重イオン用 ビーム位置モニターの 設計検討

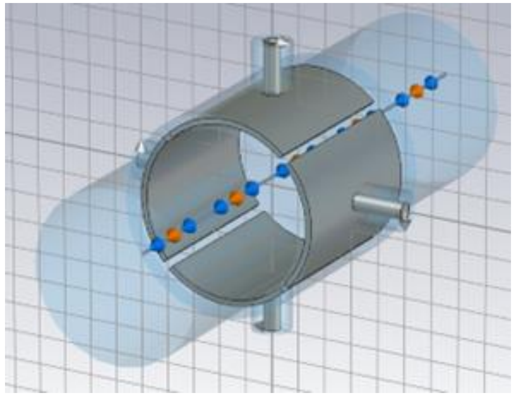
足立泰平、渡邉環、西隆博、上垣外修一
理化学研究所　仁科加速器科学研究センター

目次

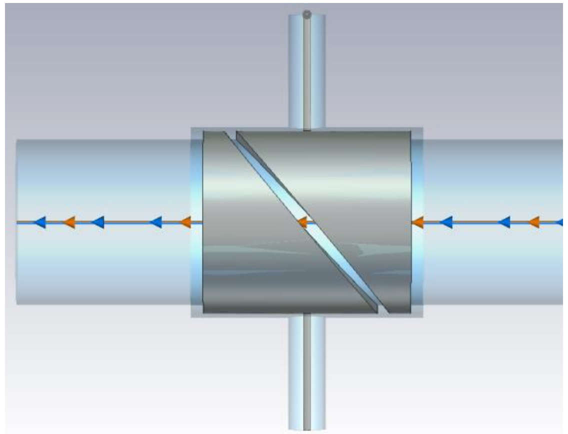
- ビーム位置モニター（BPM)
- β が小さいときの問題１：オフセット
- 解決策：スパイラル状のカット
- スパイラル状８電極のBPM
- β が小さいときの問題２：非線形性
- 解決策：２階積分
- 幅を持ったビームに対する測定精度
- ビーム長の変化に対する応答
- まとめ

ビーム位置モニター（BPM）

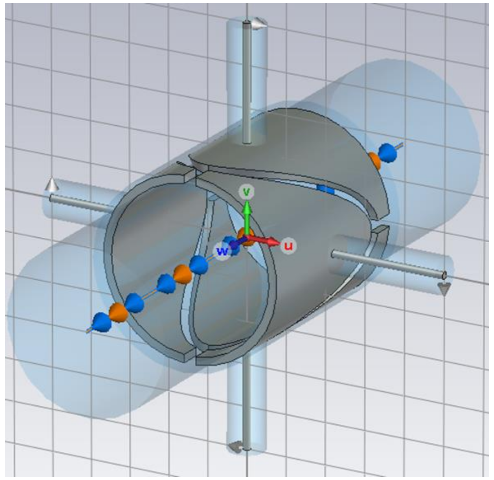
- 荷電粒子ビームの位置を測定する為の物
- ビームが通過するダクトの内面に電極を複数設置する。
- 電極間を通過するビームによって電極に誘起された電圧を外部に引き出す。
- 引き出された信号を処理し、比較し、ビーム位置を求める。
- 電極形状によって、特徴が異なる。



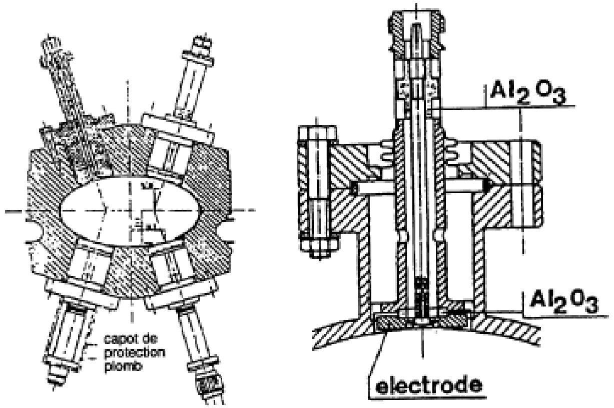
平行分割型。製造が容易。



対角線カット型。広い空間で線形性が良い。



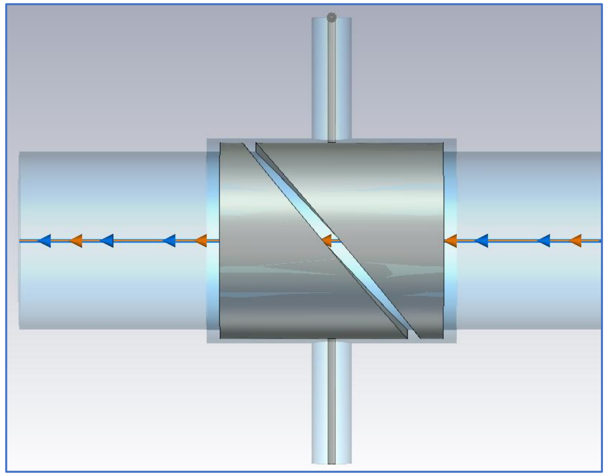
COS 2θ型。
２次モーメントを求められる。



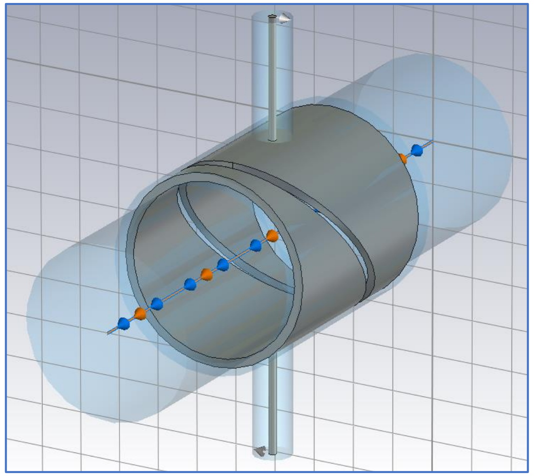
E. Schulte, CERN-PE-ED 001-92, (1994) 129-159

ボタン型。高周波に対応。

βが小さいときの問題１：オフセット

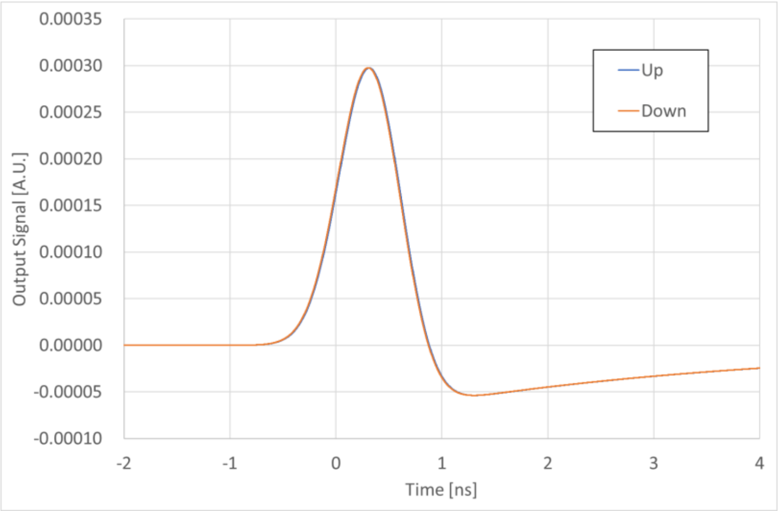


計算モデル　側面図

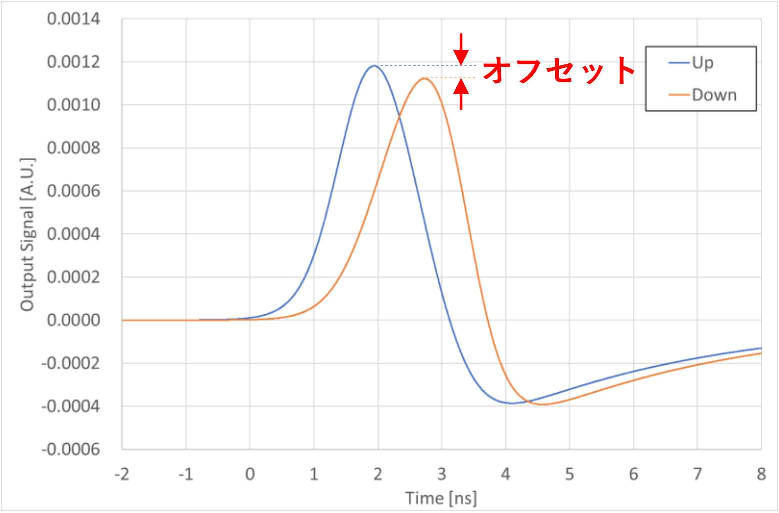


斜め図

- CST Studioにて計算
- 計算条件
  - 形状：対角線カット
  - 電極長：50 mm
  - 内径：40 mm
  - ビーム長(1σ)：0.3 ns
  - β：1, 0.1



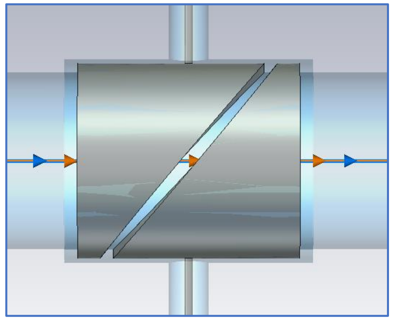
β = 1 の場合の信号。
上下の電極からの信号が一致。



β =0.1の場合の信号。
上下の電極で信号が異なる。

βが小さいときは、電極形状の影響で２つの信号間に<u>オフセットができる</u>

定性的な理解

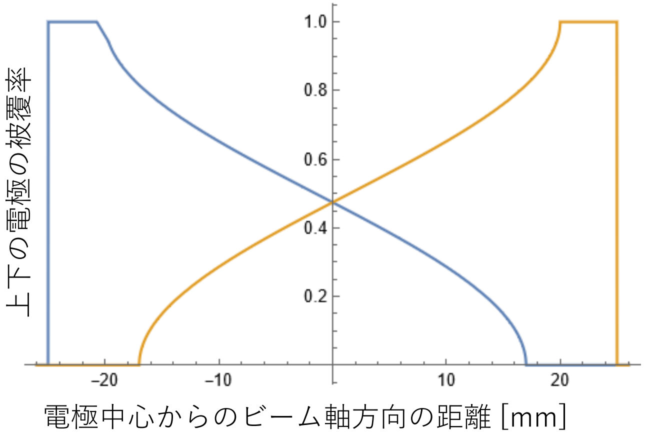


電極のモデル

- 形状を考えない場合の波形を表す式をV(t)とすると、被覆率を畳み込んだ場合の式$V_2(t)$は、下記で表される。

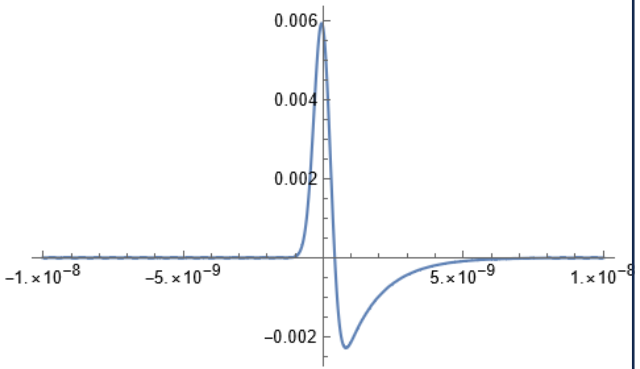
$$V_2(t) = \frac{1}{L}\int_0^L \left(\frac{\varphi(l)}{\langle\varphi\rangle} V\left(t - \frac{l}{\beta c}\right)\right) dl$$

t：時刻
$V(t)$：時刻tにおける出力電圧
L：電極長 (0.05 m)
<φ>：平均した電極が覆う角度
l：電極の長手方向の位置
$\varphi(l)$：位置lで電極が覆う角度
β：ビーム速度
c：光速

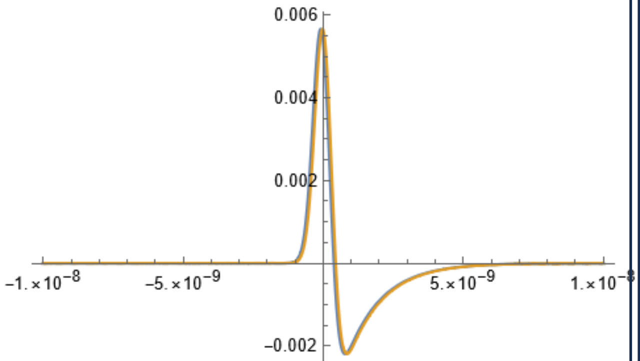


電極がビームを被う比率$\varphi(l)$

$\beta = 1$

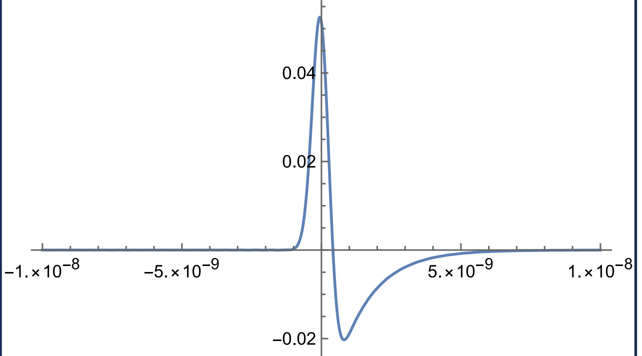


形状を無視した場合の波形

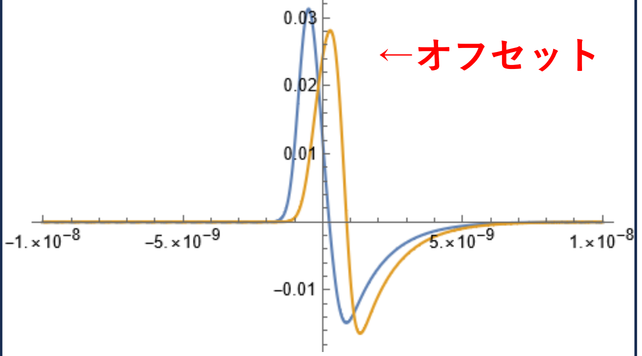


形状を畳み込んだ波形

$\beta = 0.1$



形状を無視した場合の波形



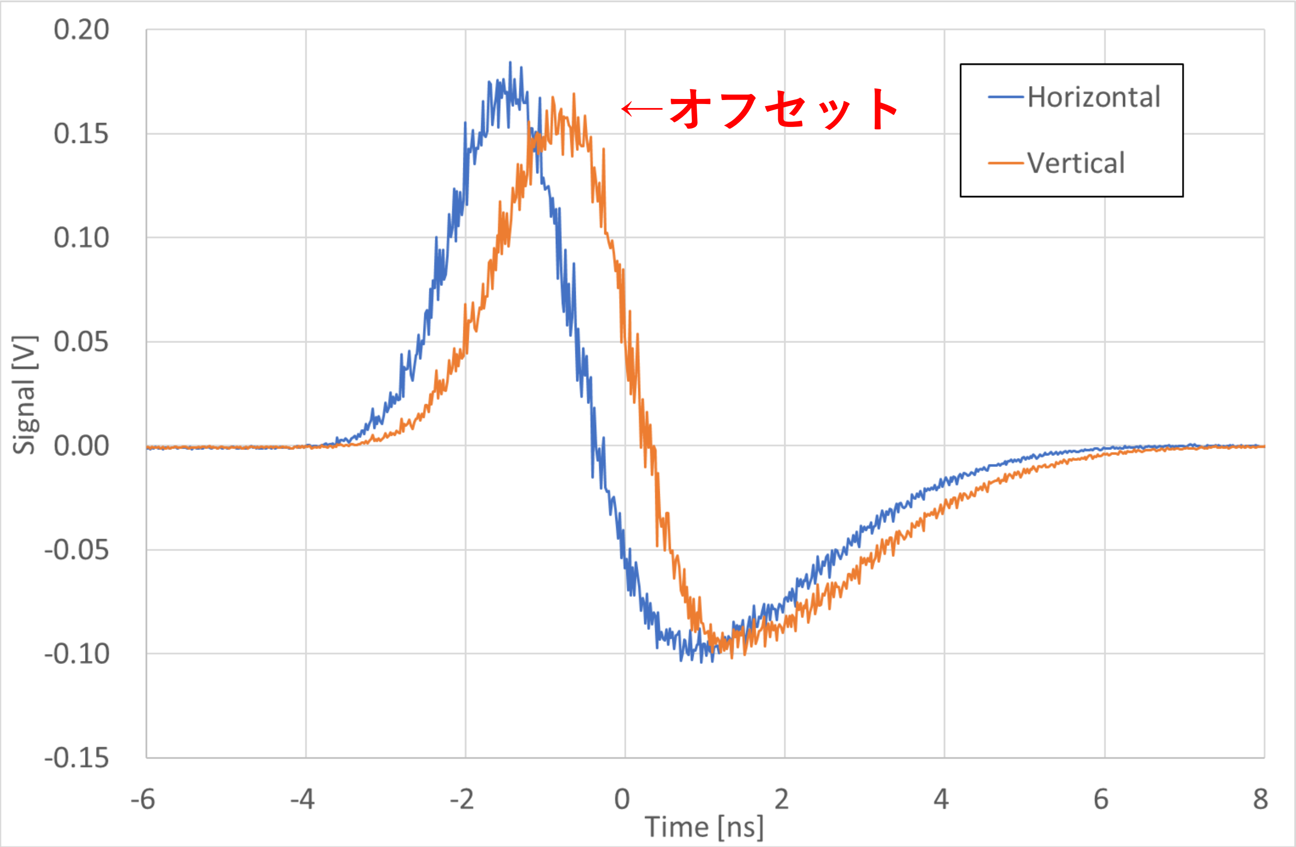
形状を畳み込んだ波形

電極の被覆率のビーム軸方向依存性を畳み込むと、オフセットを再現する。

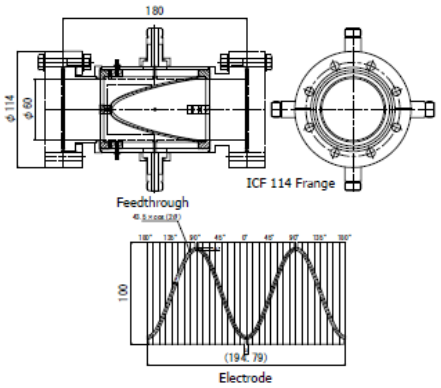
実際の例

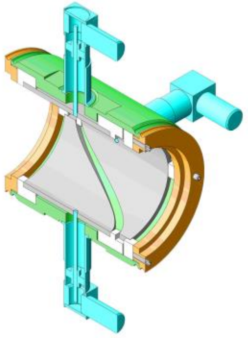
- Superconducting RIKEN linear Accelerator (SRILAC)における測定結果
- cos 2 θ 型で２次モーメントを求めることができるBEPM

T. Watanabe, et al., doi:10.18429/JACoW-IBIC2020-FRA004



測定された信号波形





BEPMの形状

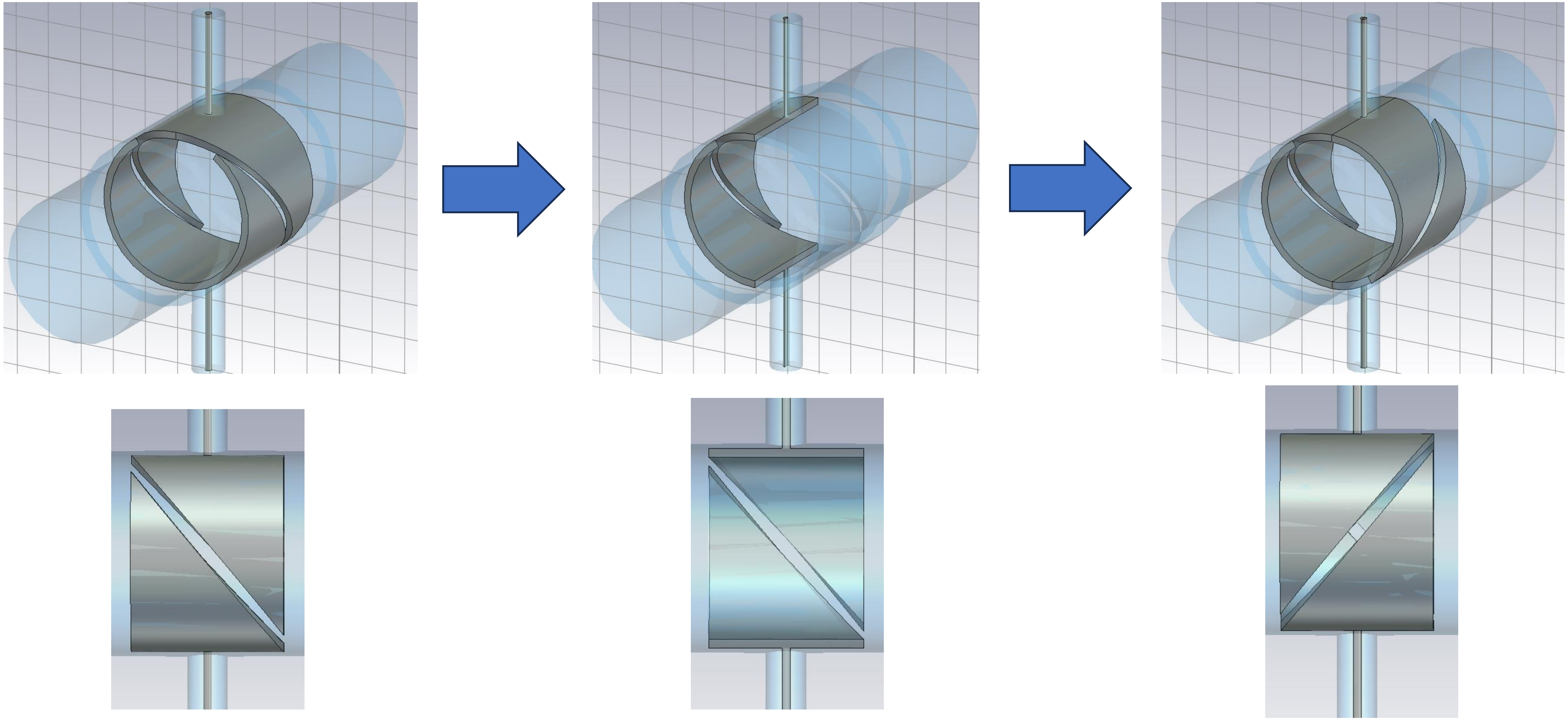
前側の電極と後ろ側の電極で、波形・波高が異なり、波高値にオフセットが見られる。

解決策：スパイラル状のカット

対角線カットを　　半分に切って　　１８０度回してつなげる

斜め図

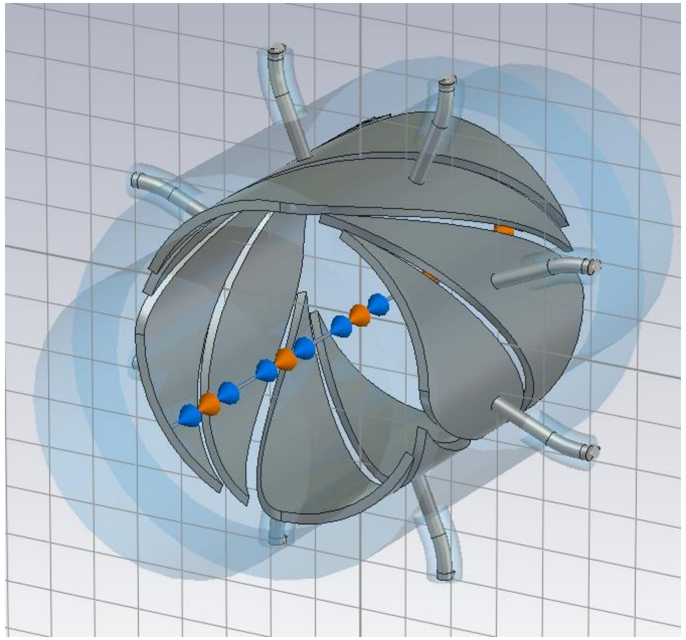
側面図



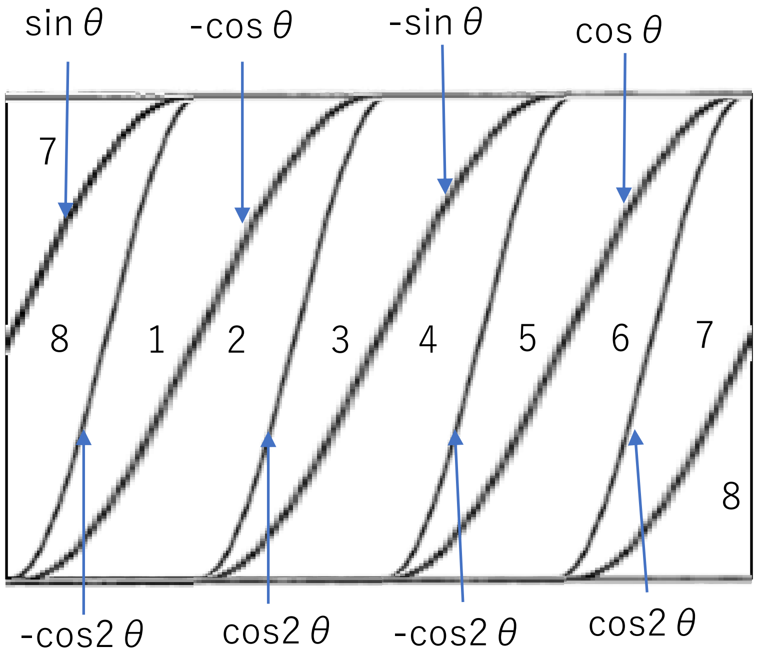
スパイラル状にすれば、電極がビーム軸に対して回転対称になる。オフセット無し。

スパイラル状８電極のBPM

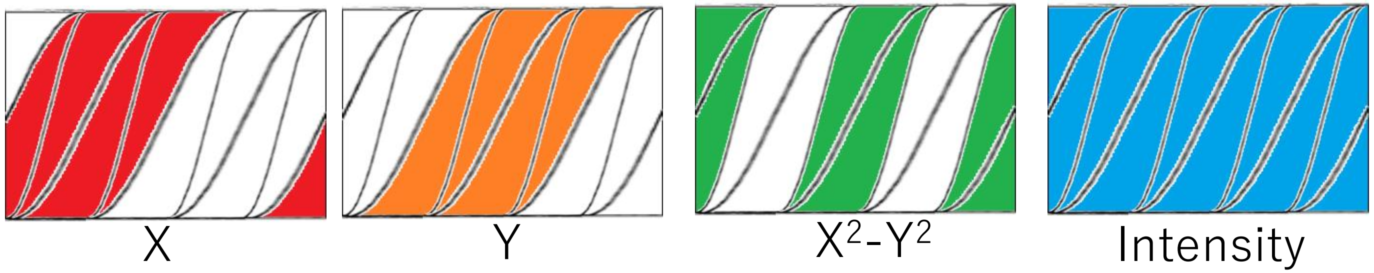
特許出願番号2023-128268



BPMの３次元図



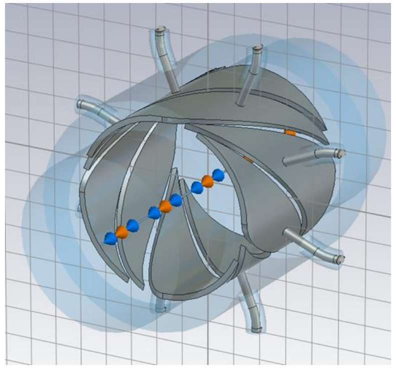
電極の展開図

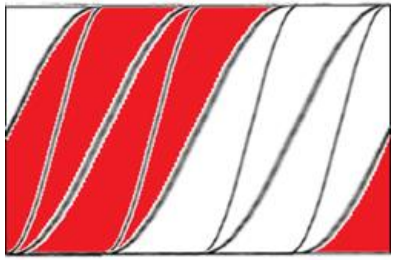


電極の組み合わせと得られる情報

- 基本構造
  - cos θ, sin θ, cos2 θ の曲線に沿った分割をスパイラル状に配置
- 得られるメリット
  - 三角関数に沿った分割なので位置に対する線形性が良い。
  - ４回の回転対称なので、中心を通るビームに対する応答は、それぞれ同じ。オフセット無し。
  - ８個の電極信号の組み合わせを選ぶと、<x>、<y>、<x^2-y^2>、ビーム強度の４つの情報が得られる。
- 計算モデル
  - 電極内径 60 mm、長さ 60 mm

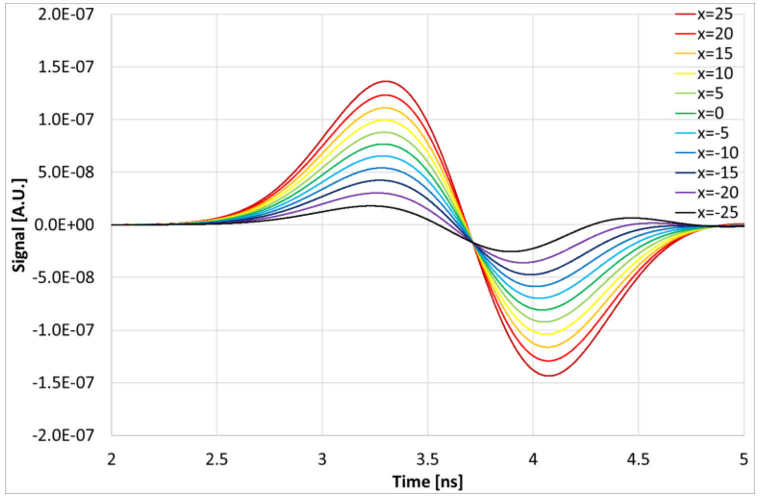
β が小さいときの問題２：非線形性

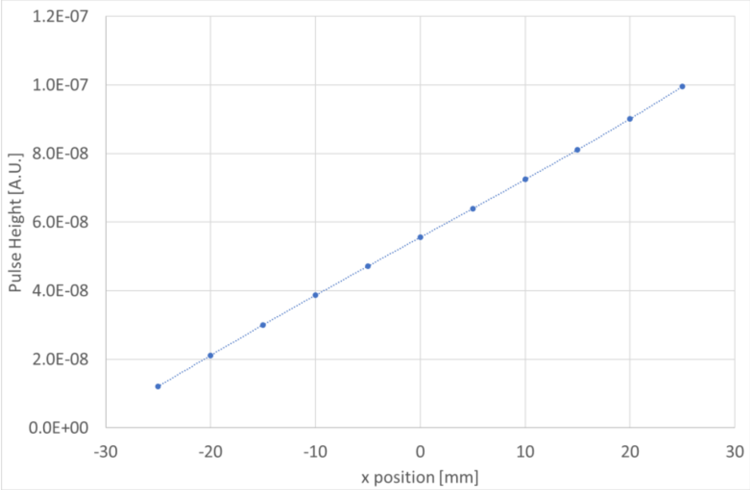




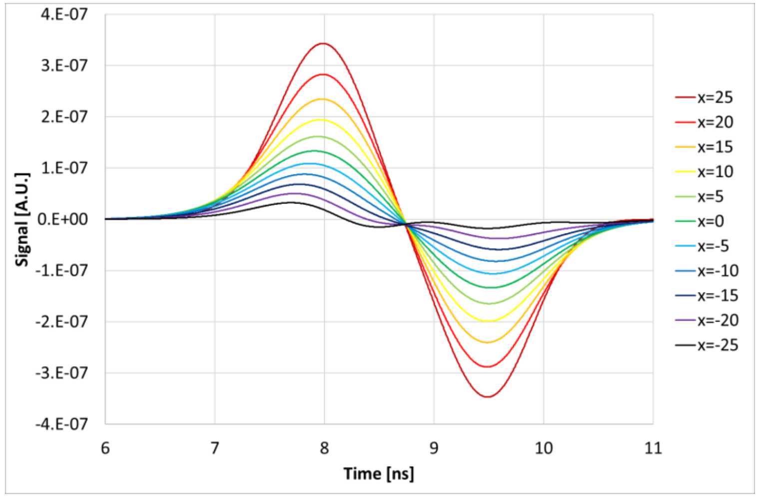
計算モデル
- 電極内径 60 mm
- 電極長さ 60 mm
- ビーム長 0.37 ns

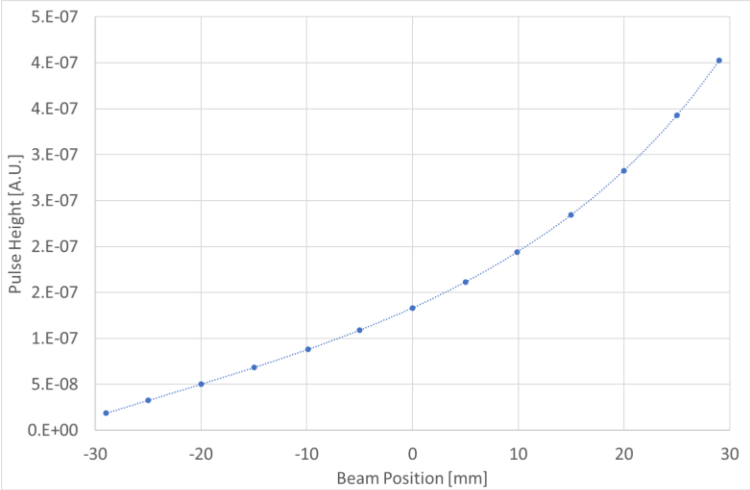
β ＝ 1 の場合





β ＝0.15の場合





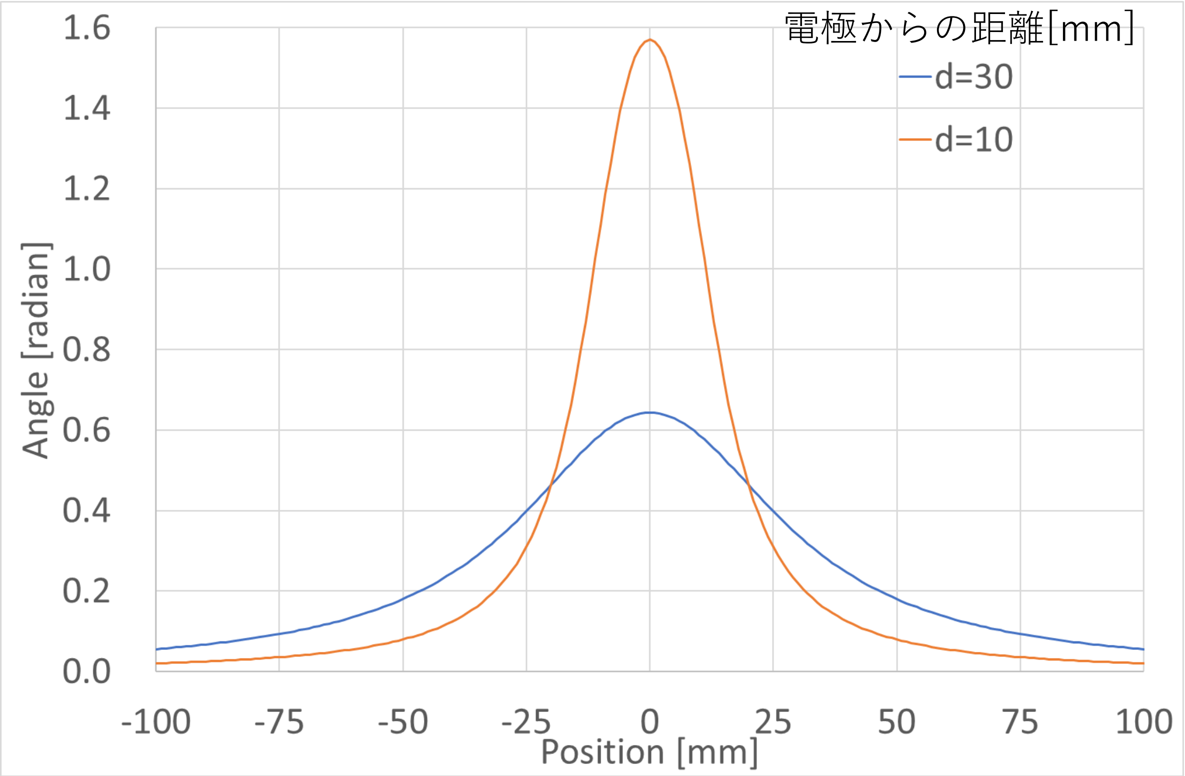
各xにおける波形

X位置 vs. 波高値

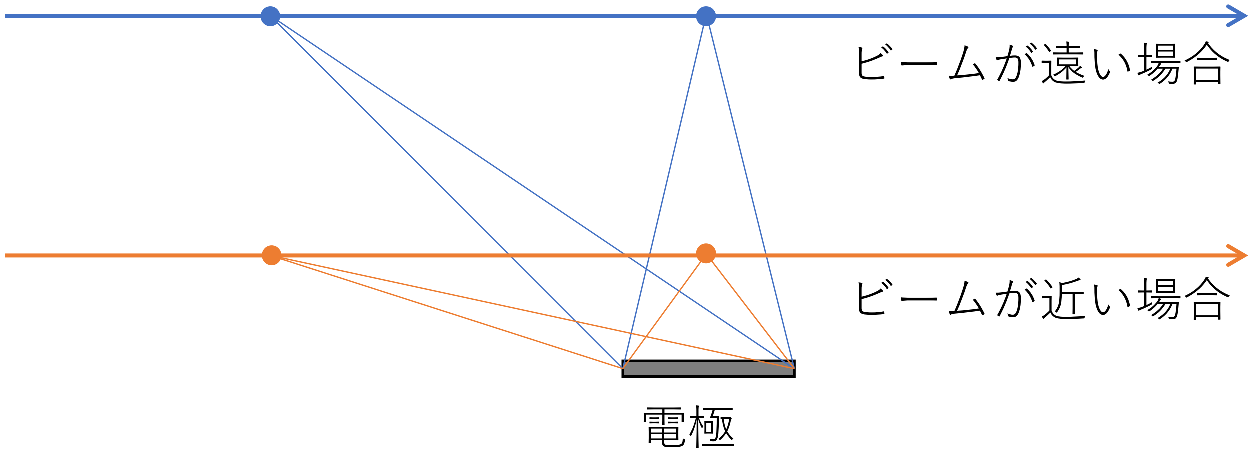
出力の波高は β =1の場合は線形だが β =0.1の場合は非線形

非線形性の原因

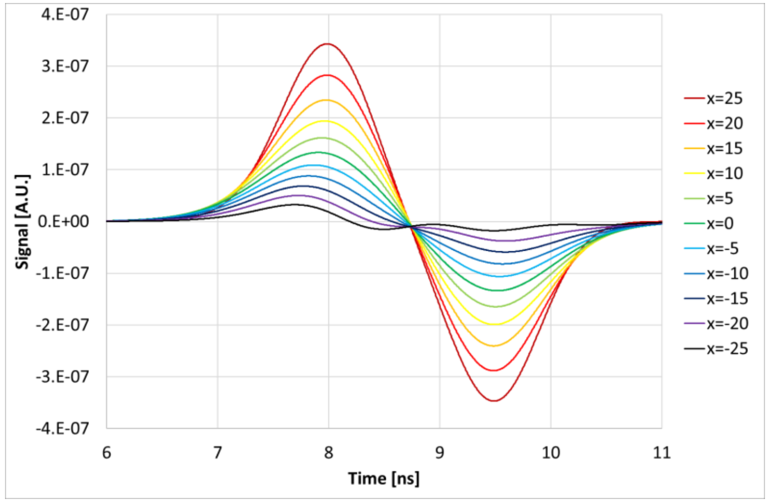
- ビームが電極に近いほど、ビームから見た電極の立体角は急峻に変化する。＝電極との結合が急峻に変化する。
- BPMの出力は電極との結合の変化量（微分）に相当するので、急峻な変化により大きなパルス波高となる。
- β =1の場合は、電磁場がビーム軸方向には収縮しており、この効果は無くなる。



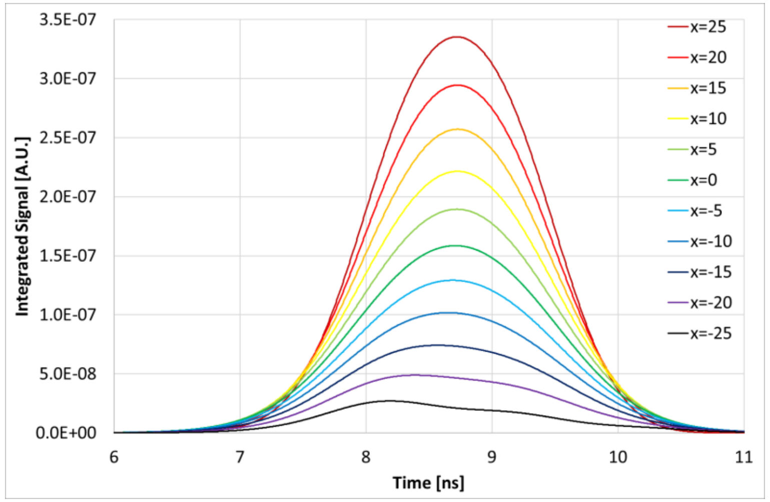
ビーム軸方向の位置に対する電極を見込む角度



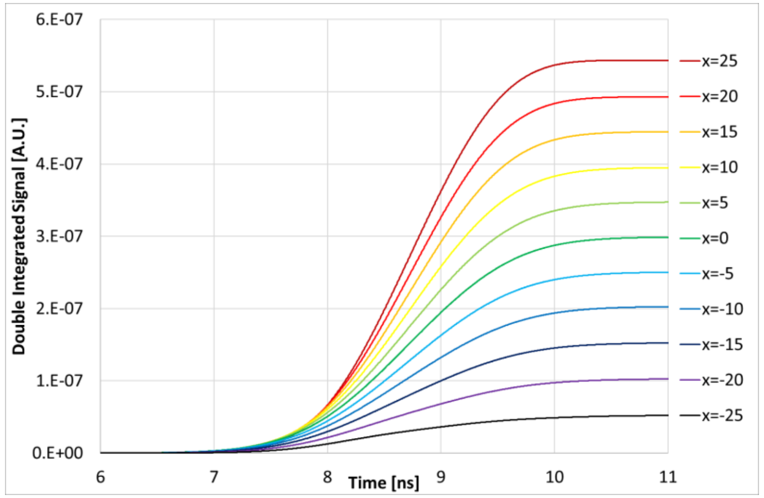
解決策：２階積分



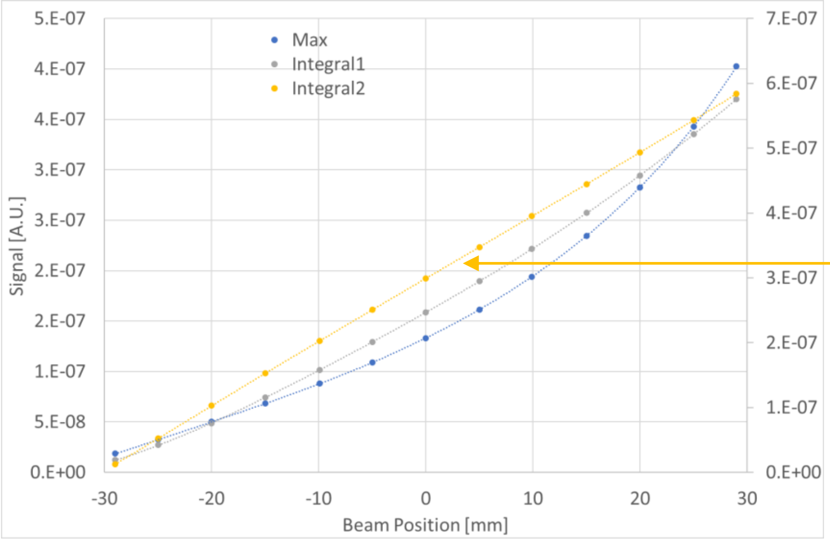
そのままの信号



１階積分した信号



２階積分した信号



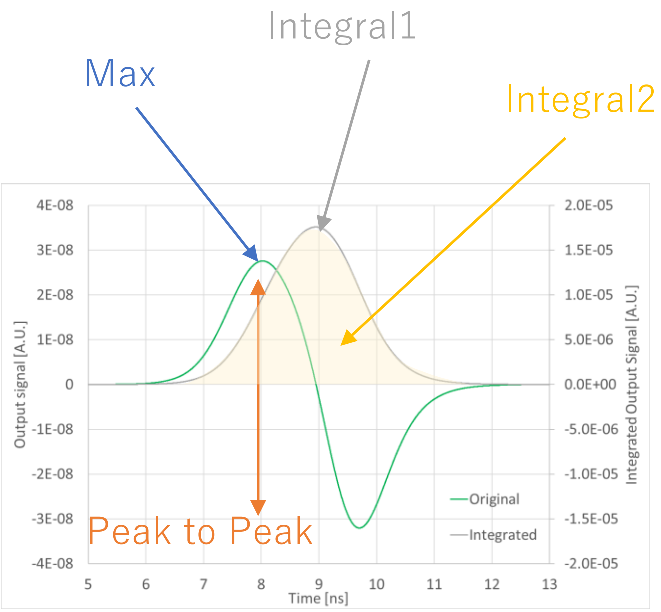
２階積分のみ線形

ビーム位置に対する、波高、１階積分、２階積分の値

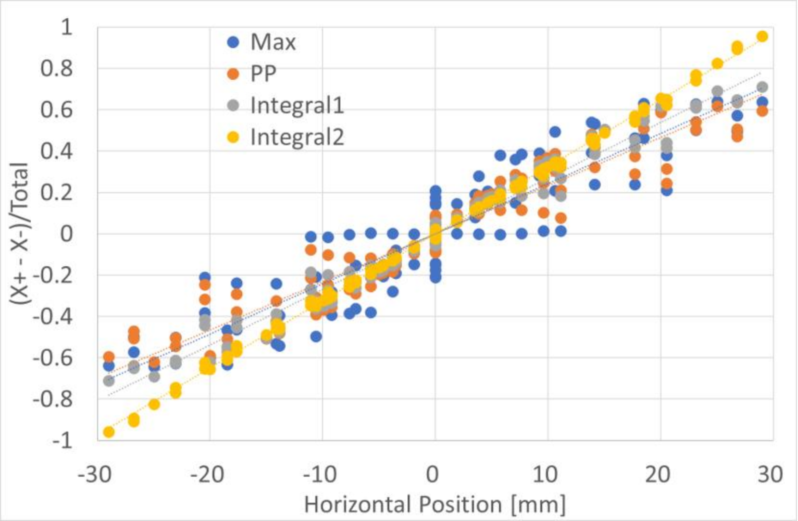
信号を２階積分すると、良い線形性が得られる

2階積分の効果

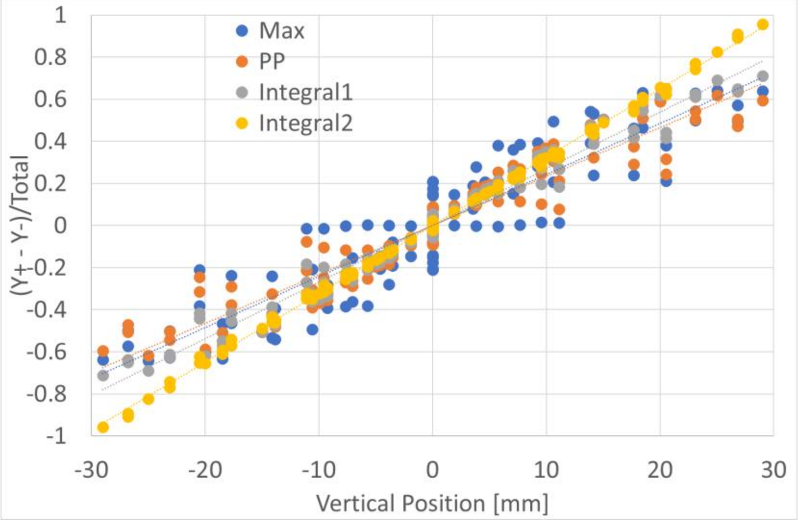
- スパイラル８極BPMについて、様々な位置に入射したビームの信号をシミュレーションで求め、その処理結果をプロット。
- 波高値や、１階積分の波高値では線形性が悪いが、２階積分の値は、良い線形性がある。



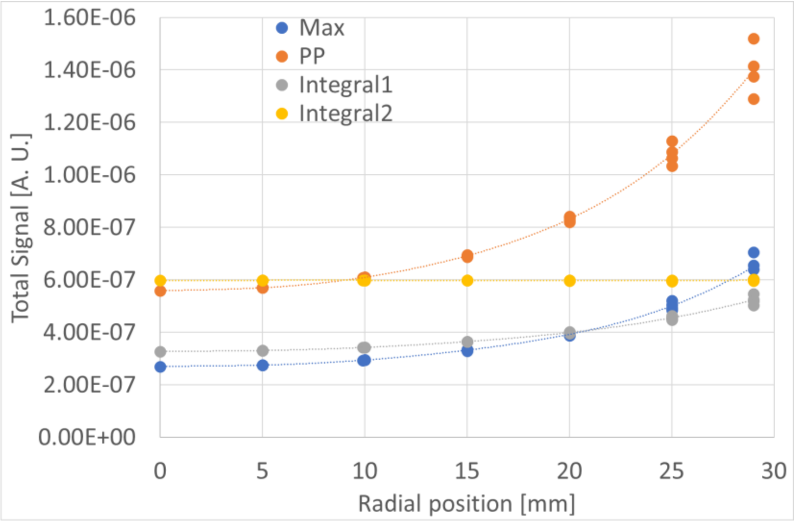
出力信号の波形と、その積分波形



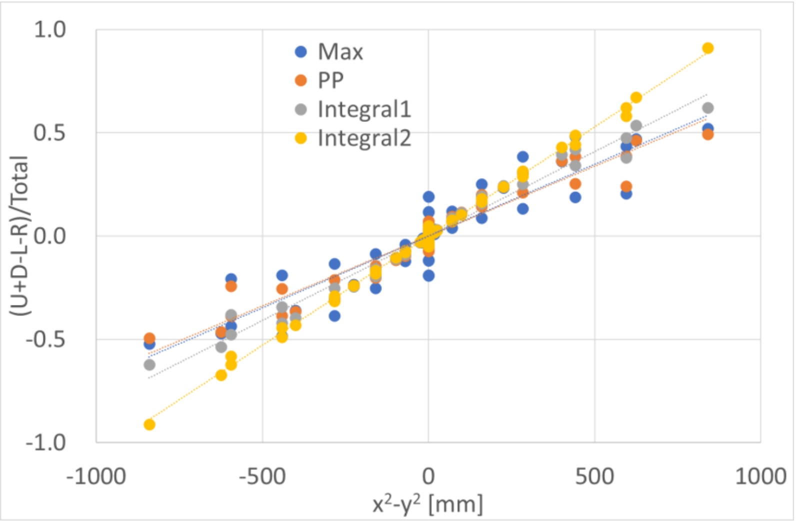
水平位置x



垂直位置y



ビーム強度



x^2-y^2

幅を持ったビームに対する測定精度

- シミュレーションから求めたビームに対する応答を用いて、近似式を立てる。

$$f_x(x,y) = \frac{V_{x+}(x,y) - V_{x-}(x,y)}{V_{x+}(x,y) + V_{x-}(x,y)} = \sum_{i=0}^{5}\sum_{j=0}^{5} a_{ij} x^i y^j \quad \text{———} \quad (1)$$

yも同様

$$f_q(x,y) = \frac{V_{q+}(x,y) - V_{q-}(x,y)}{V_{q+}(x,y) + V_{q-}(x,y)} = \sum_{i=0}^{5}\sum_{j=0}^{5} b_{ij} x^i y^j \quad \text{———} \quad (2)$$

- 式(1),(2)にガウス分布を畳み込んで、幅のあるビームへの応答式を得る。

$$g_x(x_0,y_0,\sigma_x,\sigma_y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x,y) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x{}^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-\frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y{}^2}} \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \quad (3)$$

yも同様

$$g_q(x_0,y_0,\sigma_x,\sigma_y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f_q(x,y) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x{}^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-\frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y{}^2}} \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \quad (4)$$

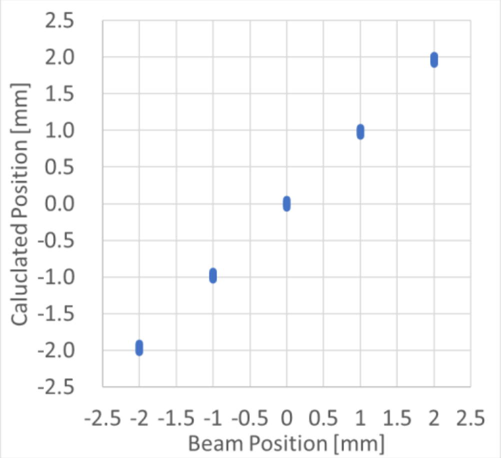
- (3),(4) を用いて位置や２次モーメントを算出する式を立てる

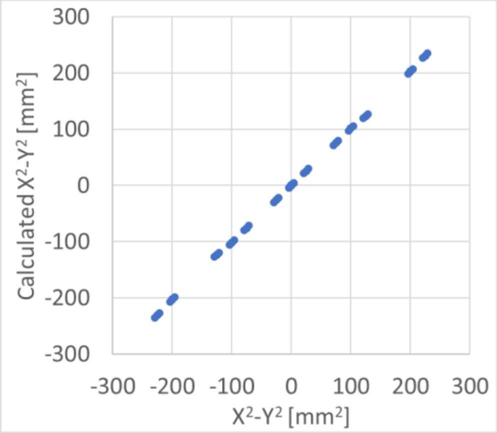
$$x = h_x(g_x,g_y,g_q) = \sum_{i=0}^{5}\sum_{j=0}^{5}\sum_{k=0}^{5} c_{ijk} g_x{}^i g_y{}^j g_q{}^k \quad \text{———} \quad (5)$$

yも同様

$$q = h_q(g_x,g_y,g_q) = \sum_{i=0}^{5}\sum_{j=0}^{5}\sum_{k=0}^{5} d_{ijk} g_x{}^i g_y{}^j g_q{}^k \quad \text{———} \quad (6)$$

- 様々な条件で(3), (4)を用いて得た値を(5), (6)に入れて位置や２次モーメントを算出し、元の条件と比較して誤差を見積もった。
- 計算範囲：位置±2 mm、ビーム幅(1σ) 0～15 mm
- 位置の誤差： ±0.1 mm以下、２次モーメントの誤差： ±0.6 mm²以下

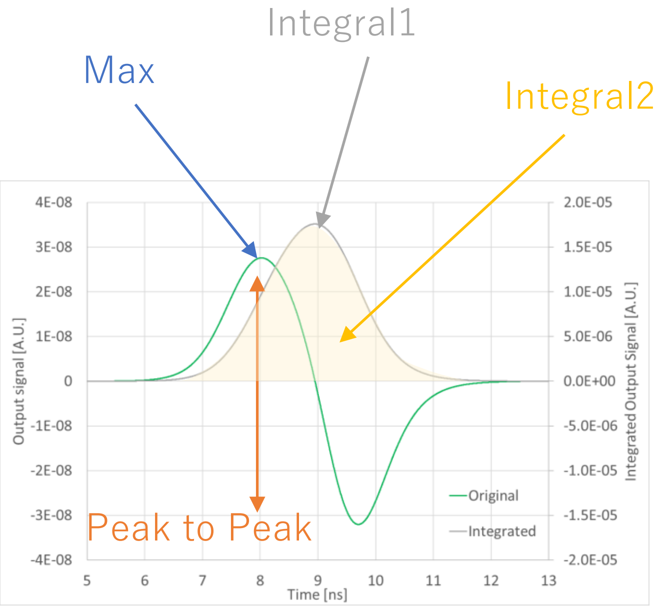




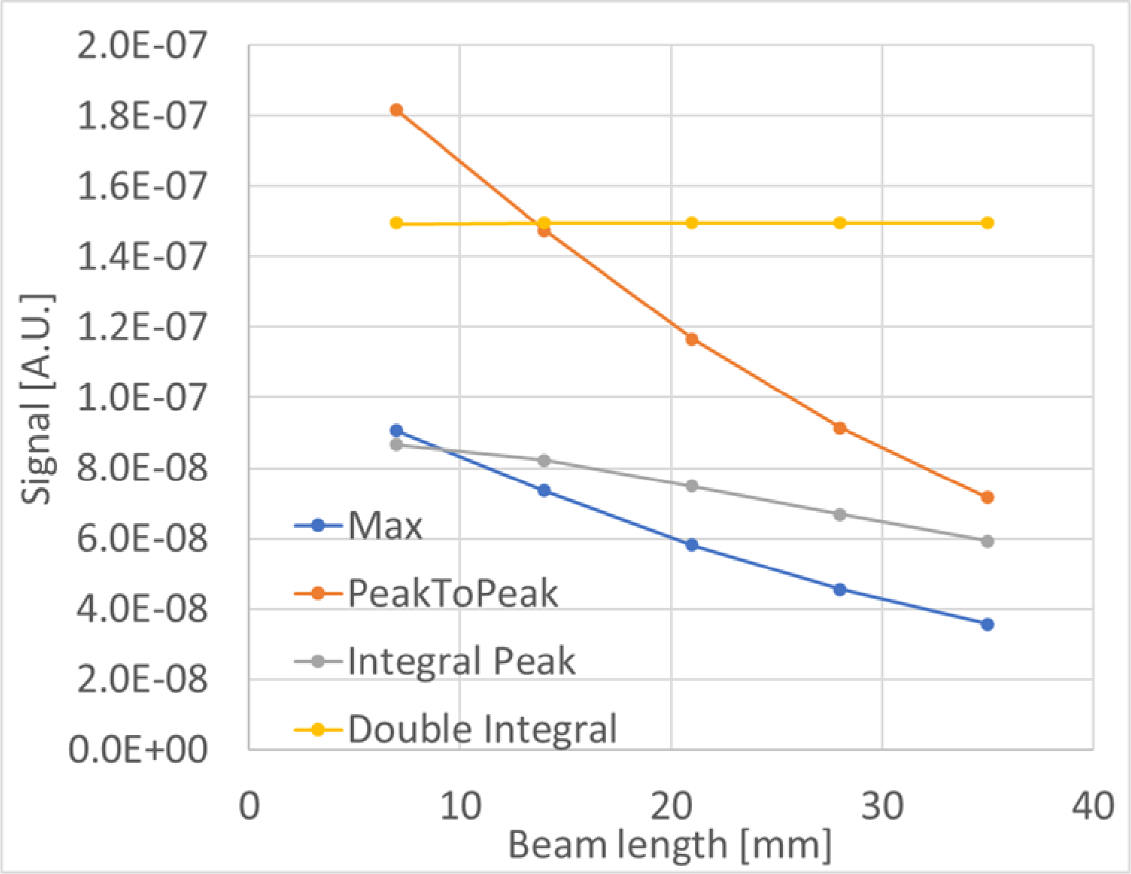
２階積分の良い線形性→太いビームに対しても良い測定精度が得られる

ビーム長の変化に対する応答

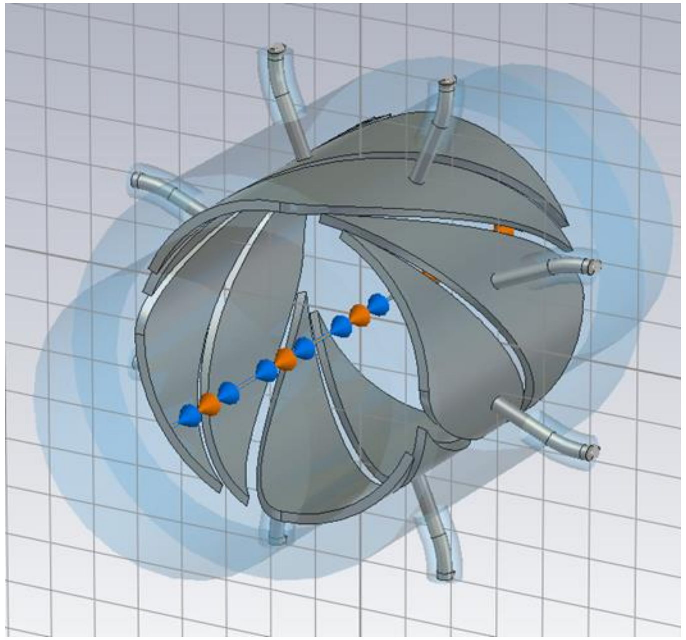
- 複数のビーム長に対してのBPMの応答をCST Studioで計算し、その波形から各種の値を求めた。



出力信号の波形と、その積分波形



2階積分は、ビーム長の変化に対して不変



まとめ

- βが小さいビームの場合、
  対角線カットなどでオフセットが出る。
  →スパイラル状の電極で解消できる。
- スパイラル状にすることで、
  上下、左右、２次モーメント用の電極をまとめて配置できる。
  →強度、X、Y、X^2-Y^2を1か所で測定可能。
- ２階積分を利用することで、β<1でも良い線形性が保たれる。
  →良い線形性により太いビームにも対応。
- 速度の遅い重イオンビームに最適なBPM

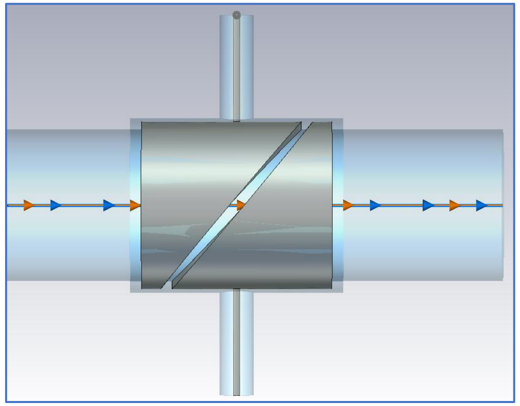
付録

波形の式詳細

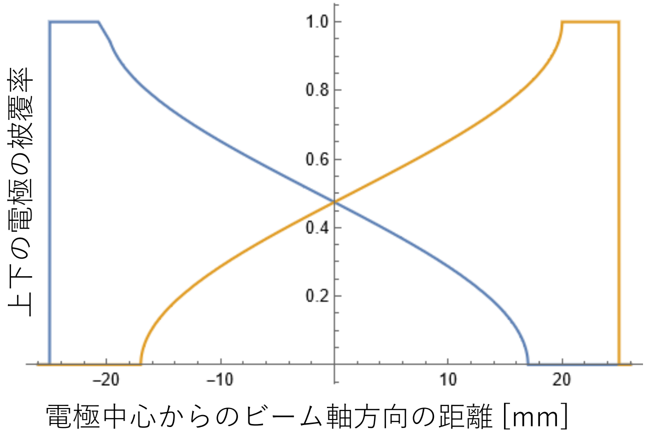
- 形状を考えない場合の波形を表す式。

$$V(t)=\sum_{n=0}^{\infty} GA_t \frac{\varphi}{2\pi}\frac{in\omega_0 R}{1+in\omega_0 RC}\frac{L}{\beta c}\frac{2qN_p}{T_0}e^{-\frac{n^2{\omega_0}^2\sigma^2}{2}}e^{-in\omega_0 t}$$

T. Watanabe, et al., doi:10.18429/JACoW-IBIC2020-FRA004



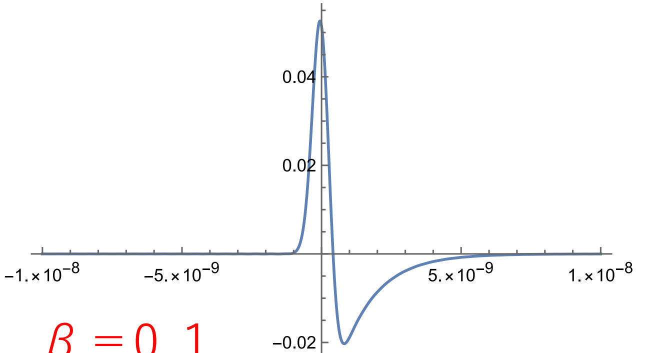
電極のモデル



電極がビームを被う比率$\varphi(l)$

- 被覆率を畳み込んだ場合の式。

$$V(t)=\int_0^L\left(\left(\sum_{n=0}^{\infty} GA_t \frac{in\omega_0 R}{1+in\omega_0 RC}\frac{2qN_p}{T_0}e^{-\frac{n^2{\omega_0}^2\sigma^2}{2}}e^{-in\omega_0\left(t-\frac{l}{\beta c}\right)}\right)\frac{\varphi(l)}{2\pi}\frac{1}{\beta c}\right)dl$$

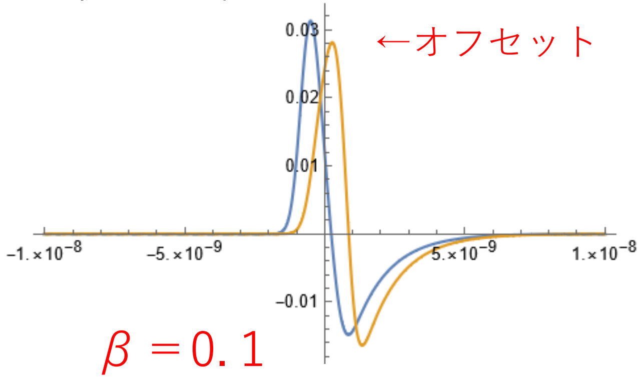


$\beta=0.1$

形状を無視した場合の波形

t：時刻
V(t)：時刻tにおける出力電圧[V]
G：プリアンプのゲイン (32db)
A_t：ケーブル損失 (-0.5db)
φ：電極が覆う角度 (π rad)
ω_0：ビームの角周波数: (2π x 18.25 MHz)
R：ケーブルのインピーダンス
C：キャパシタンス (25 pF)

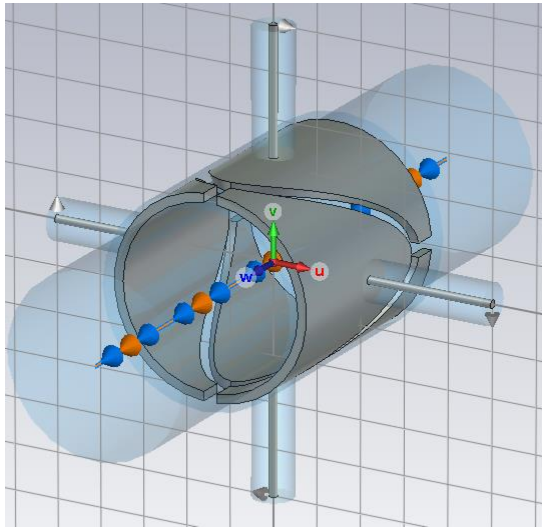
L：電極長 (0.05 m)
β：ビーム速度 (1 or 0.1)
c：光速
q：粒子の電荷
N_p：バンチの粒子数 (5.8e+5/bunch)
T_0：ビームの繰り返し周期 (55 ns)
σ：ビームの縦方向広がり: (0.3 ns)

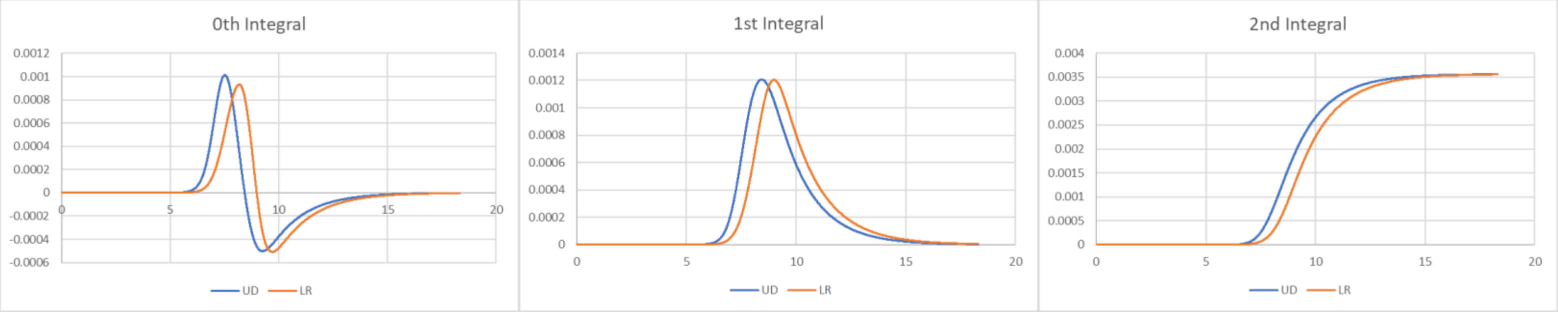


$\beta=0.1$

形状を畳み込んだ波形

スパイラルではないBPMに対する２階積分の効果





- ２階積分は、β によらず上下と左右の信号が一致。
- １階積分も、ほぼ一致。
- Max, PPは、β が大きくなるにつれて１に収束。
- MaxとPPではPPの方がマシ。