

銅メッキステンレス真空パイプのインピーダンス解析

IMPEDANCE ANALYSIS OF COPPER-PLATED STAINLESS-STEEL VACUUM PIPES

中村典雄^{#, A)}

Norio Nakamura ^{#, A)}

^{A)} High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

Abstract

Stainless steel (SS) vacuum pipes can have thin wall thicknesses due to their strong strength and reduce effects of the eddy currents due to their low electric conductivity. However, the low electric conductivity may cause problems about heat generation and beam instabilities due to the pipe impedance. Copper (Cu)-plated SS vacuum pipes have been studied since the late 1990s to overcome the problems, and in recent years they have begun to be used in earnest for synchrotron light sources. In this paper, longitudinal and transverse impedances of Cu-plated SS vacuum pipes are calculated for various Cu-plating thicknesses and then the loss and kick factors that are related to heat generation and transverse mode-coupling instability are evaluated. Furthermore, the Cu-plating thickness where the maximum growth rates of transverse coupled-bunch instabilities of Cu-plated SS pipes can be reduced down to those of Cu pipes is also evaluated.

1. はじめに

ステンレス製の真空パイプは、銅やアルミニウムの真空パイプに比べてその高い強度からパイプ厚を薄くできるとともに、低い電気伝導度から渦電流の影響も小さくできる。他方、低い電気伝導度は抵抗性インピーダンスが高くなるために発熱やビーム不安定性の問題を引き起こしやすくなる。ダクト内側に銅などの電気伝導度の高い金属をメッキすることがインピーダンスを下げる方法として考えられる。1990年代後半から銅メッキステンレス真空パイプのインピーダンスの低減、渦電流の影響、真空性能などに関する研究[1, 2]が行われ、その結果としてPFリングのアンジュレータ U16[3]や SPring-8 の東大放射光アウトステーション用アンジュレータ BL07LSU[4]の真空パイプに実際に使われてきた。近年ではさらに開発が進んで放射光リングの真空パイプに本格的に利用され始めている[5]。本論文では、銅メッキされたステンレスパイプのインピーダンスを様々なメッキ厚に対してより正確かつ詳細に計算し、発熱や横方向モードカップリングビーム不安定性にそれぞれ関係するロスファクターとキックファクターをメッキ厚の関数として求める。また、多バンチ運転における横方向バンチ結合型ビーム不安定性の成長率の低減のために求められるメッキ厚についても評価する。

2. インピーダンスの計算方法

ここでは簡単のためにステンレス製真空パイプは円形とし、パイプ金属の内面に銅メッキを施したパイプのインピーダンスを求めることを考える。銅メッキを施した円形真空パイプの縦方向抵抗性インピーダンス Z_l は、次のように表せる[6]。

$$Z_l(\omega) = \frac{-iL}{2\pi\epsilon_0 bc \left\{ \left(\frac{\omega}{c\lambda_1} + \frac{c\lambda_1}{\omega} \right) \alpha_l - \frac{b\omega}{2c} \right\}} \quad (1)$$

$$\alpha_l = \frac{\left(\frac{\omega}{c\lambda_1} + \frac{c\lambda_1}{\omega} \right) C_0 H_0^{(1)}(\lambda_2(b+d)) + \left(\frac{\omega}{c\lambda_2} + \frac{c\lambda_2}{\omega} \right) C_1 H_1^{(1)}(\lambda_2(b+d))}{\left(\frac{\omega}{c\lambda_1} + \frac{c\lambda_1}{\omega} \right) D_0 H_0^{(1)}(\lambda_2(b+d)) + \left(\frac{\omega}{c\lambda_2} + \frac{c\lambda_2}{\omega} \right) D_1 H_1^{(1)}(\lambda_2(b+d))} \quad (2)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{i + \text{sgn}(\omega)}{\delta_{1,2}}, \quad \delta_{1,2} = \sqrt{\frac{2}{\sigma_{1,2}\mu_0|\omega|}} \quad (3)$$

$$C_0 = -J_1(\lambda_1 b) N_1(\lambda_1(b+d)) + N_1(\lambda_1 b) J_1(\lambda_1(b+d)) \quad (4)$$

$$C_1 = J_1(\lambda_1 b) N_0(\lambda_1(b+d)) - N_1(\lambda_1 b) J_0(\lambda_1(b+d)) \quad (5)$$

$$D_0 = -J_0(\lambda_1 b) N_1(\lambda_1(b+d)) + N_0(\lambda_1 b) J_1(\lambda_1(b+d)) \quad (6)$$

$$D_1 = J_0(\lambda_1 b) N_0(\lambda_1(b+d)) - N_0(\lambda_1 b) J_0(\lambda_1(b+d)) \quad (7)$$

ここで、 $b, d, L, \sigma_{1,2}, \delta_{1,2}$ は、それぞれステンレスパイプ半径(内径)、内層(銅メッキ)の厚み、パイプの長さ、内層と外層(ステンレス)の電気伝導度と表皮厚(skin depth)である。また、外層の厚みは無限に大きいとしている。 $\epsilon_0, \mu_0, c, \omega, i$ は、それぞれ真空の誘電率と透磁率、光速度、角周波数、虚数単位で、 J_0, J_1, N_0, N_1 は 0 次と 1 次の第 1 種、第 2 種のベッセル関数で、 $H_0^{(1)}, H_1^{(1)}$ は 0 次と 1 次の第 1 種ハンケル関数である。

縦方向と同様に、銅メッキを含む 2 層構造の円形真空パイプの横方向抵抗性インピーダンスも解析的な式を求めることができる。高周波領域での計算上の問題とその解決手法については参考文献[7, 8]に書かれている。いずれにしても、全周波数領域で縦・横方向のインピーダンスを正確に求めることができる。

3. インピーダンスの計算と解析

前章で述べたように、ステンレススチールの真空パイ

[#] norio.nakamura@kek.jp

ブの断面形状としては円形を考え、その電気伝導度は $\sigma_2 = \sigma_{SS} = 1.37 \times 10^6 \text{ S/m}$ と仮定した。また、パイプの内半径 b としては挿入光源用チェンバーの狭い垂直アパーチャを想定してここでは 4 mm (直径 8 mm) とした。銅メッキの電気伝導度は、 $\sigma_1 = \sigma_{Cu} = 5.9 \times 10^7 \text{ S/m}$ としてインピーダンスを計算した。

3.1 縦方向インピーダンスとロスファクター

Figure 1 に 2 章で述べたインピーダンスの式から求めた銅メッキステンレスパイプの縦方向インピーダンスを示す。銅メッキの厚みとして $d = d_{Cu} = 1, 10, 50, 100 \mu\text{m}$ の 4 つの値に対してインピーダンスの実部と虚部をそれぞれ同じ図に実線で示した。比較のために、メッキなしのステンレスパイプと銅パイプのインピーダンスを破線で示す。

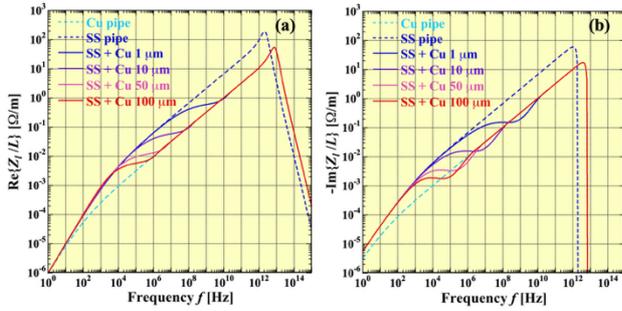


Figure 1: (a) Real and (b) imaginary parts of longitudinal resistive-wall impedances per unit length for Cu-plated SS pipes ($b = 4 \text{ mm}$) with Cu-plating thicknesses of 1, 10, 50 and $100 \mu\text{m}$ and Cu and SS pipes.

Figure 1 からわかるように、銅メッキステンレスパイプのインピーダンスは実部でも虚部でも低周波領域ではメッキなしのステンレスパイプと同じインピーダンスになって重なるが、周波数が上がると銅メッキの厚い順にステンレスパイプのインピーダンスからより低周波でずれ始め、最終的には高周波で銅パイプのインピーダンスに重なっていくことがわかる。銅パイプと重なる周波数は、メッキ厚 d_{Cu} が表皮厚 (skin depth) $\delta_1 = \delta_{Cu}$ に等しい周波数 $f_{d-\delta}$ でおおよそ表わすことができ、下記のようになる。

$$f_{d-\delta} = \frac{1}{\pi \sigma_{Cu} \mu_0 d_{Cu}^2} \quad (8)$$

一方で、Fig. 1a と Fig. 1b を比較すると、銅メッキステンレスパイプのインピーダンスがステンレスパイプから離れ始める周波数は、実部と虚部で少し差があり、虚部の方がより低い周波数から離れ始めることもわかる。

ロスファクター k_{loss} は同じ電荷の電子バンチに対して縦方向インピーダンスによるエネルギー損失のし易さを表す係数で、最終的に損失エネルギーはパイプでの発熱につながる。バンチ長 σ_t のガウス分布形状の場合、ロスファクターは次のようにバンチ長とバンチ形状を考慮した縦方向結合インピーダンスの実部の周波数積分で表される。

$$k_{loss} = 2 \int_0^{\infty} \text{Re}[Z_l] e^{-(2\pi f \sigma_t)^2} df \quad (9)$$

Figure 2 は、Fig. 1a で示した縦方向インピーダンスの実部と Eq. (9) を使って計算した単位長さあたりのロスファクターを銅メッキ厚の関数としてプロットしたものである。また、ロスファクターはバンチ長が 5, 10, 15 ps の 3 つの場合に対してそれぞれ計算している。Figure 2 からわかるようにロスファクターは銅メッキを $1 \mu\text{m}$ とするだけでもメッキなし ($d_{Cu} = 0 \mu\text{m}$) のステンレスパイプのロスファクターから大きく減少し、銅パイプとほぼ同じロスファクターの値になる。これは 3 つのバンチ長全てについて言えることである。また、バンチ長間の結果を比較すると、バンチ長が長いとロスファクターはより減少することがわかる。これは、バンチ長が長くなると Eq. (9) で高周波成分のカットがより低い周波数まで行われるためである。

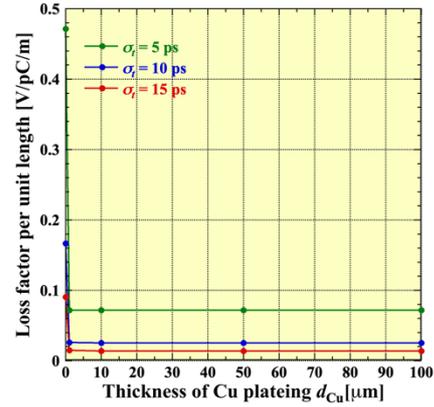


Figure 2: Loss factor per unit length of the Cu-plated SS vacuum pipe as a function of Cu-plating thickness for the bunch lengths of 5, 10 and 15 ps.

3.2 横方向インピーダンスとキックファクター

Figure 3 に計算した銅メッキステンレスパイプの横方向インピーダンスを示す。縦方向と同様に、 $d_{Cu} = 1, 10, 50, 100 \mu\text{m}$ の 4 つのメッキ厚に対してインピーダンスの実部と虚部を Fig. 3a と Fig. 3b にそれぞれ実線で示す。また、比較のために、メッキなしのステンレスパイプと銅パイプのインピーダンスを破線で示す。

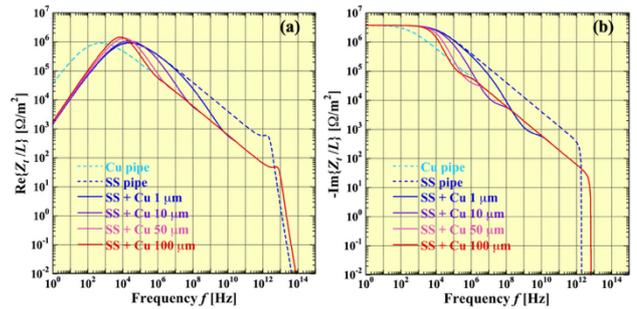


Figure 3: (a) Real and (b) imaginary parts of transverse resistive-wall impedances per unit length for Cu-plated SS pipes ($b = 4 \text{ mm}$) with plating thicknesses of 1, 10, 50 and $100 \mu\text{m}$ and Cu and SS pipes.

縦方向インピーダンスと同様に、銅メッキステンレスパイプの横方向インピーダンスも実部・虚部共に低周波領域では同じ径のステンレスパイプと同じインピーダンスになって重なるが、周波数が上がると銅メッキ厚の厚いもの

からより低周波で順次ずれ始め、最終的には高周波ではインピーダンスが下がって銅パイプのインピーダンスに重なっていく。銅パイプとほぼ重なる周波数については縦方向インピーダンスと同様に Eq. (8)で表される。ステンレスパイプからずれる周波数についても、実部と虚部で少し差があって虚部の方がより低い周波数から離れ始める。

キックファクター k_{kick} は横方向のコヒーレントチューンシフトを生み、単バンチの横方向モードカップリングビーム不安定性(TMCI: Transverse Mode-Coupling Instability)のバンチ電流閾値と関係するパラメータで、バンチ長 σ_t のガウス分布のバンチ形状の場合には、キックファクターは次のようにバンチ長とバンチ形状を考慮した横方向結合インピーダンス虚部の周波数積分で表される。

$$k_{kick} = -2 \int_0^{\infty} \text{Im}[Z_t] e^{-(2\pi f \sigma_t)^2} df \quad (10)$$

Figure 4 は、Fig. 3b で示した横方向インピーダンスの虚部と Eq. (10)を使って計算した単位長さあたりのキックファクターを銅メッキ厚の関数として示したものである。キックファクターはバンチ長が 5, 10, 15 ps に対してそれぞれ計算している。ロスファクターと同様に、銅メッキステンレスパイプのキックファクターは1 μm 以上の銅メッキ厚で大幅に減少して銅パイプとほぼ同じ値になることがわかる。また、バンチ長間の比較からバンチ長が長いとキックファクターは小さくなることもわかる。これは、バンチ長が長くなると Eq. (10)で高周波成分のカットがより低い周波数まで行われるためである。

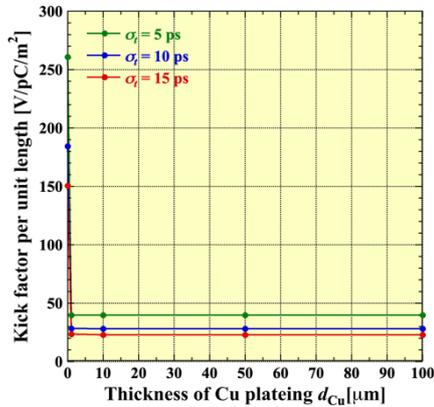


Figure 4: Kick factor per unit length of the Cu-plated SS vacuum pipe as a function of Cu-plating thickness for the bunch lengths of 5, 10 and 15 ps.

3.3 横方向バンチ結合型ビーム不安定性

最後に多バンチ運転で起きるバンチ結合型横方向ビーム不安定性への影響について考える。蓄積リングに対称なバンチ配置における横方向バンチ結合型ビーム不安定性(TCBI: Transverse Coupled Bunch Instability)の成長率は最低次の振動モード(バンチの重心振動)で次のように書ける[9]。

$$g_{\mu}^{\dagger} = -\frac{I_b k_b \beta_t \omega_0}{4\pi(E/e)} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \exp\{-\sigma_t^2(\omega_p^{\dagger} - \omega_{\xi})^2\} \cdot \text{Re}[Z_t(\omega_p^{\dagger})] \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \omega_p^{\dagger} &= (pk_b + \mu + \nu_t)\omega_0, \\ \omega_{\xi} &= \xi_t \omega_0 / \alpha, \\ \omega_0 &= 2\pi f_0 \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 I_b , k_b , E , β_t , f_0 , ξ_t , α はバンチ電流、バンチ数、ビームエネルギー、インピーダンスのある場所でのベータatron関数、周回周波数、クロマティシティ、モーメントムコンパクションである。 μ はリング1周での横方向振動の数を表すモード数で、バンチの数だけ振動モードが存在して $\mu = 0, 1, 2, \dots, k_b - 1$ である。今、クロマティシティは簡単のためにゼロ($\omega_{\xi} = 0$)とする。横方向インピーダンスの実部は周波数 f に関して奇関数である。また、Fig. 3からわかるように周波数に関して低周波でのピークを越えてからは単調に減少し、およそ周波数の平方根に比例して高周波領域($\sim 10^{12}$ Hz)まで減少していく。そのため Eq. (11)を考えると、特に k_b が大きい時には ω_p^{\dagger} が最もゼロに近い負の角周波数で支配的になってその成分を含む振動モードで成長率は最大になる。このゼロに近い負の周波数を f_{gmax} とすると、つぎのように表される。

$$f_{gmax} = -(1 - \Delta\nu_t)f_0 \quad (13)$$

ここで、 $\Delta\nu_t$ はベータatronチューンの端数である。最大成長率になるモードは $\mu = k_b - [\nu] - 1$ で、 $[x]$ は実数 x の整数部を意味する。この振動モードの時に $p = -1$ で Eq. (13)で表した最もゼロに近い負の周波数をとる。この周波数での銅メッキステンレスパイプのインピーダンスが銅パイプのインピーダンスまで下がっていることが横方向バンチ結合型ビーム不安定性の電流閾値の観点からは理想的である。その条件は f_{gmax} の絶対値が $f_{d=\delta}$ と同じかより大きいことに等しい。Equation (8)と Eq. (13)からその条件は次のように表すことができる。

$$d_{Cu} \geq \frac{1}{\sqrt{\pi \sigma_{Cu} \mu_0 f_0 (1 - \Delta\nu_t)}} \quad (14)$$

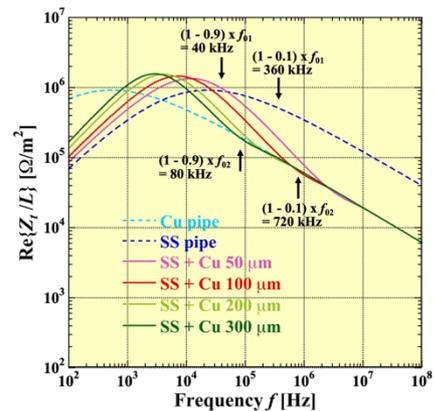


Figure 5: Real parts of transverse impedances per unit length for Cu-plated SS pipes ($b = 4$ mm) with Cu plating thickness of 50, 100, 200 and 300 μm and Cu and SS pipes. Four arrows indicate frequencies dominating in the transverse coupled-bunch instability for $f_0 = 400$ kHz (f_{01}) and 800 kHz (f_{02}) and $\Delta\nu_t = 0.1$ and 0.9.

Equation (14)からわかるように、周回周波数が高くベータatronチューンの端数が小さい方がメッキ厚は薄くて済む。Figure 5 に 4 つのメッキ厚 $d_{Cu} = 50, 100, 200, 300 \mu\text{m}$ の銅メッキステンレスパイプの横方向インピーダンス実部を示す。また、2 つの周回周波数 $f_0 = 400 \text{ kHz}, 800 \text{ kHz}$ と 2 つのベータatronチューンの端数 $\Delta v_t = 0.1, 0.9$ に対して横方向バンチ結合型ビーム不安定性で支配的になる振動周波数を 4 つの矢印で示す。Equation (14)から、周回周波数 $f_0 = f_{01} = 400 \text{ kHz}$ (周長 750 m) かつベータatronチューンの端数 $\Delta v_t = 0.1, 0.9$ の蓄積リングの場合は、横方向バンチ結合型ビーム不安定性で支配的な振動周波数に対して望ましい銅メッキ厚はそれぞれ $109 \mu\text{m}, 328 \mu\text{m}$ (あるいはそれ以上) となり、周回周波数 $f_0 = f_{02} = 800 \text{ kHz}$ (周長 325 m) かつベータatronチューンの端数 $\Delta v_t = 0.1, 0.9$ の蓄積リングの場合、望ましい銅メッキ厚はそれぞれ $77 \mu\text{m}, 232 \mu\text{m}$ (あるいはそれ以上) となる。

4. まとめ

銅メッキされたステンレスパイプのインピーダンスの計算を様々なメッキ厚に対して行い、発熱と横方向モードカップリングビーム不安定性にそれぞれ関係するロスファクターとキックファクターを求めた。また、横方向バンチ結合型ビーム不安定性とメッキ厚の関係も調べた。下記にその結果をまとめる。

- 銅メッキステンレスパイプの縦・横方向ともにインピーダンスは実部でも虚部でも低周波領域ではメッキなしのステンレスパイプと同じインピーダンスになって重なるが、周波数が上がると銅メッキ厚の厚い順にステンレスパイプのインピーダンスからずれていき、Eq. (8)の周波数以上で銅パイプのインピーダンスに重なっていく。
- ロスファクターもキックファクターもステンレスパイプに $1 \mu\text{m}$ 以上の銅メッキ厚を施すことで銅パイプのそれらとほぼ同じ値にすることができる。
- 多数のバンチを含むビームにおいて横方向バンチ結合型ビーム不安定性の成長率を銅パイプのそれとほぼ同じ値まで下げるためには、Eq. (14)を満足

するメッキ厚が必要になる。周回周波数が高く(周長が短く)、ベータatronチューンの端数が小さい方がメッキ厚は相対的に薄くて済む。

謝辞

PF 光源(加速器第六研究系)のメンバーとは打ち合わせや検討会等で有益な議論やコメントをいただいています。この場を借りて感謝致します。

参考文献

- [1] N. Nakamura *et al.*, "Reduction in resistive-wall impedance of insertion-device vacuum chamber by copper coating", Proc. EPAC1998, Stockholm, Sweden, Jun. 22-26, 1998, pp. 984-986.
- [2] H. Sakai *et al.*, "Development of copper-coated chamber for third-generation light sources", Proc. PAC2005, Knoxville, Tennessee, USA, May 26-20, 2005, pp. 2633-2635.
- [3] S. Yamamoto *et al.*, "KEK-PF における高速偏光切り替え光源の開発", Proc. of 5th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 33th Linear Accelerator Meeting in Japan, Higashihiroshima, Japan, Aug. 6-8, 2008, pp. 105-107.
- [4] <https://user.spring8.or.jp/sp8info/?p=31445>
- [5] Y. Hosaka *et al.*, "次世代放射光施設 NanoTreasure 蓄積リング真空チェンバの製作及び設置", Proc. PASJ2023, Funabashi, Japan, Aug. 29-Sep. 1, 2023, pp. 902-906.
- [6] N. Nakamura, "Resistive-wall impedance effects for the new KEK light source", J. Phys.: Conf. Ser. **874**, 012069 (2017).
- [7] N. Nakamura, "NEG コーティング真空パイプのインピーダンス解析と PF-HLS リングへの応用", Proc. PASJ2024, Yamagata, Japan, Jul. 31-Aug. 3, 2024, pp. 804-808.
- [8] N. Nakamura, "Resistive-wall impedance calculations and effects of NEG coated insertion device vacuum pipes for the PF-HLS ring", Proc. ipac2025, Taipei, Taiwan, Jun. 1-6, 2025, pp.2149-2152.
- [9] M. S. Zisman, S. Chattopadhyay and J. J. Bisognano, "ZAP user's Manual", LBL-21270, December 1986.