

J-PARC 主リングにおける閉軌道応答を用いたチューン測定 TUNE MEASUREMENT FROM CLOSED ORBITS IN THE J-PARC MAIN RING

浅見 高史^{*,A)}, 岡田 雅之^{A)}, 小林 愛音^{A)}, 佐藤 健一郎^{A)}, 外山 毅^{A)}, 長尾 大樹^{A)}, 山本 昇^{A)}
Takashi Asami^{*,A)}, Masashi Okada^{A)}, Aine Kobayashi^{A)}, Kenichirou Satou^{A)}, Takeshi Toyama^{A)},
Daiki Nagao^{A)}, Noboru Yamamoto^{A)}
^{A)} KEK

Abstract

In the high-intensity proton synchrotron J-PARC Main Ring (MR), precise measurement and control of the betatron tune from injection to extraction is essential to suppress beam losses caused by betatron resonances. Tune measurement methods in synchrotrons are generally categorized into two types: (1) the excitation of coherent betatron oscillations using a dedicated kicker followed by spectral analysis of turn-by-turn (TbT) BPM signals, and (2) the measurement of the orbit response matrix (ORM). While MR has traditionally adopted the TbT-based method, ORM-based tune measurements have not been introduced. Developing the ORM method in the MR provides several advantages, including cross-checking with an independent principle, serving as a backup in case of Tune meter failure, and leveraging the existing capability of acquiring closed orbit distortion (COD) data over the full ring within a short time of a few seconds per shot. In this study, we developed a precise ORM-based tune measurement method, implemented it in the MR, and conducted beam-based validation. This paper reports the methodology and experimental results.

1. 背景と目的

1.1 J-PARC 主リング

J-PARC 主リング (Main Ring, MR) はニュートリノ実験施設及びハドロン実験施設に陽子ビームを供給する強度フロンティアのシンクロトロンである。Table 1 に MR の基本パラメータを示す。MR では、ニュートリノ実験には速い取り出し (fast extraction, FX)、ハドロン実験には遅い取り出し (slow extraction, SX) でビームを供給しており、両運転モードにおけるビームパワーの増強計画が進行中である。最終的には、FX モードで 1.3 MW、SX モードで 100 kW 超のビームパワーを目指しており、2025 年 5 月時点では、それぞれ 830 kW (FX) および 92 kW (SX) での利用運転に成功している [1]。

1.2 MR におけるベータトロンチューン調整

MR のパワー増強を妨げる最大の要因はビームロスによる機器の放射化であり、ロス低減に向けたビーム調整が大きな役割を果たしてきた。その中でも、ベータトロンチューン (以降単に「チューン」) の調整は極めて重要な項目の一つであり、ベータトロン共鳴の影響を抑制するための動作点の選定やチューンの時間変化に対する補正は、FX・SX いずれの運転モードにおいても、しばしば数十パーセントに及ぶビームロスの低減をもたらしている。特に、MR では 10 ms の時間間隔及びステップ幅 0.005~0.01 程度の条件下でのチューン調整・補正に対して明確なロス応答が観測されており [1,2]、本稿ではこのようなチューン調整を考えるものとする。なお、ショット (1 回の入射・加速・取り出しを含む運転サイクル) ごとに発生する不規則なチューンのばらつきについては、すべて統計的な誤差として扱う。

Table 1: Basic Parameters of the MR

Parameter	Value
Circumference	1567.5 m
Superperiodicity	3
Particles	proton p
Injection energy	3 GeV
Extraction energy	30 GeV
Number of steering magnets	Horizontal 93 Vertical 93
Number of BPMs	Horizontal 186 Vertical 186

従来、MR におけるビーム調整では、ビーム重心のベータトロン振動を励起し回毎 (turn-by-turn, TbT) のビーム位置モニタ (beam position monitor, BPM) 信号をスペクトラム解析する事によるチューン測定 [3,4] が行われてきた (以下、この手法を「Tune meter」と呼ぶ)。実際の信号スペクトルとチューン測定の例を Fig. 1 に示す。Tune meter による測定結果の信頼性は、MR における数多くの先行研究 [2, 5, 6] によって十分に裏付けられており、現在ではビーム調整における標準的なチューン測定手法として定着している。さらに、データ取得の高速化や高精度化を目指し、システムのアップグレードも進行中である [7]。

1.3 閉軌道応答を用いたベータトロンチューン測定

Tune meter とは原理的に異なるアプローチとして、閉軌道応答行列 (orbit response matrix, ORM) を用いたチューン測定手法の導入も考えられる。ORM とは、偏向磁場の変化に対するリング全周の閉軌道変位を表すグリーン関数を行列形式で記述したものであり、一般に二極・四極磁場やその歪成分に依存する線形ビーム光学の評価手法として広く用いられている [8,9]。これ

* tasami@post.kek.jp

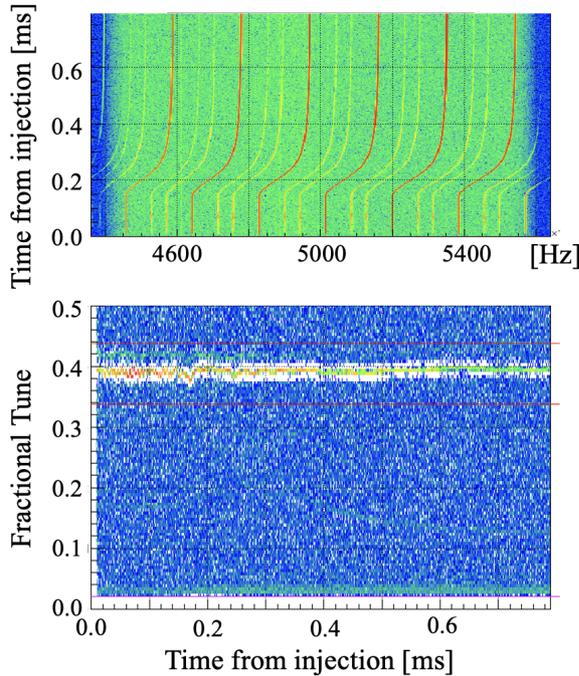


Figure 1: Example of tune measurement using the Tune meter. The upper plot shows the BPM signal spectrum, and the lower plot shows the derived tune.

まで MR ではこのような ORM に基づくチューン測定手法（以下、「ORM 手法」）の導入や実用化は検討されてこなかったが、Tune meter に加えて ORM 手法を並行して運用することには複数の利点がある。第一に、異なる原理に基づく複数の測定手法を併用することで、両者の測定結果を相互に検証でき、また一方の手法が故障・不安定になった際のバックアップとして活用できるため、チューン測定全体の信頼性や安定性の向上につながる。第二に、MR ではすでにベータatron関数やベータatron位相の評価に ORM を用いており、これと同じデータをチューン測定にも活用できるため、新たな測定専用の時間確保や機器の導入が不要である。さらに、MR では1ショットあたり数秒程度の短時間でリング全周の閉軌道データを取得可能なため、多数のサンプルを効率よく収集でき、統計誤差の低減が比較的容易である。本研究は、ORM 手法を MR へ導入しビームを用いた原理検証を通じてその有効性を確認することを目的とする。

2. 閉軌道応答を用いたチューン測定手法の提案

MR では、KEKB で開発された文献 [10] の手法を基盤として、閉軌道応答を用いたベータatron関数およびベータatron位相の測定を行っている（以下「既存手法」と呼ぶ）。本研究ではこの既存手法を拡張し、チューンを同時に評価する新たな手法を提案する。以下では、まず MR における閉軌道応答行列（ORM）の定義と、その測定方法について概説する。

2.1 MR における ORM とその測定

リングに沿った縦方向の位置を変数 s で表す。一般に、位置 $s = s_j$ に偏向磁場誤差 θ_j が存在する場合、位置 $s = s_i$ に配置された BPM（ビーム位置モニタ） i における閉軌道応答 $\Delta\chi(s_i, \theta_j)$ は

$$\Delta\chi_i = R_{ij}\theta_j, \quad (1)$$

$$R_{ij} = \frac{\sqrt{\beta_i\beta_j}}{2 \sin \pi\nu} \cos(\pi\nu - |\phi_i - \phi_j|).$$

となる。ここで、 $\beta_{i,j}$ はそれぞれの位置 $s_{i,j}$ におけるベータatron関数、 $\phi_{i,j}$ はベータatron位相、 ν はチューンである。

後の議論に備えて、MR における ORM 測定の具体的方法について述べる。MR には、水平・垂直それぞれの方向に 93 台のステアリング電磁石が設置されており、また BPM も各方向に 186 台ずつ配置されている。ここで、ステアリング電磁石 j を 1 台ずつ励磁し、リング全周における閉軌道応答 $\Delta\chi(s_i, \theta_j)$ および $\Delta\chi(s_i, -\theta_j)$ を測定すれば、ORM の第 j 列は

$$R_{ij} = \frac{\Delta\chi(s_i, \theta_j) - \Delta\chi(s_i, -\theta_j)}{2\theta_j}. \quad (2)$$

のように評価できる。正負両方向の蹴り角に対する応答を差し引くのは、残留する閉軌道の歪み（closed orbit distortion, COD）や閉軌道応答を与える際の六極電磁石の feed-down 効果などの系統誤差の影響を除去できるためである [11]。例として、MR においてステアリング電磁石一台を用いて測定されたビーム入射から 10 ms 時点でのリング全周の閉軌道応答を Fig. 2 に示す。この Figure は光学モデルの正当性とキック角度の較正の正確性を示すものである。

この方法により ORM の 1 列を求めるためには、正と負それぞれの蹴り角に対して 1 ショットずつ、合計で 2 ショットの測定が必要となる。また、ステアリング電磁石の蹴り角を入射から取り出しまで一定に保ちながら、時刻ごとの閉軌道応答 $\Delta\chi(s_i, \theta_j)$ を記録することで、時間に依存する ORM $R_{ij}(t)$ を得ることができる。ここで t はビーム入射からの経過時間（以下「パターン時刻」と呼ぶ）を意味する。MR では通常、ビーム調整において各方向あたり 6 台のステアリング電磁石を用い、蹴り角の絶対値 $|\theta(t)| = 0.2 \text{ mrad}$ を一定とした正負の励磁により $R_{ij}(t)$ を取得し、この結果を用いて各 BPM における β_i および ϕ_i の測定・補正を行っている [12]。本研究でも同様の構成で ORM の測定を行う。このセットアップでは、時間依存 ORM $R_{ij}(t)$ を 1 サンプル取得するために、最低でも $2 \times 6 = 12 \text{ shots}$ の測定が必要である。以降、この 12 ショットで得られる $R_{ij}(t)$ を「1 サンプルの $R_{ij}(t)$ 」と呼ぶことにする。

2.2 MR における既存手法の詳細

既に述べたように、MR では文献 [10] に基づいて、各パターン時刻における各 BPM でのベータ関数 β およびベータatron位相 ϕ を測定している。本節では、この手法に基づいたチューン測定手法の拡張を議論する

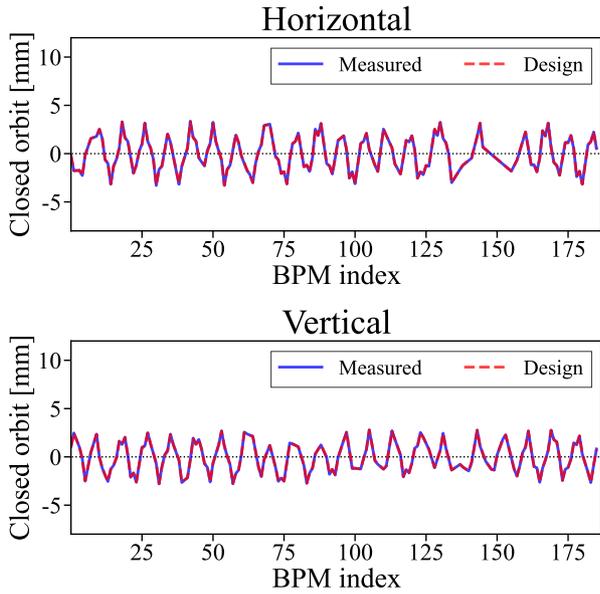


Figure 2: Measured and designed closed orbit responses from one of the steering magnets at 10 ms after injection. The closed orbit responses are shown in terms of $(\Delta\chi(s_i, \theta_j) - \Delta\chi(s_i, -\theta_j)) / 2$.

にあたり、その前提となる既存手法の詳細について説明する。まず、閉軌道応答行列 R_{ij} は

$$R_{ij} = f_{ij}(X_i, Y_i)T_j + g_{ij}(X_i, Y_i)U_j, \quad (3)$$

$$= g_{ij}(U_j, T_j)X_i + f_{ij}(U_j, T_j)Y_i, \quad (4)$$

のように 2 通りの形で分解できる。ここで、各変数は $X_i = \sqrt{\beta_i} \cos \phi_i$, $Y_i = \sqrt{\beta_i} \sin \phi_i$, $T_j = \frac{\sqrt{\beta_j}}{2 \sin \pi\nu} \cos \phi_j$, $U_j = \frac{\sqrt{\beta_j}}{2 \sin \pi\nu} \sin \phi_j$, および $S_{ij} = \frac{|s_i - s_j|}{s_i - s_j}$ と定義する。また、補助関数として、 x, y に対して $f_{ij}(x, y) = x \cos \pi\nu + y S_{ij} \sin \pi\nu$ および $g_{ij}(x, y) = y \cos \pi\nu - x S_{ij} \sin \pi\nu$ とする。 R_{ij} とチューン ν が既知であると仮定すれば、 X_i, Y_i, T_j, U_j を後述するフィッティングによって求めることができる。これらのパラメータから、 $\beta_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2}$ や $\phi_i = \arctan \frac{Y_i}{X_i}$ を計算することで、各 BPM 位置におけるベータ関数および位相を評価できる。ただし、このようにして求められた β および ϕ には、スケール因子や位相オフセットといった不定性が含まれるため、別途規格化条件などにより定義を固定する必要がある [10]。なお、本稿ではその詳細な処理については割愛する。

次に、具体的なフィッティング手順について説明する。文献 [10] では複数のアプローチが検討されているが、MR では次の方法が採用されている。まず、 X_i, Y_i, T_j, U_j の初期値として、MR のモデル光学に基づいて計算される理論値を与える。そのうえで、Eq. (3) において $f_{ij}(X_i, Y_i)$ および $g_{ij}(X_i, Y_i)$ を固定し、 T_j と U_j を自由変数としてフィットを行う。これは線形方程式であり、例えば特異値分解 (SVD) を用いた最小二乗法により解くことができる。次に、得られた T_j, U_j を Eq. (4) に代入し、今度は $g_{ij}(U_j, T_j)$ および $f_{ij}(U_j, T_j)$ を固定

して、 X_i, Y_i をフィッティングする。この一連の手順を、各変数の変動が十分に小さくなるまで交互に繰り返すことで、 X_i, Y_i, T_j, U_j の最適な値を得ることができる。

2.3 チューン測定への拡張に関する提案

既存手法 (Subsection 2.2 参照) では、チューン ν を既知の定数として仮定している。ここで、チューンもフィッティングの自由変数として同時に求める手法へと拡張を考える。しかし、チューンはすべての項において三角関数の形で現れるため、 X_i, Y_i, T_j, U_j のように、他の変数を固定して線形方程式として解くことができないという困難がある。そこで本研究では、チューン ν を次の 2 つの変数 $a = \cos \pi\nu$ と $b = \sin \pi\nu$ に置き換え

$$R_{ij} = (X_i T_j + Y_i U_j)a + (Y_i T_j - X_i U_j)b, \quad (5)$$

と分解する事を考える。この表式を用いれば、 X_i, Y_i, T_j, U_j を固定した上で、 a, b を線形方程式としてフィットにより求めることが可能となる。

具体的なフィッティング手順としては、まず既存手法と同様に、モデル光学に基づく初期値から始めて、Eqs.(3),(4) を用いて X_i, Y_i, T_j, U_j を交互にフィットする。これらの変数が一旦求まった後、Eq. (5) において $(X_i T_j + Y_i U_j)$ および $(Y_i T_j - X_i U_j)$ を固定し、 a, b を自由変数としてフィットする。このようにして得られた X_i, Y_i, T_j, U_j, a, b の各変数について、変動が十分に収束するまで、Eqs. (3)–(5) に基づくフィッティングを繰り返すことで、最適値を決定することができる。最終的に、 a, b からは $\nu = \frac{1}{\pi} \arctan \frac{b}{a}$ によりチューン ν を導出する。本手法の有効性については、実際のビームを用いた原理検証試験によって確認しており、次節にてその結果を報告する。

3. 原理検証試験

3.1 原理検証試験の概要

提案手法の原理的な有効性を検証するために、2 種類のビーム試験を実施した。これらの試験では、手法の妥当性評価と測定誤差の定量的検証をそれぞれ目的とした。なお、いずれの試験も粒子数 2×10^{12} ppp (protons per pulse) のビーム強度で行われた。この条件は、J-PARC MR において通常のチューン調整や光学測定で用いられる条件である。両試験とも、FX 運転に向けたビーム調整期間中に実施された。MR の FX 運転においては、ビームの入射 (運動エネルギー 3 GeV) から約 130 ms 後に加速が開始され、その後約 650 ms をかけて 30 GeV まで加速され、ビームの速い取り出しが行われる。本 Section では、このビームの入射から取り出しまでの全ての時間領域におけるチューンの時間変化を検証の対象とする。

3.2 原理検証試験 1: Tune meter との比較

ORM 手法の導入に際して基本的な過誤がないことを確認するため、Tune meter との比較による原理検証を行った。両者の比較は同一のビーム条件下で実施され、その整合性を検証することにより、ORM 手法の有効性を評価した。具体的には、まず Tune meter を用いて 1 回

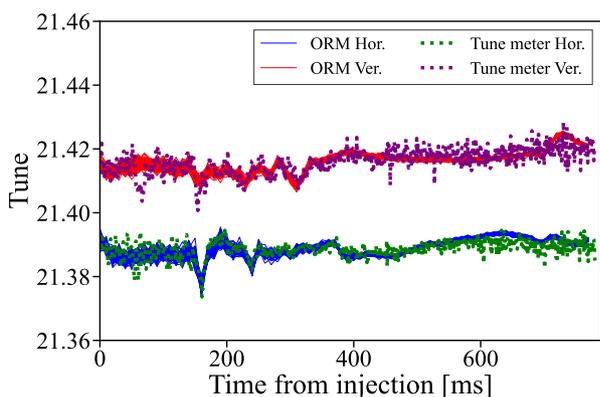


Figure 3: Tune measured by the ORM method (100 samples) and the Tune meter (1 shot). The blue and red solid lines represent individual samples of horizontal and vertical $\nu(t)$ measured by the ORM method, with 100 lines drawn for each direction. The green and purple dashed lines indicate the tune values measured by the Tune meter in the respective directions.

のチューン測定を行い、その結果を基準とした。次に、ORM 測定を十分な回数繰り返し実施し、両手法で得られたチューン値が一定の誤差範囲内で一致することを確認した。これにより、ORM 手法の導入において本質的な誤りがないことを立証した。

本試験は、FX 運転に向けたビーム調整の期間中に行われたもので、実験時の設定チューンは $\nu_x = 21.39$, $\nu_y = 21.41$ であった。ORM 測定では、 $R_{ij}(t)$ のサンプルを 100 個 (計 1200 ショット分) 取得し、リング全周の閉軌道を入射から加速までの間、10 ms 間隔で収集した。

Figure 3 にチューン測定の結果を示す。青実線および赤実線は、それぞれ ORM 手法により得られた水平・垂直方向の $\nu(t)$ の 1 サンプルに対応し、各方向について 100 本の実線が描画されている。一方、緑点線および紫点線は、それぞれの方向における Tune meter で測定されたチューン値を示す。なお、Tune meter の結果が時間的に小刻みに揺れているのは、主電磁石電源の電流変動による磁場リップルや、BPM の読み値誤差などによる、ショットごとのばらつきの影響と考えられる。

Figure 3 を見ると、ORM によるチューン測定は、100 回の繰り返し測定を行っても、 $\Delta\nu < 0.005$ 程度の誤差範囲内で Tune meter の結果と一致していた。このことから、ORM 手法の導入に際して基本的な過誤はなく、原理的に正当な手法であると結論づけられる。次はより定量的な誤差評価を行う。

3.3 原理検証試験 2: 定量的な誤差評価

本節では、提案した ORM 手法によるチューン測定における定量的な誤差評価を行い、ビーム調整における手法の信頼性と実用性を検証した。ここでの原理検証の方法としては、ORM 手法によって得られるチューンシフトが理論値とどの程度一致するかを評価した。

まず初めに、FX 運転調整中の J-PARC MR において、動作チューンを $\nu_x = 21.35$, $\nu_y = 21.39$ に設定した状態

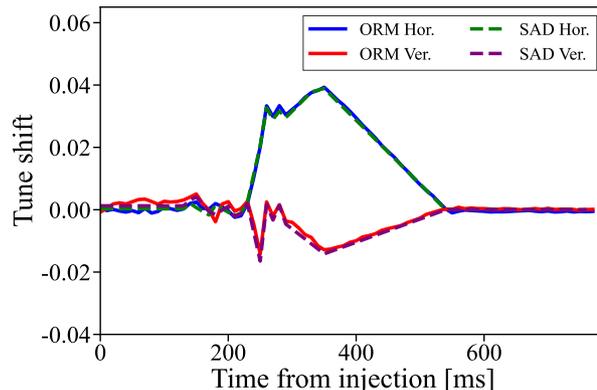
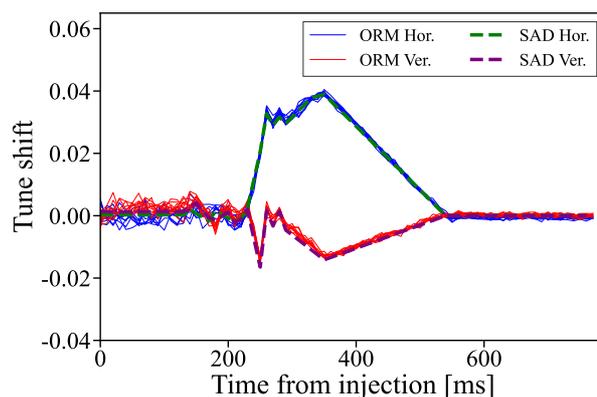


Figure 4: Tune shift between two main quadrupole current settings measured by the ORM method and calculated by SAD. The upper plot shows the tune shift for each individual sample of ORM, while the lower plot shows the average over 10 samples.

で初期の ORM 測定を実施した。その後、主四極電磁石電源の電流設定値を変化させた上で再度 ORM 測定を行いチューンシフト量を測定した。これらの ORM 測定結果と加速器設計コード SAD [13] を用いて計算されたチューンシフト量の理論値を比較することで、ORM 手法の測定精度を評価した。

測定では、各電流設定ごとに ORM 測定を 10 サンプル分 (合計 120 ショット) 繰り返し実施し、各ショットに対して 10 ms 間隔でリング全周の閉軌道をサンプリングした。得られた結果を Fig. 4 に示す。上図は 1 サンプルごとのチューンシフトを、下図は 10 サンプルの平均を示している。水平・垂直方向ともに、ORM 測定結果と SAD 計算値との間の差異は非常に小さく、1 サンプルごとの全パターン時刻・全サンプル間の RMS 誤差は水平で 0.001、垂直で 0.002 であった。また 10 サンプル平均時には水平で 0.0007、垂直で 0.001 にまで低下している。

本手法で得られたチューン測定誤差は、本研究の想定するチューン調整のスケール (0.005~0.01) と比較して十分に小さい。また、10 サンプル程度の取得であれば、測定から解析、結果の可視化までをおおよそ 20 分程度で完了することが可能であり、これは MR のビーム調整の時間的制約の中でも実用的に運用可能である。以上の結果から、提案する ORM 手法は、チューンの変

化を定量的に捉える上で十分な精度を有し、かつビーム調整への導入が現実的であると言える。

4. 結論

本研究では閉軌道応答によるチューン測定手法をMRに導入し、原理検証試験を行った。結果、入射から加速までのチューンを現実的な測定時間で、 $\nu=0.001$ オーダーの精度の範囲で測定可能である事を示した。これは本研究の想定するMRのチューン調整において十分に許容される精度である。今後は更なる精度追求や Tune meter との比較検証を行っていく予定である。

参考文献

- [1] H. Hotchi and Y. Sato, Progress of beam power upgrade in J-PARC main ring, in *Proc. IPAC'25, Taipei, Taiwan, June 2025*, pp. 1124–1127.
- [2] A. Kobayashi, S. Igarashi, Y. Sato, T. Shimogawa, Y. Sugiyama, T. Toyama, and M. Yoshii, Studies on coherent multi-bunch tune shift with different bunch spacing at the J-PARC main ring, in *Proc. IPAC'19, Melbourne, Australia, May 2019*, pp. 167–170.
- [3] T. Toyama *et al.*, Beam Diagnostics at the First Beam Commissioning of the J-PARC MR, in *Proc. 23rd Conf. Part. Accel. (PAC), Vancouver, Canada, May 2009*, pp. 1964–1966.
- [4] K. Satou *et al.*, Beam diagnostic system of the main ring synchrotron of J-PARC, in *Proc. HB'08, Nashville, Tennessee, USA, 2008*, pp. 472–474.
- [5] D. Naito, Y. Kurimoto, R. Muto, T. Kimura, K. Okamura, T. Shimogawa, and M. Tomizawa, Real-time correction of betatron tune ripples on a slowly extracted beam, *Phys. Rev. Accel. Beams* **22**, 072802 (2019).
- [6] T. Yasui, S. Igarashi, Y. Sato, and T. Koseki, Beam optics for the compensation of third-order structure resonances, *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2022**, 013G01 (2021).
- [7] D. Nagao *et al.*, “J-PARC MRにおける新規チューンメータ開発”, presented at PASJ'22, Tokyo, Japan, August 2025, TH0705, this conference.
- [8] J. Safranek, Experimental determination of storage ring optics using orbit response measurements, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A* **388**, 27 (1997).
- [9] R. Tomás, M. Aiba, A. Franchi, and U. Iriso, Review of linear optics measurement and correction for charged particle accelerators, *Phys. Rev. Accel. Beams* **20**, 054801 (2017).
- [10] A. Morita, H. Koiso, Y. Ohnishi, and K. Oide, Measurement and correction of on- and off-momentum beta functions at KEKB, *Phys. Rev. Accel. Beams* **10**, 072801 (2007).
- [11] Takashi Asami, Hideaki Hotchi, Susumu Igarashi, Tadashi Koseki, Yoichi Sato, Noboru Yamamoto, and Takaaki Yasui, Precise evaluation of time-varying quadrupole field errors through closed-orbit measurements in the J-PARC main ring, *Phys. Rev. Accel. Beams* **28**, 012801 (2025).
- [12] T. Asami, H. Hotchi, S. Igarashi, T. Koseki, Y. Sato, and T. Yasui, High accuracy optics measurement in J-PARC MR for 1.3 MW upgrade plan, in *Proc. IPAC'23, Venezia, Italy, May 2023*, pp. 3276–3279.
- [13] <https://acc-physics.kek.jp/SAD>