

## アンジュレータ放射光干渉法による電子ビームエネルギー測定と 原子核実験への応用

### UNDULATOR RADIATION INTERFEROMETRY FOR ELECTRON BEAM ENERGY MEASUREMENT AND ITS APPLICATION TO NUCLEAR EXPERIMENT

西幸太郎 <sup>\*,A)</sup>, Pascal Klag <sup>B)</sup>, 永尾翔 <sup>A)</sup>, 中村哲 <sup>A,C,D)</sup>,

Kotaro Nishi <sup>\*,A)</sup>, Pascal Klag <sup>B)</sup>, Sho Nagao <sup>A)</sup>, Satoshi N. Nakamura <sup>A,C,D)</sup>

<sup>A)</sup> the University of Tokyo, <sup>B)</sup> Johannes Gutenberg-Universität Mainz, <sup>C)</sup> Tohoku University,

<sup>D)</sup> Quark Nuclear Science Institute

#### Abstract

Our international collaboration has developed  $\Lambda$  hypernuclear mass spectroscopy using the electron beam at Mainz Microtron (MAMI). In this experiment, systematic error of mass value is limited by momentum calibration via elastic scattering of 200 MeV region electron beam. The electron beam energy uncertainty is about 100 keV, which is not sufficient for high-precision mass measurements. Undulator Radiation Interferometry (URI) is a novel method to measure the electron beam energy with high precision of 20 keV in 200 MeV region. Two Undulators aligned along the beamline emit coherent radiation and the interference pattern of these two wave packets is measured by optical system. By changing the distance between the two undulators, the interference pattern is oscillating. From this oscillating period, the electron beam energy can be determined. Achieved precision is 20 keV in 200 MeV region and systematic error is estimated to be about 40 keV.

#### 1. 物理的背景：崩壊パイ中間子法の系統誤差

我々の国際研究グループでは、Mainz Microtron (MAMI) の電子ビームを用いて  $\Lambda$  ハイパー核質量分光を実施している。特に崩壊パイ中間子と呼ばれる手法によって、軽いハイパー核の質量を 10 keV 以下の世界最高で測定できることを実証した [1-3]。この手法では、電子ビームで電磁生成した  $\Lambda$  ハイパー核が標的中で静止し、パイ中間子と娘核に 2 体崩壊するイベントを選択し、パイ中間子の運動量 ( $p_\pi$ ) を精密に測定することでハイパー核の質量 ( $m_{\Lambda}^{(A,Z)}$ ) を決定する (Fig. 1)。

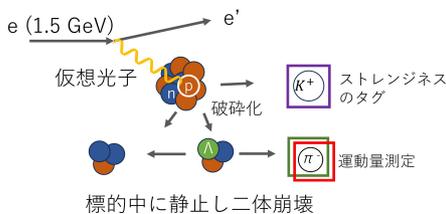


Figure 1: Decay pion spectroscopy method.

$$m_{\Lambda}^{(A,Z)} = \sqrt{m_{\pi}^2 + p_{\pi}^2} + \sqrt{m^{(A(Z+1))2} + p_{\pi}^2} \quad (1)$$

静止かつ二体崩壊という反応の特徴によって、 $\Lambda$  ハイパー核の質量は単色の  $p_\pi$  によってのみ決定される。MAMI の保有する運動量スペクトロメータは、崩壊によって放出される約 100 MeV/c の  $p_\pi$  を  $\Delta p_\pi = 10$  keV 以下の高精度で測定できるため、 $p_\pi$  から計算されるハイパー核の質量の統計誤差も 10 keV 以下に抑えられる。

一方で、スペクトロメータの運動量決定精度はスペクトロメータの較正手法に依存している。MAMI では、200 MeV 領域の電子ビームを  $^{12}\text{C}$  および  $^{181}\text{Ta}$  標的に照射することで弾性散乱ピークを測定することによりスペクトロメータの絶対値較正を行っている [4]。この時散乱される電子の運動量は、照射する電子ビームのエネルギーを  $E_{beam}$  として

$$p'_e = \sqrt{\frac{E_{beam}}{1 + E_{beam}/m_{target}(1 - \cos\theta)} - m_e^2} \quad (2)$$

と計算される。この式が示すように、 $p'_e$  の決定精度は、電子ビームのエネルギー  $E_{beam}$  の決定精度に依存し、 $p_\pi$  の系統誤差および最終的に得られる  $\Lambda$  ハイパー核の質量の系統誤差は同程になると計算される。従来の MAMI の電子ビームエネルギーの決定精度は 200 MeV 領域で 160 keV 程度であり [5-7]、 $\Lambda$  ハイパー核の質量の系統誤差もおおよそ 100 keV と大きく、これが実験全体の誤差を制限していた。したがって、200 MeV 領域の電子ビームエネルギーの決定精度を 20 keV 程度に向上させることができれば、 $\Lambda$  ハイパー核の質量の系統誤差も統計誤差と同程度のおおよそ 10 keV に抑えることができ、実験全体の誤差を 1 桁向上させることが期待される。このような背景から我々は 200 MeV 領域の電子ビームエネルギーを測定する新たな手法として、アンジュレータ放射光干渉法 (Undulator Radiation Interferometry, URI) の開発を進めてきた [8-10]。

#### 2. アンジュレータ放射光干渉法

アンジュレータ放射光干渉法の概要を Fig. 2 に示す。

ビームライン上に直列に配置された 2 台のアンジュレータを電子ビームが通過すると、各々のアンジュレータから順に放射光が放射される。これら 2 つの波束の光路差は、アンジュレータ間の距離と電子ビームエネル

\* kotaro.nishi@nex.phys.s.u-tokyo.ac.jp

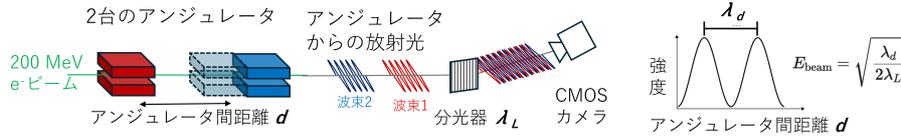


Figure 2: URI principle.

ギー (速度) に依存し、

$$\Delta = \frac{d}{2\gamma^2} \quad (3)$$

とあらわされる。これを観測波長  $\lambda_L$  で観測すると、位相差は  $\Phi = 2\pi\Delta/\lambda_L$  となるから

$$\Delta = \frac{2\pi d}{2\gamma^2 \lambda_L} \quad (4)$$

という関係が成り立つ。したがって、アンジュレータ間の距離  $d$  を変化させると、位相差  $\Phi$  が変化し、 $\lambda_{OSC} = 1/2\gamma^2$  毎に位相差が  $2\pi$  だけ変動することから、2つの波束の干渉パターンはアンジュレータ間距離  $d$  の関数として  $\lambda_{OSC}$  で振動する。したがって、アンジュレータ間距離を変化させながら干渉光を測定し、振動の周期  $\lambda_{OSC}$  を測定することで、電子ビームエネルギーを

$$E_{beam} = m_e c^2 \sqrt{\frac{\lambda_{OSC}}{2\lambda_L}} \quad (5)$$

で決定することができる。

より厳密な議論として、ビーム軸に対して  $\theta$  の角度で放射光を観測した場合、2つの波束の位相差も補正を受けて、結果として波長  $\lambda_L$ 、観測角  $\theta$  における干渉光の振動の周期は、

$$\lambda_{OSC}(\lambda_L, \theta) = \frac{\lambda_L}{\frac{1}{2\gamma^2} + \frac{\theta^2}{2}} \quad (6)$$

とあらわすことができる。

### 3. 実験セットアップ

#### 3.1 アンジュレータ

MAMI の3つのレーストラック型マイクロトロン (RTM1, RTM2, RTM3) によって 180 MeV まで加速された電子ビームは、アンジュレータ放射光干渉法による電子ビームエネルギー測定と弾性散乱によるスペクトロメータ較正の場合でそれぞれ別のビームラインに分岐される。アンジュレータ放射光干渉法に用いるビームラインでは、ビームダンブへの輸送に用いる偏向電磁石の上流に2台のアンジュレータが配置され、ここで放射された放射光は直進し光学測定系に導かれる。電子ビームは偏向電磁石によってビームダンブへ輸送される。実際のアンジュレータを Fig. 3 に示す。アンジュレータはそれぞれ計 13 組の電磁石対によって構成されており、180 MeV、195 MeV、210 MeV の3種類のエネルギーに対応して流す電流値が調整できるようになっている (Table 1)。また下流のアンジュレータには可動ステージ

が取り付けられており、上流アンジュレータから 860 mm から 1685 mm (可動域 825 mm) までの範囲で動かすことができ、読み出しはガラススケールによって  $5 \mu\text{m}$  の精度で可能である [11]。電磁石対の間隔は 18 mm で固定されている。磁場の1周期は  $\lambda_U = 80 \text{ mm}$ 、アンジュレータの全長は 520 mm である。

アンジュレータの磁場は3次元磁場測定用のマトリックス型ホールプローブを用いて測定され、磁場測定と電流調整を繰り返すことで最適な磁場セットアップを行う。



Figure 3: Undulators for URI.

#### 3.2 光学測定系

光学測定系は、アンジュレータから下流に 10 m 離れた位置に配置される。回折格子とシリンドリカルレンズによって分光および、ダブルパルス状の放射光の可干渉距離の調整の2つの機能を持つ。回折格子はスリットが垂直になるように配置されているため、得られる画像は放射光の波長に依存して横方向に広がる。したがって、画像の横軸は波長に、縦軸は観測角度に対応している。実際の光学系の画像と、その概要を Fig. 4 に示す。スリットサイズは高さ 6 mm、幅 4 mm で、回折格子は 1200 本/mm のものを使用している [12]。またレンズの焦点距離は 1000 mm であり、カメラはピクセルサイズ  $6.5 \mu\text{m}$  でピクセル数は縦横 2304 ピクセルである (HAMAMATSU C14440-20UP [13])。

得られる画像の横軸は2本の水銀灯輝線スペクトルによって較正され、その波長分解能は 400 nm に対して 0.3 nm 程度である。

### 4. 解析

撮影された画像は横軸が波長、縦軸が観測角度に対応している。一つ一つのピクセルは、対応する波長と観測角度に対応する周期でアンジュレータ間距離  $d$  に対して振動しているが、同時にスリットと伝搬距離による回折効果も受けている。これらの効果を取り入れて画像全体に対して解析を行うために、回折パターンと振動パターンを再現するモデル関数を構成しフィッティングを行う。

Table 1: Undulator Variable Parameters

$E_{beam}$ [MeV]	magnetic field	deflection parameter	resonance wavelength
	B [mT]	K	$\lambda_R$ [nm]
180	95	0.71	403.6
195	130	0.97	403.9
210	140 (max)	1.04	364.9

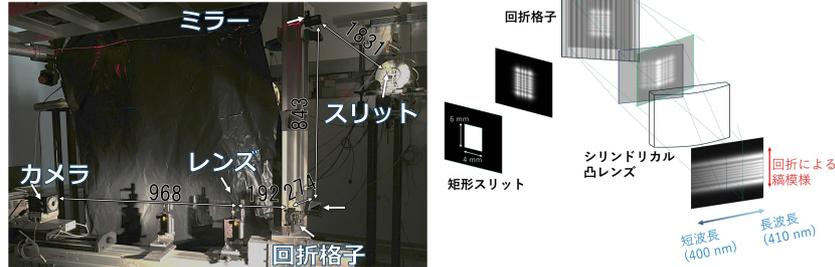


Figure 4: Optical system for URI. Left: optical system in experiment hall, Right: schematic view of optical path.

#### 4.1 画像処理

撮影された画像は、ノイズの除去を行った後、波長方向にカット条件をかけて1次元のデータに変換し、各波長ごとに観測角度方向 ( $y$  座標) の回折パターンを抽出する。

#### 4.2 モデル関数

モデル関数の構成を Fig. 5 に示す。回折および2つの波束の干渉パターンの再現のために球面波位相を考慮した複素振幅を用いる。そして2つの波束の位相差は、アンジュレータ間距離  $d$  と電子ビームエネルギー  $E_{beam}$  に依存した項を定義することで、電子ビームエネルギーの値をフィッティングパラメータとして決定できる。光学系の回折効果は高速フーリエ変換を用いて計算される。

#### 4.3 フィッティング

フィッティングは、アンジュレータ間距離  $d$  を変化させて撮影した1連の画像のうち特定の波長における観測角度方向の回折パターンを抽出し、モデル関数と比較することで行う。まず、下流アンジュレータのみに磁場をかけて移動させたときの画像を用いて、アンジュレータ間距離  $d$  に対して放射光振幅が増加する割合を較正する。これはアンジュレータが光学系に近づくにしたがって、放射光の振幅が立体角に比例して増加することを反映している。この時回折光の振幅は増加すると同時に小さな振幅で振動しており、これはアンジュレータ下流にある偏向電磁石で放射されるシンクロトロン放射光との干渉によるものと考えられる。

続いて2台のアンジュレータの両方に磁場をかけて移動させたときの画像を用いて、モデル関数でカイ二乗法によるフィッティングを行った。回折パターンは  $\chi^2/ndf \sim 1$  の精度で再現することができた (Fig. 6)。

#### 4.4 統計誤差および系統誤差

フィッティングによって得られた電子ビームエネルギーの統計誤差は、位置  $d$  に対してブートストラップ法を用いて評価した。すなわち、 $d = [0, 1, 2, \dots, 825]$  のデータセットからランダムにサンプリングを複数回行い、それぞれのサンプリングデータに対してフィッティングを行う。そしてそれぞれのデータセットに対して得られた電子ビームエネルギーの値の分布から、平均値と標準偏差を求めた。その結果

$$E \pm \delta E = 194.792 \pm 0.019 \text{ (stat.) MeV} \quad (7)$$

が得られた (Fig. 7)。続いて、波長アクセプタンス全体での結果から系統誤差を評価した。これは輝線スペクトルで波長較正を行い精度よく較正されている波長以外でも同様の解析を行い、得られた結果の分布から評価した。その結果、系統誤差は

$$E \pm \delta E = 194.809 \pm 0.038 \text{ (syst.) MeV} \quad (8)$$

と得られた (Fig. 8)。

## 5. まとめと今後の展望

アンジュレータ放射光干渉法による電子ビームエネルギー測定を行い、統計誤差 20 keV、波長アクセプタンス全体での系統誤差 40 keV の精度で電子ビームエネルギーを決定することに成功した。この結果は、MAMI の電子ビームエネルギーの決定精度を大幅に向上させ、 $\Lambda$  ハイパー核の質量の系統誤差を 10 keV 以下に抑えることが期待されており、弾性散乱実験との結果と合わせて解析が進められている。また、波長アクセプタンス以外の系統誤差の評価として、波長較正精度による系統誤差、加速器の漏れ磁場によるアンジュレータ磁場の不均一性による系統誤差および電子ビーム軌道のオフセットによる系統誤差の評価を進めている。

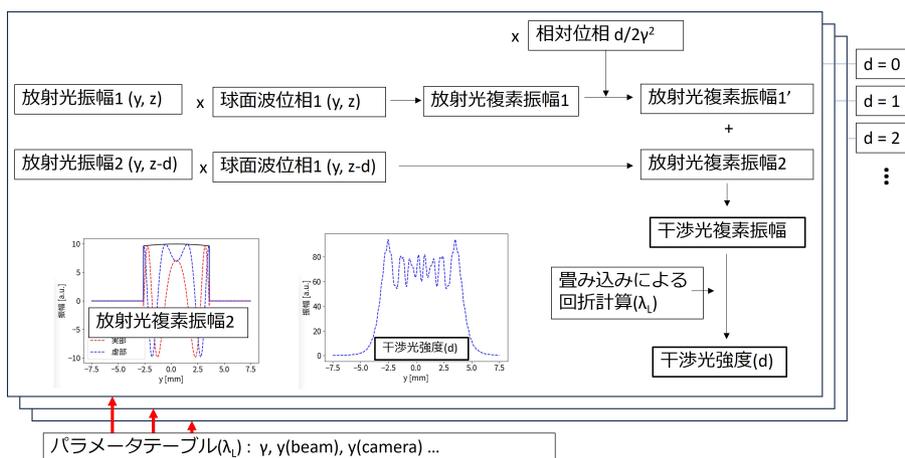


Figure 5: Model function for URI.

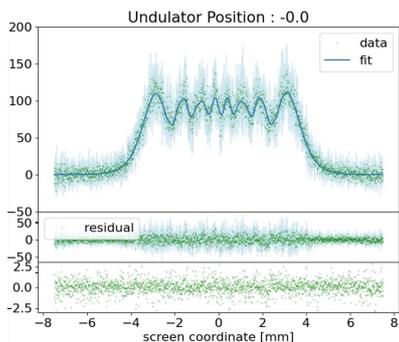


Figure 6: Fitting result example of 195 MeV.

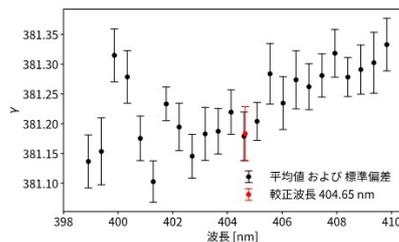


Figure 8: Systematic error evaluation result.

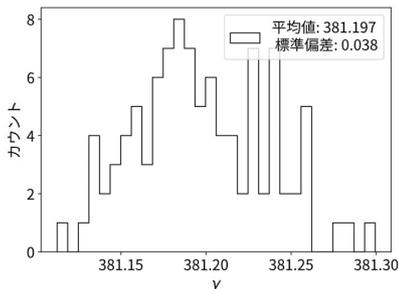


Figure 7: Statistical error evaluation result.

### 5.1 MESA での運用計画

現在 MAMI の後継施設として MESA が建設中であり、アンジュレータ放射光干渉法は常設の電子ビームエネルギー測定装置としての運用が予定されている。今回の測定ではエネルギー測定と弾性散乱実験は異なるビームラインを使用していたが、MESA では同じビームラインでの運用を計画している。これにより、放射光観測の非破壊性を活かして、原子核実験との同時測定を目指している。そのためには、アンジュレータを通過する前後での電子ビームの変化を測定および調整するシステムの構築が必要であると考えられる。

### 参考文献

- [1] A. Esser, S. Nagao *et al.* Phys. Rev. Lett. **114**, 232501 (2015).
- [2] S. Nagao, Doctoral Thesis Tohoku University.
- [3] F. Schulz, Doctoral Thesis Johannes Gutenberg-Universität Mainz.
- [4] P. Achenbach *et al.* NIM A. **1043**, 167500 (2022).
- [5] S. Ratschow, Doctoral Thesis, KPH 02/00, Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2000).
- [6] A. Jankowiak, Compilation of : Measurement of the electron beam energy at the Mainz Microtron, MAMI Internal Report 03/2006 (2006).
- [7] K. Herter, Diploma Thesis, KPH 04/92, Johannes Gutenberg-Universität Mainz (1992).
- [8] P. Klag *et al.* NIM A. **910**, 147 (2018).
- [9] P. Klag *et al.* J. Phys. Conf. Ser. **2482**, 012016 (2023).
- [10] P. Klag, Doctoral Thesis Johannes Gutenberg-Universität Mainz.
- [11] <https://www.heidenhain.co.jp/%E8%A3%BD%E5%93%81/%E3%83%AA%E3%83%8B%E3%82%A2%E3%82%A8%E3%83%B3%E3%82%B3%E3%83%BC%E3%83%80/%E3%82%B7%E3%83%BC%E3%83%AB%E3%83%89%E3%82%BF%E3%82%A4%E3%83%97%E3%83%AA%E3%83%8B%E3%82%A2%E3%82%A8%E3%83%B3%E3%82%B3%E3%83%BC%E3%83%80/1c-400-%E3%82%B7%E3%83%AA%E3%83%BC%E3%82%BA>
- [12] <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=GR50-1204>
- [13] <https://www.hamamatsu.com/jp/ja/product/cameras/cmos-cameras/C14440-20UP.html>