

## $g-2$ /EDM 精密計測用磁石の磁場構成と調整方法の検討

# STRUCTURE AND TUNING METHOD OF THE SUPERCONDUCTING MAGNET FOR THE $g-2$ /EDM PRECISION MEASUREMENTS

阿部充志<sup>#,A)</sup>, 佐々木憲一<sup>A)</sup>, 三部勉<sup>A)</sup>, 小川真治<sup>A)</sup>, 福村省三<sup>B)</sup>, 飯沼裕美<sup>C)</sup>

Mitsushi Abe<sup>#,A)</sup>, Ken-ichi Sasaki<sup>A)</sup>, Tsutomu Mibe<sup>A)</sup>, Shinji Ogawa<sup>A)</sup>, Seiso Fukumura<sup>B)</sup>, Hiromi Iinuma<sup>C)</sup>

<sup>A)</sup>KEK, <sup>B)</sup>Niigata Univ., <sup>C)</sup>Ibaraki Univ.

### Abstract

This proceeding describes the magnetic field shimming system for the fiducial volume magnetic field of a superconducting magnet, in which muons are stored for the measurements of anomalous magnetic moment ( $g-2$ ) and electric moment (EDM) in J-PARC. The measurements need a good homogeneity (peak-to-peak amplitude/average magnetic field strength) of less than 0.2 ppm which is quite better than that in MRI magnetic fields, and a weak focus field with less than  $\pm 0.1$  ppm residual fields from theoretical one. To achieve such very good magnetic fields, we are preparing magnetic field tuning (shimming) system. We use the passive shimming method, in which iron (or nickel) pieces are used as shims and active shimming coils (small coil arrays). In this proceeding, we describe the designs for the magnetic field shimming system, which are for passive and active shimming with shim placement calculations.

### 1. はじめに

J-PARC では Muon の磁気・電気モーメント( $g-2$ /EDM)を高精度測定する実験(E34)の準備を進めている。この実験に用いる超伝導(SC: Super conducting)磁石はミューオンを周回・蓄積するシリンダー状の領域(3 cm 半径幅、10 cm 高で直径 66.6 cm)に、高磁場(3.0 T)で超高一様磁場(許容振幅 $\pm 0.1$  ppm)を持つ。螺旋入射した muon を赤道面付近の周回軌道を安定に保つ弱収束磁場(WFF: Weak Focus Field)分布を加えても、理想磁場から $\pm 0.1$ ppm 以内の残差とする必要がある[1-3]。

この磁石の主磁場(3.0 T)起磁力配置設計では、非常に均一な磁場を実現出来るよう、起磁力配置を設計した[2, 3]。WFF 磁場コイルについても精度良いコイル配置を設計した[4]。しかし、実機では組み立て誤差に加え、磁石周囲の機器・建物それに地磁気などの磁石外部からの磁場、などによる各種の誤差磁場を含む。その対策のため、次の 3 項目を考えている。

- 磁石外部からの誤差磁場は、鉄 yoke が磁気遮蔽。
- 2 種類の受動シミング(Coarse, Fine)により目標の一様磁場と WFF(弱収束磁場、WFF: Weak Focus Field)磁場への調整(シミング)を実現。
- Muon 粒子軌道位置の調整のために、2 種類のシムコイルで $B_z$ 、 $B_\perp$ 分布の調整。

シミング機構については計画概要[5]と受動シミングシム片配置位置についての具体的設計を示した[6]。

本プロシーディングでの議論は、シミングを実行する機構であるが、特に、能動シミング用シムコイルの設計について考え方と生成される磁場について示す。

### 2. 磁石の概要と磁場調整機構

#### 2.1 磁石の概要

Figure 1 に本検討対象の磁石の断面計画図である。中心に検出器があり、その周りで muon を周回蓄積させ

<sup>#</sup> abemk@post.kek.jp

る。蓄積領域は、中心直径 66.6 cm で、3 cm 幅(半径  $R$  方向)・10 cm 高さ(軸  $Z$  方向)で、主磁場(3.0 T)と WFF 磁場はそれぞれ下式の範囲の磁場である[2-4]。

$$B_z = 3.0 \text{ T} \pm 0.3 \mu\text{T} \quad (1)$$

$$B_z = -n_{index} \frac{B_z^0}{R^0} \left\{ (R - R^0) + \frac{Z^2}{2R^0} \right\} \pm 0.3 \mu\text{T} \quad (2)$$

$$B_R = -n_{index} (B_z^0/R^0) Z \pm 0.3 \mu\text{T} \quad (3)$$

ここで、設計目標磁場は半径  $R$  と軸方向  $Z$  の 2 次元(2D: two dimensional)の磁場であり、 $R^0$ 、 $B_z^0$  はそれぞれ muon 蓄積領域の中心( $R^0 = 0.333 \text{ m}$ ,  $Z^0 = 0.0 \text{ m}$ )と磁場強度を示す。設計目標磁場と許容残差範囲を示している。この磁場は周回  $\theta$  方向ベクトル成分  $A_\theta$  で表現でき、

$$A_\theta = -n_{index} \frac{B_z^0}{R^0} \left\{ R \left( \frac{R}{3} - \frac{R^0}{2} \right) - \frac{Z^2}{2} \right\} + \frac{RB_z^0}{2}, \quad (4)$$

である。ここで、 $B_z^0$  は 3.0 T で、 $n_{index}$  は、

$$B_z(R) = B_{z0} \left( \frac{R}{R^0} \right)^{-n_{index}} \quad (5)$$

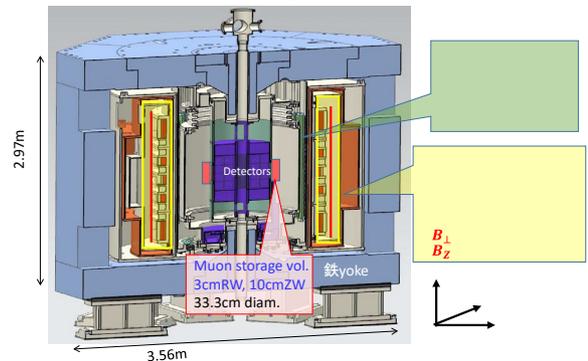


Figure 1: SC magnet for E34 experiment in J-PARC.

Table 1: Tools of Precise Magnetic Field Shimming for  $g$ -2/EDM Magnet

Shimming Tools	Capacities (actual)	Roles and usage
Passive tools (magnetized iron pieces)	Coarse shimming shim-trays 3.885x10 <sup>4</sup> cc (<6000 cc)	Rough shimming (shimming for high ordered eigenmodes) using large volumes of iron pieces with magnet current ramp-down, and with iron-yoke ceiling removed and reassemble. 4.2 cm×5.0 cm×3.7 cm depth×25 pockets/tray×20 trays
	Fine shimming shim-trays 1945 cc (<100 cc)	Fine shimming (shimming for low ordered eigenmodes) with magnetic field on and without iron-yoke ceiling removed. Fe volume in a shim-pocket should be less than 1cc. 1.4 cm×3.0 cm×1.2 cm depth×19 pockets/tray×20 trays
Active tools (Shim-coils arrays)	$B_z$ type shim-coils 6 coils in longitudinal array 30 Gauss $B_z$ (17.55 kA)	In rotational direction, uniform, $\cos \theta$ and $\cos 2 \theta$ like distributions can be corrected with precision power supply.
	$B_{\perp}$ type shim-coils 6 coils in longitudinal array 5 Gauss $B_{\perp}$ (1.0 kA)	In rotational direction, uniform, $\cos \theta$ and $\cos 2 \theta$ like distributions can be corrected with precision power supply.

であるが、J-PARC の E34 実験では  $n_{\text{index}}=1.5 \times 10^{-4}$  と計画している。Equation (4) のベクトルポテンシャルで、第一項は WFF に相当し、第二項は 3.0 T の一様磁場に相当する。このような磁場を設計磁場として起磁力配置を参考文献の考え方[3, 4, 7, 8]で決めた。

## 2.2 シミングの概要

しかし、実機では、誤差磁場が混入する。これを補正するために Table 1 に示した。Equations (1-4) の設計磁場は 2D 磁場であるが、誤差磁場は 3D 磁場分布であり、これに対応できる構造としており、Fig. 1 に示すように、主磁場コイル付近で muon 蓄積領域を取り囲むように配置している。詳しい構造と配置については参考文献[5, 6]と Table 1 に詳細が記述されているので、参考になる。

磁場調整の進展は次の手順を考えている。磁場調整の把握は 3.0 T 一様磁場と WFF 磁場である。

- 磁石完成・励磁後、磁石のみの磁場分布を蓄積領域以外を含め測定、磁石自身の誤差磁場を把握、
- 蓄積領域の粗シミングを実行、
- 蓄積領域真空容器、検出器、ビームダクト、それにキッカー回路を設置する毎に誤差磁場分布を把握、必要に応じて粗シミングを実行、
- 全体完成後、本格シミング開始で、最初は 3.0 T 一様磁場の粗シミング、そして、fine シミング実行、
- WFF 磁場を加え、必要なら粗シミング実行、その後、fine シミング実行で良好磁場実現、
- Muon 蓄積軌道を検知しながらシムコイルで軌道を微調整。

以上で、(a)～(e)は受動シミングで対応し、(f)はシムコイルで対応する。

## 3. シミング機構

### 3.1 概要

磁場シミングに利用する磁石内石器の機器は Table 1 に記述され、Fig. 1 にはその設置位置も示したが、本章では、それらの細かい構造と設計の考え方を説明する。受動シミング関係のシム片配置機構は、参考文献[5, 6]に記述があるので、今回は、シムコイルに重きを置いて記述する。Figure 2 は磁場シミング使う、シム片とシムコイルの配置位置を 2D 断面上に示した。以下、これらの構造を説明する。

### 3.2 受動シミング

受動シミングには鉄片を用いる。鉄片は 3.0 T の磁場中で磁化し、磁気モーメント(MM: Magnetic Moment)を持つ。その MM が作る磁場を利用する[9-12]。鉄の場合、2.15 T に磁化し、1 cm<sup>3</sup> あたり 1.711 Am<sup>2</sup> の MM を持つ。鉄片配置は特異値分解を利用したシム片配置計算法で求める。この計算法は既に J-PARC MuSEUM 実験用の磁石(MRI 用磁石の再利用)に適用し、均一度 0.2 ppm を実現できることは確認済みである[11, 12]。

### 3.3 能動シミング

#### 3.3.1 シムコイルの配置・形状

本磁石の能動シミングに使うシムコイルは、軸方向の磁場成分  $B_z$  と軸に垂直な磁場成分  $B_{\perp}$  の 2 種類を考える。シムコイル通電時の Joule 熱による磁石温度の変動を原因とする磁場の変化を避けるために、極低温部に配置し超伝導導体を用いる。しかし、コイルのインダクタンスが小さいため、また、電流を変化させることが多いので、電源駆動とする。シムコイル位置は、主コイル CBs (Coil

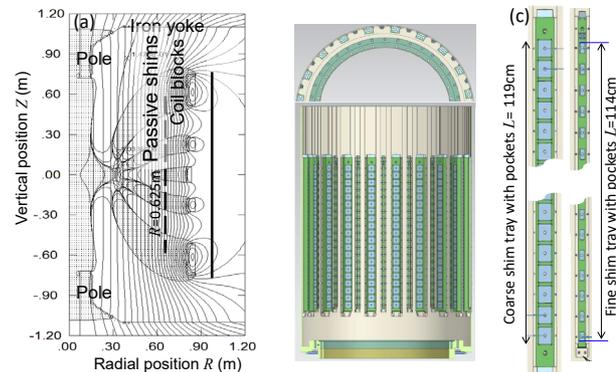


Figure 2: Passive shimming structure for  $g$ -2/EDM magnet. (a) Designed magnetic field of the magnet. Dotted area is higher than 3.0 T and vertical curved thin lines are magnetic force lines. Bold dashed line indicates passive shim positions and bold line indicates shim-coil positions. (b) A cylindrical structure on which shim trays are placed. (c) Shim-trays for coarse and fine shimming operation. Small rectangles in each tray, are shim-pockets in which shim pieces are placed.

Blocks)より半径大側であり、Fig. 1 の太直線で示した位置で、円筒状の形状で配置する。

能動シミングでは、磁場の調整は電流が作る磁場で発生され、電流値の調整で、必要な磁場強度・分布とする。電流に沿って積分することで、計算位置 $\mathbf{X}$ で、

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\mathbf{i}(\mathbf{X}_C)}{|\mathbf{X} - \mathbf{X}_C|} dl \quad (6)$$

のベクトルポテンシャルを得るが、円筒座標( $R, \theta, Z$ )で考えると、磁場は

$$B_R = \{\nabla \times \mathbf{A}\}_R = \frac{1}{R} \frac{\partial A_Z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial Z} \quad (7)$$

$$B_\theta = \{\nabla \times \mathbf{A}\}_\theta = -\frac{\partial A_Z}{\partial R} \quad (8)$$

$$B_Z = \{\nabla \times \mathbf{A}\}_Z = \frac{1}{R} \frac{\partial R A_\theta}{\partial R} \quad (9)$$

となる。ここで、 $\mathbf{i}(\mathbf{X}_C)$ はコイル電流位置 $\mathbf{X}_C$ での電流ベクトル $\mathbf{i}$ であり、円筒面上の電流路で半径方向の成分の $i_R$ と $A_R$ は存在しない。 $B_Z$ と $B_\perp$ の磁場を補正するシムコイル電流は、それぞれ、 $i_\theta$ と $i_z$ の成分によるので、電流成分に注目し、2つのシムコイル( $B_Z$ -type と $B_\perp$ -type のシムコイル)に分類して、Fig. 3 のシムコイルを設計している。それぞれの最大電流は、17.55 kA, 1.0 kA であるが、 $B_Z$ -type では素線電流 145 A で 11 turn×11 turn、 $B_\perp$ -type では素線電流 21 A で 7 turn×7 turn、を想定している。

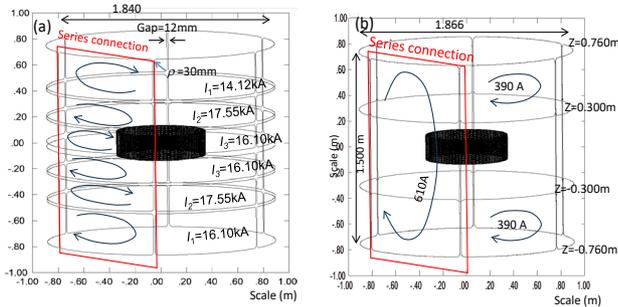


Figure 3: Conductor placements of shim-coils. (a)  $B_Z$ -type shim-coil, (b)  $B_\perp$ -type shim-coil.

### 3.3.2 $B_Z$ -type シムコイル

Figure 3(a)に導体配置形状を示した。赤道面を対称面として上下対象の電流方向で同値の電流値である。周回方向電流 $i_\theta$ を強調する配置である。図中の赤枠で囲った縦方向一列は直列結線され、周回方向 6 回路を独立に電流制御する[13]。今回の設計での定格は図中の値であり、この電流で 30 Gauss を発生できる。この定格磁場は WFF コイルに関連する。電源駆動の WFF コイル設計[4]では、永久電流通電の主磁場との磁氣的相互作用が残る。WFF 励磁時の主磁場強度の変化を補正する目的で、 $B_\perp$ -type に比べ大きな強度を設計定格値としている。今後の議論に依存するが、磁場強度を主磁場電流で調整する方針を採れば、実際に使用する時の $B_Z$ -

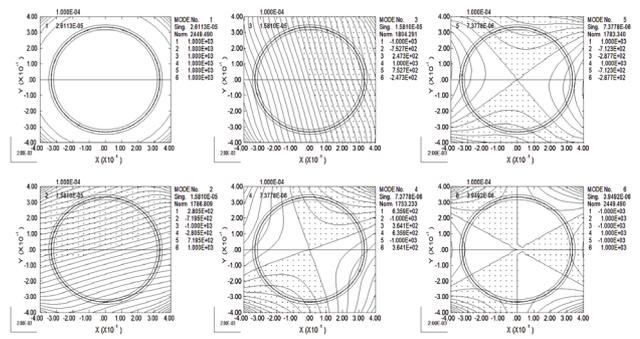


Figure 4: Magnetic fields by  $B_Z$ -type shim-coil.

type シムコイル磁場は弱く出来る。しかし、今回は 30 Gauss の定格で議論する。

Figure 4 は  $B_Z$ -type、6 個のシムコイルから蓄積領域への磁場計算点 5184 点に作る磁場の行列を特異値分解 (SVD: Singular Value Decomposition)により得られた固有分布[14]を、 $B_Z$ の 1 Gauss 毎の等高線で示した。最大のコイル電流が定格となるように磁場の大きさを決めた。1 番目(左上)の SVD 固有分布は一樣磁場を発生するもので、最大 30 Gauss であるが、他は、等高線間隔から理解できるように小さい磁場強度となる。2.2 節で議論したように、シムコイルを使用する段階では、既に受動シミングは終了し、誤差磁場は小さくなっており、磁場強度調整以外の SVD 固有分布は小さな調整 ( $\pm 10$  ppm (30  $\mu\text{T}$ )以下)にとどまると思われる。その意味で特に 1 番目の磁場分布は重要である。

Figure 5 にはその 1 番目 SVD 固有  $B_Z$ 分布を示した。30 Gauss 励磁を想定した電流であるが、コイル断面の大きさを考えた 12 mm の周回方向配置の間隔とループ毎の角取りによる部分でやや磁場は小さくなり、 $R=0.333$  m で周回方向の平均  $B_Z$ は 29.592 Gauss で、周回方向に 6 回周期で 0.2  $\mu\text{T}$  程度の磁場リップルがあるが、問題となる大きさではないと考える。Figure 5 の右側には、周回方向の 2 段面(磁場リップルの peak と bottom)で  $B_Z$ 分布を示す。四角形状の断面の角部では  $\pm 0.1$  ppm をはみ出す誤差磁場となる領域があるが、実機使用では数 Gauss での使用となると思われ、大きな問題とはならないが、必要に応じて Fine シミングを実行する。

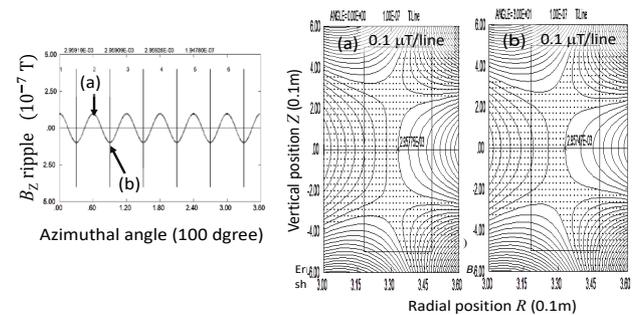


Figure 5: Magnetic field ripple of 1st SVD eigen  $B_Z$  distribution. Average  $B_Z$  is 29.592 Gauss and peak-to-peak ripple is 0.19  $\mu\text{T}$  as plotted in left frame. Right frames plot  $B_Z$  distribution at the azimuthal angle of (a) and (b) of left frame.

### 3.3.3 $B_{\perp}$ -type シムコイル

Figure 3(b)に導体配置形状と電流方向を示した。軸方向電流 $i_z$ が主役であり、これを強調する配置である。赤枠で囲った縦一列は直列結線され1回路となり、周回方向6回路を独立に電流制御する[13]。設計定格は図中の値である。主磁場とは原理的に磁氣的結合は無い。

Figure 6 は $B_{\perp}$ -type シムコイル 6 個のから蓄積領域への磁場計算点に作る磁場の行列より得られた SVD 固有分布を、 $A_z$ の $1.0 \times 10^{-5}$  Wb/m 毎の等高線で、定格励磁時の電流で示した。6 個すべてで定格電流は 1 kA であり、各 SVD 固有分布に対応する電流割合は各枠の右側に示した。 $A_z$ の等高線は、その等高線に沿って磁場が流れている(青矢印)ことも示している。1, 2 番目の SVD 固有分布は共に一方向に磁場が流れる分布で、5 Gauss が定格電流による磁場強度である。3, 4 番目 SVD 固有モードは X-Y 断面上で四極磁場を作る。これら 4 個の固有分布が $B_{\perp}$ 磁場分布の調整に利用できる。右側上の 5 番目固有分布は 6 極であるが、組み合わせる分布が存在しないので、また 6 番目は Eq. (7)の第 2 項 $A_{\theta}$ によるもので、 $B_z$ 成分も同時に発生する。 $B_z$ 成分は精度良く受動シミングされ、同時に、Eq. (7)の $B_R$ 成分も打ち消される。そのため、磁場調整での利用は難しい。

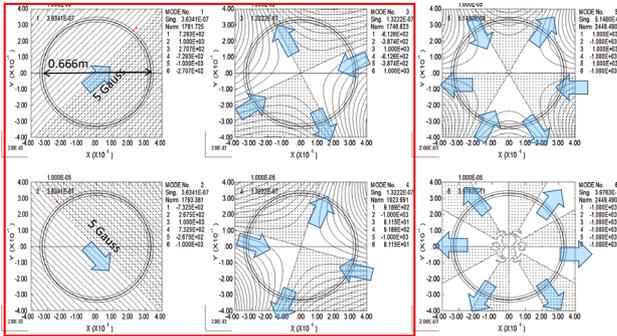


Figure 6: Magnetic fields by  $B_{\perp}$ -type shim-coil. Blue arrows denote directions of magnetic force lines.

$B_{\perp}$ -type シムコイルの磁場は、主に、軸方向電流成分により作られるが、周回方向の電流も存在する。この電流による $A_z$ は、 $B_z$ 成分の磁場もつくる。この磁場を打ち消すように上下端の小ループを付加しているので、 $B_z$ 成分は定格電流時でも $\pm 0.1$  ppm 程度で大きな問題にはならないと考える。

$B_{\perp}$ -type シムコイルは主に 1, 2 番目の固有分布が使われると考えている。それは、参考文献[5]が示すように、鉄 yoke に傾きがある場合、0.05 度の傾きでも、受動シミング後には 1.2 Gauss の通り抜ける磁場が発生するためである。この磁場は、Fig. 6 の 1, 2 番目固有分布で補正できる。0.05 度の傾きは、鉄 yoke 端の 2 mm 程度位置誤差になる。実機でもこの傾きは起こりえるが、2 mm を大きく超えるような組み立て誤差は無いと考える。その意味で、本設計の $B_{\perp}$ -type シムコイルの定格 5 Gauss は十分な強さだと考えている。

### 3.3.4 シムコイル配置形状

これまで議論してきたシムコイルは、Fig. 7 に示す円筒体系に組み立てられ、Fig. 2 に示した主コイルの半径大側で、極低温領域に配置される超伝導コイルである。外

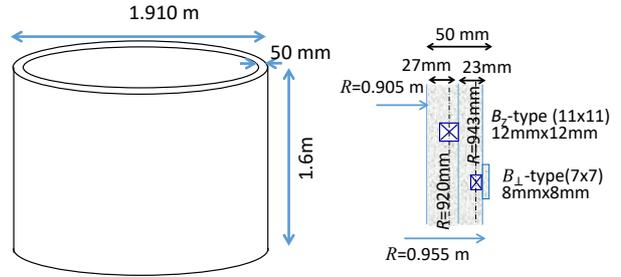


Figure 7: Schematic drawing of assembled shim-coils. Left drawing shows the whole image. Right drawing shows cross-section of the assembly. Numbers in bracket denote winding turns.

形は、直径 1.91 m、高さ 1.60 m、厚さは 50 mm で、その断面内には右側に示すように、2 つのシムコイルが埋め込まれる。内側に $B_z$ -type、外側に $B_{\perp}$ -type を予定している。半径小側には起磁力が大きくなる $B_z$ -type シムコイルを配置することで、起磁力低減を図っている。

磁場精度を良くするために、シムコイルは主コイルボビンに固定する予定である。WFF コイルも主磁場コイルに組み合わせられるため、これら超伝導コイルは互いに精度良く、機械工作精度で、製作・組み立てされる。主コイルとの相互インダクタンスを発生させないために、組み立て時には、シムコイルに 50 Hz の電流を流し、主コイル端子からの出力電圧が最小となる軸方向位置に固定する。

## 3.4 今後の課題

### 3.4.1 磁場再構成

これまで議論してきたツールを使った磁場シミングは、空間離散的な計測磁場から、空間連続的に磁場を把握する磁場分布の再構成を介して行う予定である。この計算手順は、参考文献[6]で議論しているが、受動シミングだけで無く、能動シミングにおいても、再構成磁場を使う。

磁場の再構成手順を、Fig. 8 を参考にして考えると、

- MFMPs(Magnetic Field Measurement Points)を取り囲むように配置した多数の MFS(Magnetomotive Force Surface)上の MM 強さを、計測磁場を再現するように決める。この計算では磁場は $B_z$ である。
- 多数の MM が作る磁場を計算し、加算して元の計測磁場を再現する。

である。nmr センサを使い磁場計測を行うが、nmr センサは精度良く磁場を計測できるが、しかし、方向成分毎の磁場計測は出来ない。つまり、計測値 $|\mathbf{B}|$ は、 $B_{\perp}$ 成分( $B_x, B_y$ )が小さいとして、

$$|\mathbf{B}| \cong (B_z^0) \left( 1.0 + \frac{(B_x^0)^2 + (B_y^0)^2}{2.0 \times (B_z^0)^2} \right) \quad (10)$$

である。つまり、計測値に $B_{\perp}$ の影響は存在するが、 $B_z$ 成分とは区別できない。そのため、 $\partial b_y / \partial X = \partial b_x / \partial Y$ に従い、 $B_z$ 成分と無関係な $B_{\perp}$ 成分は再構成できない。これは、受動シミング計算も同様である[5, 6, 10, 11]。この磁場は、Fig. 6 と同じ成分であり、 $B_{\perp}$ -type シムコイルにより補正は可能である。 $B_{\perp}$ 磁場成分計測法は未確立であるが、 $B_{\perp}$ -type シムコイルは設計・準備しておく。

### 3.4.2 $B_z$ -type シムコイルと今後の課題

Muon 蓄積断面内の磁場強度を、周回方向電流 $i_\theta$ により微調整する $B_z$ -type シムコイルを、広く考えると高さ方向位置 $Z$ の2乗に依存するWFFコイルも一種の $B_z$ -type シムコイルである。これを $B_{zz}$ -type シムコイルとも呼ぶと、 $B_{z1}$ -type シムコイルも考えられる。 $B_z \propto Z$ の磁場成分を発生する。この磁場はWFF磁場の高さ方向中心位置を調整する磁場成分となる。その必要性は今後検討する。

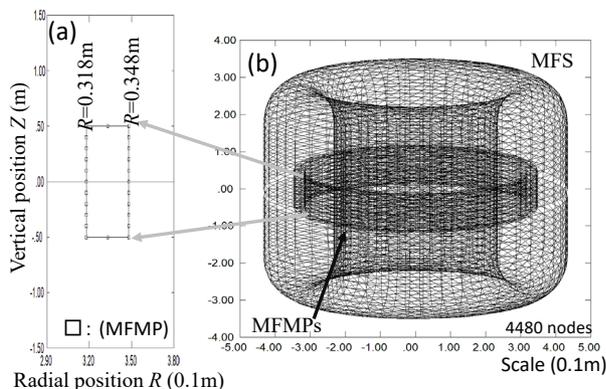


Figure 8: Computational model for the shimming calculation. (a) 2D cross section with surfaces for MFMPs and MFEPs (Magnetic field Evaluation Points). (b) MFS and surface for MFMPs.

## 4. まとめ

J-PARC では Muon の磁気・電気モーメント( $g$ -2/EDM)を高精度測定する実験(E34)の準備を進めているが、磁場分布にも高精度が求められ、実験時の誤差磁場は、設計目標磁場から $\pm 0.1$  ppm ( $0.3 \mu\text{T}$ )の範囲に収めることが必要である。しかし、精度良く起磁力配置を設計しても、実機では組み立て誤差などによる誤差磁場が混入する。そのために、磁場を補正(磁場シミング)出来るように用意している。それらは、受動シミングと能動シミングに2種である。前者では、磁場中で磁化した鉄片を配置して磁場を調整する。多くの鉄片を配置し、消磁しながらシミング作業を進める Coarse シミング用と、シミングが進化した段階で少量のシム片を扱う後者では消磁せずにシム片を配置するので、より高精度にシミングが出来る。

シムコイルは実験開始後の使用を考えている。 $B_z$ -type と $B_\perp$ -type を用意する。前者は周回方向電流による軸方向磁場 $B_z$ を扱い、後者では軸方向電流による軸方向に垂直な磁場成分 $B_\perp$ を調整する。共に、周回方向6個の独立に電流を調整し、周回方向の磁場分布を調整できる機能を持つ。

これらの磁場調整機構で精度良い磁場が実現でき、Muon の磁気・電気モーメント( $g$ -2/EDM)を高精度測定の実現に寄与する。

## 謝辞

本研究は、科研費 20H05625 の助成を受けています。

## 参考文献

- [1] T. Mibe, the J-PARC  $g$ -2/EDM collaboration, "Measurement of muon  $g$ -2 and EDM with an ultra-cold muon beam at J-PARC", Nucl. Phys. B - Proc. Suppl. 218, pp242-246, 2011.
- [2] H. Iinuma *et al.*, "Three-dimensional spiral injection scheme for  $g$ -2/EDM experiment at J-PARC", Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, vol. 832, pp. 51-62 (2016).
- [3] M. Abe *et al.*, "Magnetic design and method of a superconducting magnet for muon  $g$ -2/EDM precise measurements in a cylindrical volume with homogeneous magnetic field", Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, vol. 890, pp. 51-63 (2018).
- [4] M. Abe *et al.*, "Design of weak focus field coil to stabilize muon orbits and for precision measurements of  $g$ -2/EDM in the superconducting muon storage magnet", 20th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan (PASJ2023), Funabashi, Japan, Aug. 29 - Sep. 1, 2023, pp. 245-249.
- [5] M. Abe *et al.*, "Magnetic Field Shimming Strategy of Muon Storage Magnet for  $g$ -2/EDM Precision Measurement", 16th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan (PASJ2019), Kyoto, Japan, Jul. 31-Aug. 3, 2019, pp. 95-100.
- [6] M. Abe *et al.*, "Design of passive shimming structures for precision magnetic field shimming measurement on muon storage volume in the superconducting muon storage magnet for  $g$ -2/EDM measurements", 21st Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan (PASJ2024), Yamagata, Japan, Jul. 31-Aug. 3, 2024, pp. 66-70.
- [7] M. Abe and K. Shibata, "Consideration on current and coil block placements with good homogeneity for MRI magnets using truncated SVD", IEEE Trans. Magn., vol. 49, pp. 2873-2880 (2013).
- [8] M. Abe and K. Shibata, "Coil block designs with good homogeneity for MRI magnets based on SVD eigenmode strength", IEEE Trans. Magn., vol. 51, 7002713 (2015).
- [9] M. Abe, "Passive shimming of MRI static magnetic field using regularization of truncated singular value decomposition", Magnetic Resonance in Medical Sciences, vol. 16, no. 4, pp. 284-296 (2017). doi:10.2463/mrms.mp.2016-0046
- [10] M. Abe *et al.*, "Static Magnetic Field Shimming Calculation Using TSVD Regularization Considering Constraints of Iron Pieces Placements," IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 27, 4400812 (2017).
- [11] K. Sasaki *et al.*, "Development of precise shimming technique with materials having low saturation magnetization", IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 32, 9002109 (2022).
- [12] 阿部充志 他, "TSVD シミング計算とMRI 磁石を用いた超良好一様( $\pm 0.1$  ppm)磁場実現のシミング試験", 低温工学, 第58巻, pp.132-139 (2023). doi:10.2221/jcsj.58.132
- [13] M. Abe *et al.*, "Magnetic field tuning support system, and magnetic field tuning method", Japanese Patent no. 6368849, Jul. 13, 2018 (in Japanese), 阿部充志ら, 「磁場調整支援システムおよび磁場調整方法」, 特許第6368849号, 2018年7月13日登録.
- [14] 阿部充志, "10.  $g$ -2/EDM 超伝導電磁石開発とMRI への精密磁場技術", 高エネルギー加速器セミナー-OHO'22, 2022年OHOセミナー超電導磁石技術, 2022年9月.