

# J-PARC RCS の大強度化に向けた線形和共鳴の補正研究

## STUDY ON THE COMPENSATION OF LINEAR SUM RESONANCE FOR FURTHER BEAM POWER RAMP-UP IN J-PARC RCS

小島邦洸<sup>\*,A)</sup>, 原田寛之<sup>A)</sup>, 地村幹<sup>A)</sup>, 永山晶大<sup>B)</sup>, Saha Pranab Kumar<sup>A)</sup>

Kunihiro Kojima<sup>\*,A)</sup>, Hiroyuki Harada<sup>A)</sup>, Motoki Chimura<sup>A)</sup>, Shota Nagayama<sup>B)</sup>, Pranab Kumar Saha<sup>A)</sup>

<sup>A)</sup> J-PARC center, Japan Atomic Energy Agency

<sup>B)</sup> Tohoku University

### Abstract

A detailed study on the random resonance was conducted to ensure sufficient tunability in the 3-GeV rapid cycling synchrotron (RCS) of the Japan Proton Accelerator Research Complex (J-PARC). The progressive improvement in beam intensity, aiming for an output beam power of 1.5 MW, inevitably excites the effect of the structure resonance and requires the operating point to be shifted higher. Employing a low-intensity beam, the excitation of the sum linear resonance locating just above the current operating point is revealed. The linear sum resonance was confirmed to be compensated by making local bumps at the sextupole magnets using the steering magnets. Based on the resonance driving term, the main source of the imperfection field is identified as the leakage field from extraction magnets.

### 1. はじめに

Figure 1 に J-PARC 3 GeV Rapid Cycling Synchrotron (RCS) の概略を示す [1]。RCS は周長が 348.333 m の陽子シンクロトロンであり、3つの直線部とアーク部で構成される三回対称なラティス構造を持つ。RCS へのビーム入射には荷電変換フォイルを用いた多重入射方式が採用されている。リニアックから供給される 400 MeV の負水素イオンは陽子に荷電変換され、307 ターンの入射により大強度ビームが生成される。その際、各ターン毎の位相空間における入射位置を制御し、一様な粒子分布を生成することで空間電荷力の影響と、それに伴うビーム損失を最小化している [2-4]。入射された 400 MeV の陽子ビームは 25 Hz の速い繰り返しで 3 GeV まで加速され、後続の物質生命科学実験施設と主リングシンクロトロンに供給される。

大強度の陽子シンクロトロンでは、機器の放射化を避けるためにビーム損失低減が重要な課題となる。RCS は現在、設計出力である 1 MW の利用運転においてビーム損失を 0.1% 以下にまで低減することに成功している [5]。一方で、設計出力を超えるビームの大強度化に向けた研究開発が進められており、そのためにより一層のビーム損失低減が必要不可欠である。特に、ビームの構造共鳴への抵触は多大なビーム損失に繋がると予想される。ビーム強度の増大に伴い空間電荷力が増強され、Fig. 2 に示すようにビームは構造共鳴  $\nu_{x,y} = 6$  に接近する。したがって、構造共鳴に起因するビーム損失を避けるために四極電磁石で設定するチューンの動作点をより高い方へ移動させる必要がある。この目的の下、高チューン側への安定領域の拡幅を意図した非構造共鳴の補正研究を行ってきた。これまでに、動作点の近傍に位置する水平方向の半整数共鳴  $2\nu_x = 13$  の励起が安定領域を狭めていることを明らかとした [6]。加えて、各直線部の端に設置された補正四極電磁石 (QDT) を用いることで、半整数共鳴は殆どビーム損失を引き

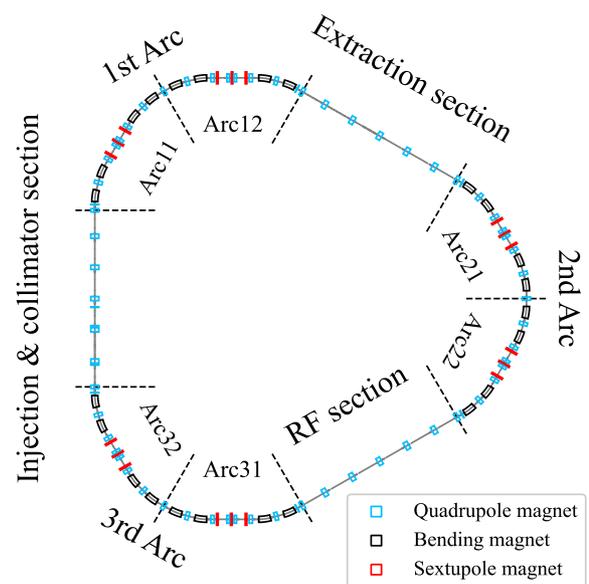


Figure 1: Schematic view of the RCS.

起こさない程度まで補正可能であることを実証した。

本研究では、水平方向の半整数共鳴の補正手法が確立されたことを念頭に置き、それよりも高チューン側におけるビーム損失起源に着目する。Figure 2 に示すように、線形和共鳴  $\nu_x + \nu_y = 13$  や鉛直方向の半整数共鳴  $2\nu_y = 13$  などの非構造共鳴が水平方向の半整数共鳴より高チューン側に存在している。これらの励起を詳細に調査するために、空間電荷力の影響を受け難い低強度のビームを用いた実験を行った。加えて、線形和共鳴については六極磁場中に鉛直方向のローカルバンブ軌道を形成することによる補正の可能性を検証した。本稿ではこれらビーム試験の結果について報告する。

\* kunihiro.kojima@j-parc.jp

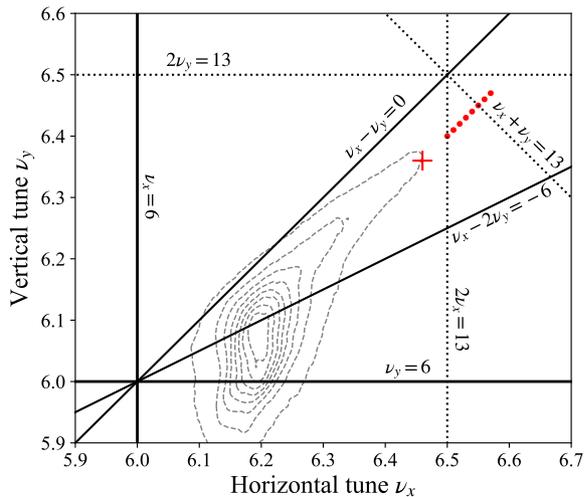


Figure 2: Betatron tune map of the RCS. Gray curves indicates the tune footprint immediately after injection for output beam power of 1.5 MW. Solid lines represent structure resonances, while dotted lines represent random resonances up to the second order. Current operating point  $(\nu_x, \nu_y) = (6.46, 6.36)$  at injection energy for user operation is indicated by the red cross. Operating points corresponding to the beam experiments shown in Fig. 4 are indicated by red circles.

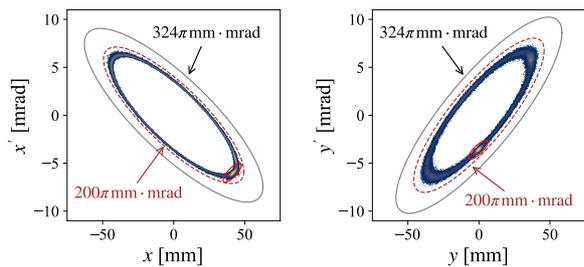


Figure 3: Schematic of injected transverse beam distributions. (a) and (b) depict the horizontal and vertical phase spaces, respectively. The separatrices corresponding to the painting area (red dashed curve) and collimator aperture (gray solid curves) are plotted.

## 2. ビーム損失起源の同定に向けたチューン掃引実験

半整数共鳴より高チューン側における主要なビーム損失起源を動作点掃引により調査した。同ビーム試験では、Fig. 2 の赤点が表示する位置に動作点を設定している。この領域は構造共鳴から比較的離れているため、主要なビーム損失起源は非構造共鳴であると考えられる。非構造共鳴は収束構造の対称性が崩れた場合に励起する共鳴であり、それが駆動される強さはエラー場の強弱や発生した場所などによって決まる。非構造共鳴の詳細な調査には、それに適したビーム強度やパラメータを選ぶことが重要である。まず、空間電荷力の影響を低減することにより問題を簡単化するために、ビー

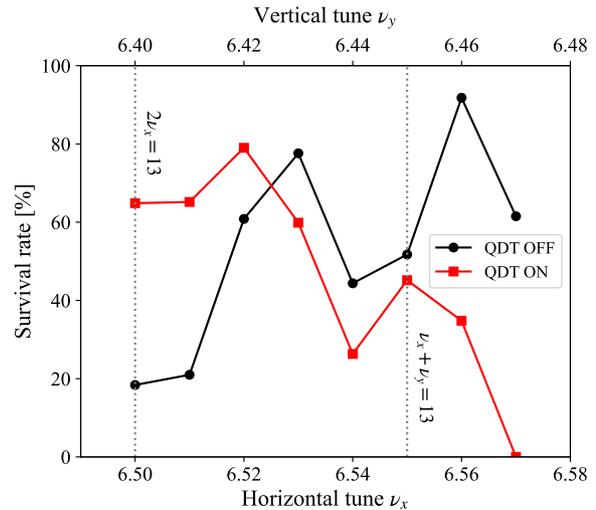


Figure 4: Beam survival rate 6 ms after injection measured at each operating point. Red squares and black circles corresponding to the case involving the addition of QDTs and absence of QDTs, respectively.

ム強度は約 5 kW 相当に制限した。また、共鳴に起因するビーム損失の観測を容易にするため、Fig. 3 のように水平・鉛直方向ともにペイントエリアが  $200\pi$  mm·mrad となる大振幅でビームを入射した。進行方向については、入射するビームのパルス幅を狭め運動量拡がりを行えるだけ小さくし、クロマティシティによるチューンシフトを低減した。

Figure 4 は各動作点における入射から 6 ms 時点でのビーム生存率を表す。RCS の動作点は時間とともに変化するため、ここでは変化が少なく、かつビーム損失が顕著な加速初期に注目している。同図は三つの異なるビーム損失起源の存在を示している。共鳴条件との比較から  $\nu_x = 6.5$  のビーム損失起源は水平方向の半整数共鳴であると考えられる。これは既設の QDT を用いて補正できることが実証されており、実際にそれを励磁した場合のビーム生存率を赤点で示す。ここで、QDT の励磁強度は動作点  $(\nu_x, \nu_y) = (6.46, 6.36)$  における水平方向の半整数共鳴補正に最適化されている。動作点異なるため最適な補正状況ではないが、 $\nu_x = 6.5$  におけるビーム損失が半分以下にまで低減されている。他二つのビーム損失起源は、より高チューン側が QDT の励磁により大幅に増強されていることから鉛直方向の半整数共鳴  $2\nu_y = 13$ 、残る一つが線形和共鳴  $\nu_x + \nu_y = 13$  であると考えられる。これら二つのうち、線形和共鳴の方がより現行の動作点に近く、安定領域の拡幅において先に対処すべき課題である。

## 3. 線形和共鳴の補正

本章では安定領域の拡幅に向けた線形和共鳴の補正について議論する。線形和共鳴は主に歪み四極場が励起する共鳴であり、その補正には歪み四極電磁石を用いることが一般的であるが、これは RCS に備わっていない。そこで、現時点では励磁不可能な歪み四極場の代

わりに六極場に着眼した。六極場中に鉛直方向のローカルバンブ軌道を形成することで、実効的な歪み四極場をビームに重畳することができ、この効果を利用した線形和共鳴の補正を試みた。

### 3.1 ドライビングターム

設計上は存在しない余分な歪み四極場を考慮するとき、ビーム横方向の二次元自由度についてハミルトニアンは以下で与えられる。

$$H(\phi_x, \phi_y, J_x, J_y; s) = \frac{J_x}{\beta_x} + \frac{J_y}{\beta_y} + 2\kappa_1^{\text{skew}}(s)\sqrt{\beta_x\beta_y}J_xJ_y \cos\phi_x \cos\phi_y \quad (1)$$

$\kappa_1^{\text{skew}}(s)$  は歪み四極場の強さを表す。また、共鳴の励起や補正は、その駆動力となる振動成分の位相と強さに相当するドライビングターム (RDT) に基づき議論できる。線形和共鳴  $\nu_x + \nu_y = 13$  について RDT は以下で与えられる [7]。

$$\Delta G_{1,1,13} \approx \frac{1}{2\pi} \oint \sqrt{\beta_x(s)\beta_y(s)}\kappa_1^{\text{skew}}(s) \times e^{j[\chi_x + \chi_y - (\nu_x + \nu_y - 13)\theta]} ds \quad (2)$$

ここで、 $\beta_{x(y)}$  と  $\chi_{x(y)}(s) = \int_0^s ds/\beta_{x(y)}$  はそれぞれ水平 (鉛直) 方向のベータ関数と位相進みを表し、 $j$  は虚数単位である。 $K_1^{\text{skew}}(s)$  が RCS 周上の幾つかの狭い領域でしか有意な値を持たないと仮定すれば、Eq. (4) を以下で近似できる。

$$\Delta G_{1,1,13} \approx \frac{1}{2\pi} \sum_n \sqrt{\beta_x(s_n)\beta_y(s_n)}K_{1,n}^{\text{skew}} \times (\cos\Omega_n + j \sin\Omega_n), \quad (3)$$

$$\Omega_n = \chi_x(s_n) + \chi_y(s_n) - 2\pi(\nu_x + \nu_y - 13)s_n/L$$

$L$  は RCS の周長、添え字の  $n$  は歪み四極場が存在する各領域の通し番号である。 $K_{1,n}^{\text{skew}}$  は各領域における歪み四極場の強さを表す。 $\nu_x + \nu_y = 13$  は非構造共鳴なため、その駆動力は設計上は存在しないエラー場である。つまり、線形和共鳴の補正はエラー場由来する RDT を補正場の重畳により打ち消すことで達成される。

先述の通り、RCS に歪み四極電磁石は備わっていないため、本研究では線形和共鳴の補正に六極場を用いる。鉛直方向の微小な変位  $\Delta y$  を仮定するとき、六極場のベクトルポテンシャルを以下のように書ける。

$$A_3 = -\frac{B\rho K_2}{6L}[x^3 - 3x(y + \Delta y)^2] \approx -\frac{B\rho K_2}{6L}(x^3 - 3xy^2) + \frac{K_2 B\rho \Delta y}{L}(xy) \quad (4)$$

ここで、 $B\rho$  は磁気剛性、 $K_2$  は六極場の強さを表す。右辺の最後の項が実効的な歪み四極場を表しており、その強さが  $K_2\Delta y$  で与えられることが分かる。したがって、RCS 周上に適切な位置と大きさのローカルバンブ軌道を形成することで、歪み四極電磁石の機能を代替し線形和共鳴を補正できる。

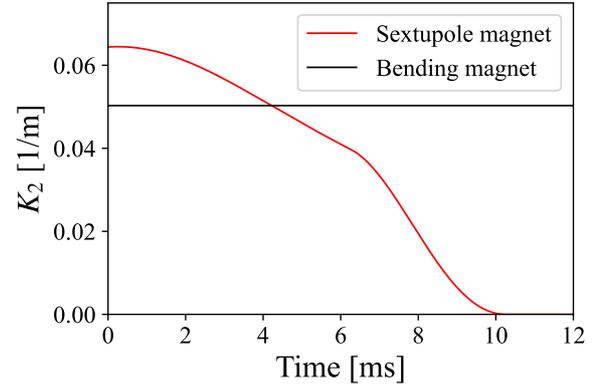


Figure 5: Time dependence of the strength of sextupole fields of the bending magnet (black) and sextupole magnet (red).

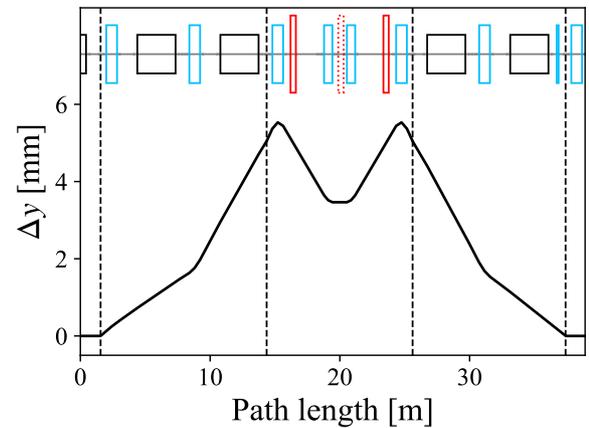


Figure 6: Vertical local bump in the latter half of the arc section. Definitions of red, blue, and black squares are the same as those in Fig. 1. The center sextupole magnet of the three drawn with a dotted square is not used in this study. Black dashed lines indicate the positions of the vertical steering magnets.

RCS における六極場の主な発生源は六極電磁石と偏向電磁石の端部である。これら六極場の発生源について、その強さの時間依存性を Fig. 5 に表す。RCS には 3 ファミリーの六極電磁石が備わっており、そのうち 2 ファミリーが三次差共鳴の補正に用いられている [8]。六極電磁石はビーム入射から 6 ms までは DC 的に励磁され、その後数 ms の間に立ち下げられる。また、三次差共鳴の補正状況を維持するためには、現時点ではこれら六極電磁石の励磁強度は変更できない。偏向電磁石は磁場の強さが磁気剛性に追従するため、その六極場の強さは一定に保たれる。線形和共鳴の補正のために、これらのコンポーネントを跨ぐローカルバンブ軌道を形成する必要がある。本研究では、六極電磁石の近傍で  $\Delta y$  が大きく、かつアクセプタンスへの影響が小さい平坦な形状であることを基準として、Fig. 6 に示すローカルバンブ軌道を採用した。同図では例として、励磁している六極電磁石の中心で  $\Delta y = 5$  mm となるローカルバンブ軌道を形成している。これは、4 台

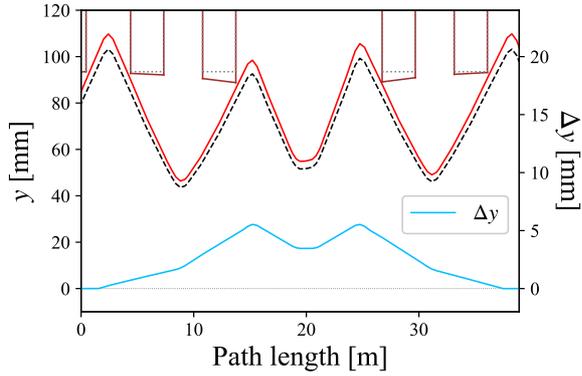


Figure 7: (a) Schematic diagram of the vertical apertures. Brown solid and gray dotted lines show the apertures with and without the local bump shown in Fig. 6, respectively. Blue curve represents the  $s$ -dependence of  $\Delta y$ . Red solid and black dashed curves represent the beam envelopes corresponding to vertical emittances of  $550\pi$  mm-mrad and  $486\pi$  mm-mrad, respectively.

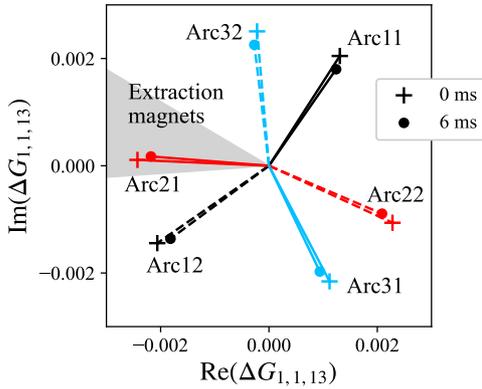


Figure 8: RDTs calculated with Eq. (3) corresponding to the case making the local bumps in each area with  $\Delta y = 5$  mm at the positions of sextupole magnets. Crosses and circles represent the RDTs of 0 ms and 6 ms after injection, respectively. The gray-shaded area indicates the RDT of the extraction magnets.

のステアリング電磁石を用いて形成しており、同様なローカルバンブ軌道をRCSの全周で各アーク部上下流の計6箇所に形成可能である。以降ではそれぞれの地点をFig. 1に示す通りArc11からArc32と呼称する。また、Fig. 6と同様なローカルバンブ軌道を形成した場合の鉛直方向のアーチャーをFig. 7に示す。 $\Delta y$ が最大となる地点においてもアーク部のアーチャーである $486\pi$  mm-mradを超える $550\pi$  mm-mradの十分なアーチャーが確保されている。

各地点についてFig. 6と同様なローカルバンブ軌道を形成した場合のEq. (3)に基づき計算したRDTをFig. 8に示す。六極電磁石の励磁強度の減衰に伴い各地点でのRDTの大きさと方向は時間とともに変化するが、ビーム入射から6 msまでの間はほぼ一定に保たれていることが分かる。また、各地点について複素平面上

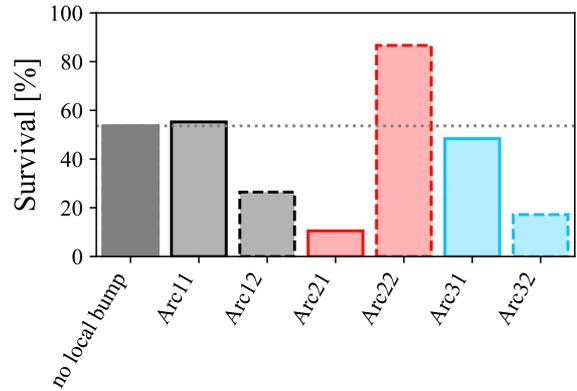
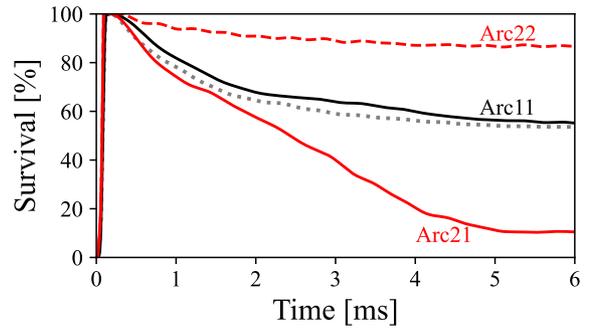


Figure 9: (a) Time evolution of particle survival rates over the first 6 ms after injection. Black solid, red solid, and red dashed curves corresponding to the cases making the local bumps in Arc11, Arc21, and Arc22, while the gray dotted curve shows the result obtained without the local bump. (b) Particle survival rates after 4 ms with making the local bump in six areas individually. The local bumps were made so that  $\Delta y$  at the position of sextupole magnets to be 5 mm, excluding the case of no local bump.

におけるRDTの方向が全て異なることを確認できる。加えて、変位を負とすれば逆方向のRDTを得られることから、線形和共鳴の補正に十分な自由度が確保されていることが分かる。

### 3.2 ビーム試験

Figure 4と同様なビーム条件の下、各地点にローカルバンブ軌道を形成して測定したビーム生存率の時間応答をFig. 9に示す。動作点は線形和共鳴の共鳴線上である $(\nu_x, \nu_y) = (6.55, 6.45)$ とした。ローカルバンブ軌道は全て等価な配置であることから、観測されたビーム生存率の増減は線形和共鳴の補正もしくは励起に起因すると考えられる。更に、Fig. 9に示すビーム生存率の応答はArc21の近傍にエラー場が生むRDTを仮定した場合に予想される共鳴の励起及び補正と無矛盾である。例えばArc22にローカルバンブ軌道を形成した場合にはエラー場の影響が打ち消され生存率が改善すると予想されるのに対し、ほぼ反対方向にRDTを持つArc21の場合には生存率の減少が確認できる。また、エラー場の発生源は共鳴補正に最適なRDTの時間変化を与える重要な知見である。Arc22の反対側にRDTを持つコ

ンポーネントとして、Fig. 8 に示すように出射電磁石が挙げられる。出射電磁石は出射直線部に隣接する取り出しビームラインに設置されており、その周回軌道への漏れ磁場が歪み四極場成分を含んでいることが先行研究で報告されている [9]。

#### 4. まとめと今後の展望

J-PARC RCS の更なる大強度化に向けて、安定領域を狭めるビーム損失起源の同定と補正を行った。空間電荷力の影響を排した低強度ビームを用いたチューン掃引実験を行い、顕著なビーム損失起源として線形和共鳴と鉛直方向の半整数共鳴が励起していることを明らかとした。加えて、安定領域の拡幅のため、現行の動作点により近い線形和共鳴に着目し補正を試みた。線形和共鳴の補正に一般的に用いられる歪み四極電磁石は RCS に備わっていないため、六極場中にローカルバンプ軌道を形成することで実効的な歪み四極場を重畳する手法を採用した。例として、4 台のステアリング電磁石を用いたローカルバンプ軌道を各アーク部の上下流に形成し、各地点についてビーム生存率の増減が異なることを確認した。RDT との比較から応答の差が線形和共鳴の励起もしくは補正に起因することを明らかとした。また、RDT に基づきエラー場の発生源が出射電磁石から周回側への漏れ磁場である可能性が高いことを示した。

今後は出射電磁石がエラー場の発生源であることを

確定させるとともに線形和共鳴補正の高精度化を進めていく。線形和共鳴の補正にはエラー場が生む RDT の実部と虚部を同時に最小化する必要があり、そのために最低でも 2 地点に適切なローカルバンプ軌道を形成する必要がある。加えて、ローカルバンプ軌道の大きさを制御し、エラー場の時間構造に併せた補正場の重畳による完全な線形和共鳴の補正を目指す。

#### 参考文献

- [1] Accelerator Group, JAERI/KEK Joint Project Team, “Accelerator Technical Design Report for J-PARC”.
- [2] H. Harada, Ph.D thesis of Hiroshima University / KEK report 2009-7, 2009.
- [3] P. K. Saha *et al.*, Phys. Rev. ST Accel. Beams, 12, 040403, (2009).
- [4] H. Hotchi *et al.*, Prog. Theor. Exp. Phys. 2012, 02B003 (2012).
- [5] P. K. Saha *et al.*, in Proc. of the 19th Annual Meeting of Patr. Accel. Society of Japan, Online, 2022, pp. 1-5.
- [6] K. Kojima *et al.*, Prog. Theor. Exp. Phys. 2025, 013G01 (2025).
- [7] E. D. Courant and H. S. Snyder, Annals of Physics (N.Y.) 3, 1 (1958).
- [8] H. Hotchi *et al.*, in Proc. of the 16th Annual Meeting of Patr. Accel. Society of Japan, Kyoto, Japan, 2019, pp. 574-678.
- [9] H. Hotchi *et al.*, Phys. Rev. ST Accel. Beams, 12, 040402, (2009).