの分散関係、紫線が導波路内の光の分散関係である。ここで、黒線の切片は  $k_u$ 、紫線の切片は導波路高さ  $L_y$  である。3.4 節で述べた導波管高さの導出過程は Fig. 3 において、放射光の分散関係の切片  $L_y$  を調整し、電子ビームの分散関係と一点で接するようにする操作に等しい。

また、Eq. (5) から分かるように、光の群速度はその分散関係の接線である。したがって放射波長を決定する操

作は、電子ビームの分散関係の傾き  $\beta_z$  と放射光の分散関係の接線の傾き  $v_{gr}/c$  を一致させることに等しい。以上の 2 つの条件を求める波長帯で実現できれば、時間スリップは理論上ゼロとなる。

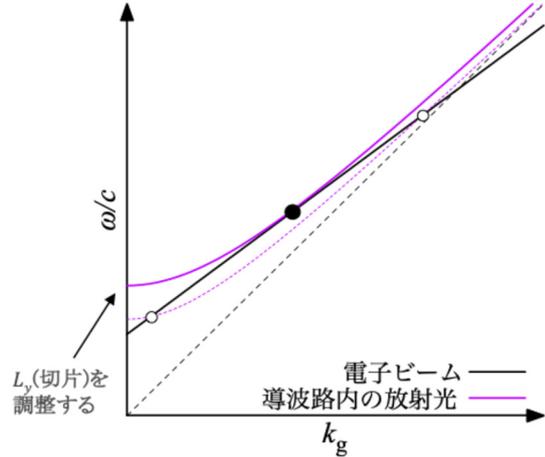


Figure 3 Dispersion relation of electron beam and light in waveguides.

### 3.6 主要なパラメータの決定

導波路 FEL の共鳴波長は Eq. (16) で与えられるが、この式からアンジュレータ周期、強度を決定することができる。Equation (16) を  $\beta_z$  について解くと次式を得る。

$$\beta_z = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_u}\right)^2 + 4} - \frac{\lambda}{\lambda_u} \right\} \quad (17)$$

また、電子ビームの光速に対する光速度は次式で与えられる。

$$\beta_z^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2}\right) \quad (18)$$

Equation (18) を  $K$  について解くと、次式を得る。

$$K = \sqrt{2\gamma^2(1 - \beta_z^2) - 2} \quad (19)$$

$K > 0$  より、 $\beta_z$  は次の条件を満たさねばならない。

$$\gamma > \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_z^2}} = \gamma_z \quad (20)$$

以上のことから、 $\gamma > \gamma_z$  を満たすように  $\beta_z$  を決定することで、 $K$  と  $\lambda = 20 \mu\text{m}$  のときの  $\lambda_u$  が決定できる。本研究の数値計算では、 $\lambda_u = 12.0 \text{ mm}$ 、 $K = 1.3806$  とした。そして、これらの値を用いると放射波長  $\lambda = 20 \mu\text{m}$  のとき、 $L_y = 245.05 \mu\text{m}$  と求めた。

## 4. GENESIS1.3 における光伝播の数値計算

本研究のシミュレーションには GENESIS1.3 というオー

ブンスの FEL 数値計算コードを利用した[1]。しかし、GENESIS1.3 はそのままでは境界条件を考慮した数値計算を行うことができない。そこで本研究では、放射光電場の計算をするプログラムを一部書き換えることでこれを実現した。

FEL は水平偏光であるから、光電場は外部境界の左右面に対しては垂直に、上下面に対しては水平に接する。このことから、左右境界面については光電場の接線成分がゼロとなるよう  $\partial E/\partial x = 0$  とした。これをノイマン条件という。一方、上下境界面については光電場が全反射するよう  $E = 0$  とするディリクレ条件を設定した。また、GENESIS1.3 では解析領域を正方形で設定している ( $\Delta x = \Delta y$ ) ため、両者を独立に設定できない。そこで、Fig. 4 に示すように  $xy$  平面において導波路外の上下領域は強制的にゼロとした[5]。さらに計算領域は長方形形状を仮定し、 $x$  方向の分割数  $ngrid$  と、導波路内領域を指定するための分割数  $b$  は、 $L_y = L_x \times b/ngrid = 245.05 \mu\text{m}$  を満たすように定めた。

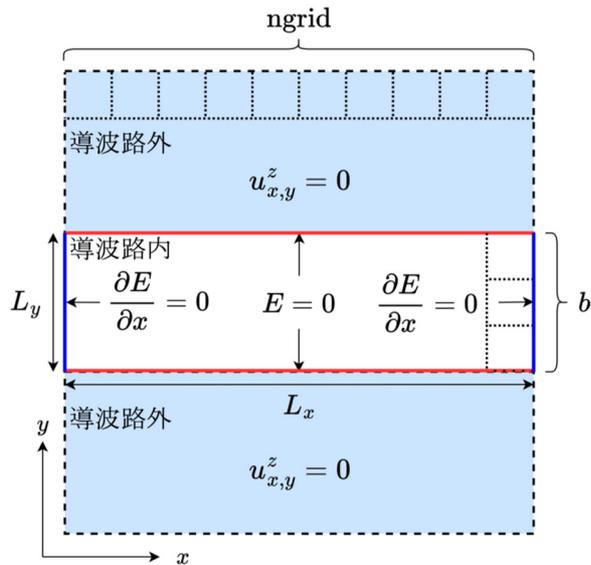


Figure 4: Boundary conditions in calculations using GENESIS1.3.

## 5. 結果と考察

数値計算に使用した主なパラメータを Table 1 に示す。Figure 5 はシミュレーションによって得られた FEL の波長スペクトルである。これを見ると目的の中心波長  $20 \mu\text{m}$  の放射光が得られていることが分かる。また、Fig. 6 に  $L_y = 245.05 \mu\text{m}$  としたときと、その 10 倍の  $L_y = 2.4505 \text{mm}$  としたときの FEL パルスの時間分布を示す。FWHM を計算すると前者が  $0.37 \text{ps}$ 、後者が  $1.7 \text{ps}$  となり、適切な導波路高さに設定することでパルス幅の伸長抑制が可能であると分かった。さらに、パルスの形状も複数のピークが現れず、改善できている。

これらの結果について考察する。Figure 5 では線スペクトルではなく、やや広がりをもった波長スペクトル分布となっている。このような結果となった一つの理由は、導波路 FEL の発振原理にあると考えられる。Figure 7 に真空中における FEL の分散関係を示す。これは、Eq. (9)を

$\omega/c = k$  としたものである。Figure 7 から、通常の FEL では分散関係の交点で発振が起きることが分かる。一方で、Fig. 3 に示した 2 式の分散関係を改めて振り返ると、両者は交わず一点で接している。これにより、交差する場合と比べ、広い範囲で発振が起きていると考えられる。また、シミュレーションに使用した電子ビームにも  $0.1\%$  程度のエネルギー広がり存在するため、この影響も無視できない。

Table 1: Parameters of Waveguide FEL

ビームエネルギー	$\gamma = 34.247$
アンジュレータ周期	$\lambda_u = 12.0 \text{ mm}$
アンジュレータ強度	$K = 1.3846$
導波路高さ	$L_y = 245.05 \mu\text{m}$
導波路幅	$L_x = 750.10 \mu\text{m}$
放射波長	$\lambda = 20.0 \mu\text{m}$
分割数	$ngrid = 251$
	$b = 41$

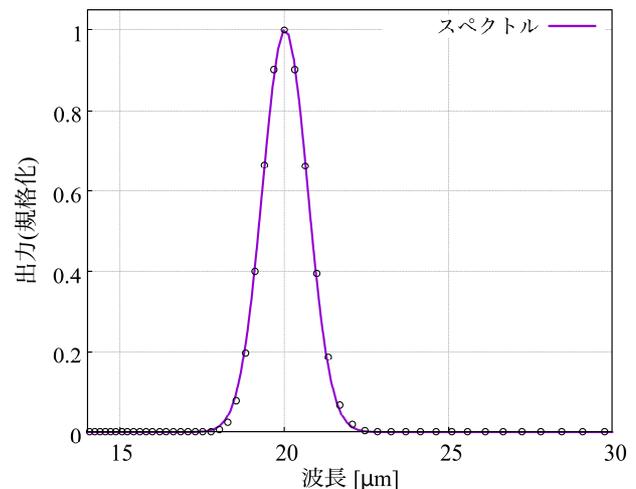


Figure 5: Wavelength spectrum of waveguide FEL.

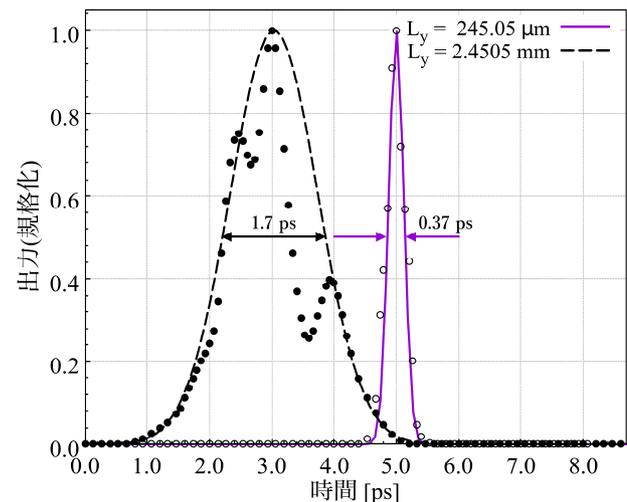


Figure 6: Pulse stretch suppression of waveguide FEL.

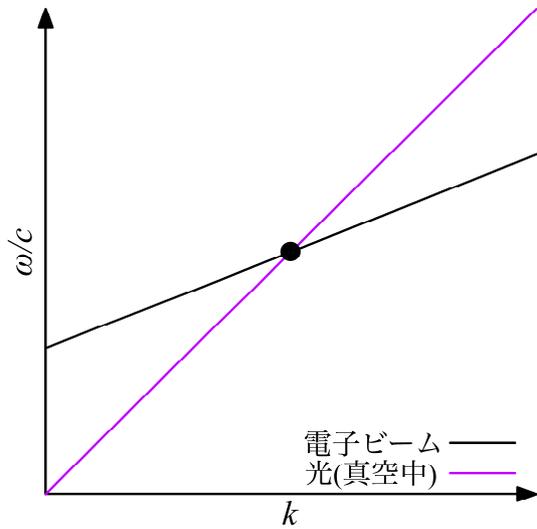


Figure 7: Dispersion relation of FEL in vacuum.

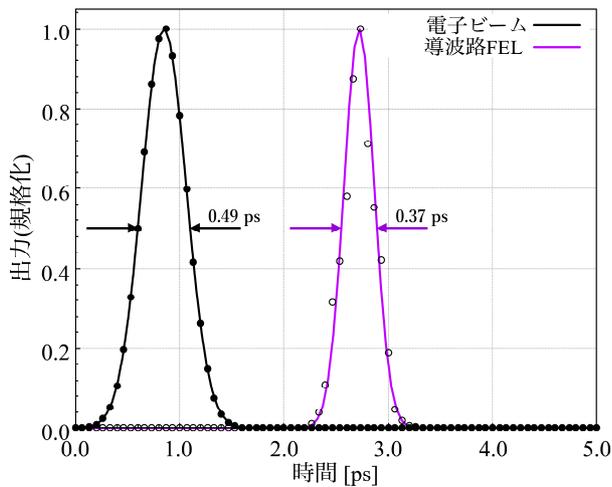


Figure 8: Pulse width comparison of electron beam and waveguide FEL.

次に、Fig. 6 について、どの程度時間スリップが低減されているのか考えていく。Figure 8 に電子ビームと導波路 FEL のパルスの時間分布を示す。この図から、両者のパルス幅はほとんど一致していることが分かる。原理上、FEL のパルス幅を電子ビームのパルス幅よりも極端に小さくすることはできないため、この結果は妥当であると言える。更にパルス幅を小さくするには、電子ビームのパルス幅をより小さくする、もしくは四重極電磁石と呼ばれる電磁レンズを用いてビームを絞るといった方法が挙げられる。

## 6. まとめと今後の展望

本研究では FEL の超短パルス化を目的として、導波路の使用による時間スリップの低減を考えた。結果として導波路高さを適切に設定することで、求める放射波長で時間スリップが極限まで低減され、パルス幅伸長も抑制されることを示すことができた。

また、導波路 FEL の有用性を検討するためには実験を行うことも重要となる。導波路 FEL の理論に基づいて適切にビームパラメータ等を設定することで、既存の放射光施設でも実験は十分可能である。この FEL が実現すれば、波長可変性に加え、高出力かつ超短パルスという特徴を持つ魅力的な光源となる。今後は導波路内における放射光の空間分布の確認と、更なる短パルス化の方法について検討したいと考えている。

## 参考文献

- [1] S. Reiche, Nucl. Inst. Meth. A 429 (1999) 243-248.
- [2] 田中均, X 線自由電子レーザー理論, 高エネルギー加速器セミナーOHO2013, [http://accwww2.kek.jp/oho/OHOtxt/OHO-2013/02\\_tanaka\\_takashi\\_1\\_20130722.pdf](http://accwww2.kek.jp/oho/OHOtxt/OHO-2013/02_tanaka_takashi_1_20130722.pdf)
- [3] R. Bartolini, A. Doria, G.P. Gallerano, A. Renieri, Nucl. Inst. Meth. A 304 (1991) 417-420.
- [4] G. Dattoli, A. Doria, L. Giannessi, A. Segreto, Optics Communications 123 (1996) 535-542.
- [5] 坂本文人, 加藤龍好, 本田洋介, 島田美帆, 阪井寛志, 中村典雄, 谷川貴紀, 羽島良一, Proceedings of the 20th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan (2023) 361-364.