

共振器型自由電子レーザーにおける超放射 SUPERRADIANCE IN FREE-ELECTRON LASER OSCILLATORS

羽島良一^{#, A)}

Ryoichi Hajima^{#, A)}

^{A)} National Institutes for Quantum and Radiological Science and Technology

Abstract

In a free-electron laser oscillator, when the electron bunch length, slippage length, gain, optical cavity loss and detuning length satisfy certain conditions, ultra-short pulses containing only a few cycles of the optical electric field are generated. Such lasing is explained by superradiance FEL. Superradiance was first theoretically derived by Robert Dicke in the context of the transition of atoms or molecules in a two-level system, and later experimentally confirmed. The superradiance in FEL was theoretically studied by Rodolf Bonifacio *et al.* and many experiments have been conducted. In the present study, we review the principle of superradiance in a two-level system and a FEL and discuss the similarities and differences between them.

1. はじめに

振動する電磁場を数周期しか含まない「数サイクルパルス」は、超高速現象を観測するプローブとして利用でき、また、束縛電子のトンネル電離、高次高調波発生などの興味深い現象を対象とした強光子場科学の研究にも必須の技術である[1]。相対論的電子がアンジュレータを通過する際に発する自発放射光は、アンジュレータ周期数に等しい波束をもつが、共振器型自由電子レーザー(FEL)ではアンジュレータ周期数よりも少ない周期数しか含まない光パルスを作ることができ、条件を整えば周期数が 10 以下の「数サイクルパルス」も生成可能である[2]。

共振器型 FEL による数サイクルパルスの発生は、超放射 FEL (superradiance FEL) と呼ばれる現象で説明される。超放射は、二準位系における準位間の遷移確率を考察した Robert Dicke が理論的に導出し、その後、実験的に確認された現象である[3-5]。超放射 FEL は、Rodolf Bonifacio らが、その存在を理論的に示し、これまでに多くの実験が行われてきた[6,7]。二つの超放射は、まったく異なる物理系における現象であるにもかかわらず、共通の性質を示す。

本稿では、共振器 FEL における超放射について、二準位系の超放射と比較を交えながら考察を行う。

2. 二準位系における超放射

はじめに、Dicke の超放射について、簡単に述べる。二つのエネルギー準位をもつ原子にて、原子が上準位から下準位へ遷移する時、準位間のエネルギー差に等しいエネルギーの光子が放出される(自発放射)。初期状態に、多数の原子が上準位にあった時、上準位にある原子の数は時間とともに指数関数的に減少し、放出される光も同様のパルス波形を示す。減少の時定数は上準位から下準位への遷移確率に従う。

では、すべての原子が光の波長に比べて十分小さい領域に集まっている場合はどうなるであろう。初期状態に N 個の原子の全てが上準位にあるとする。光子が 1 個放出された後の原子の数は、上準位に $N - 1$ 個、下準位に 1 個となる。個々の原子を区別すれば、上準位と下準位への原子の配分は N 通りの場合の数があるが、原子が波長に比べて小さい領域に集まっている場合、光子を放出した原子を特定して N 通りの状態を区別することはできない。すなわち、 N 通りの状態が結合した新たな量子状態として取り扱わなければならない、準位間の遷移確率も孤立した原子の場合とは違う値をとる (Fig. 1)。同様に、光子が 2 個、3 個... N 個放出された状態も、それぞれの場合の数が結合した量子状態となる。準位間の遷移確率を詳しく計算すると、場合の数に従って遷移確率が大きくなるのがわかる。 N 個の原子を二つの準位に分配する場合の数は、両者に半数ずつとした時に最大となるので、光子放出の時間波形は自発放射で見られる指数関数的な減少曲線ではなく、場合の数を反映して時間とともに増大し減少するパルス波形となる (Fig. 2)。これが

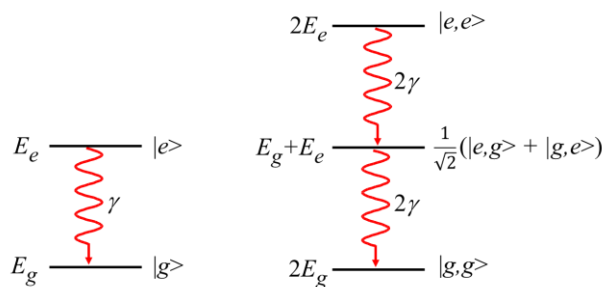


Figure 1: (left) Spontaneous emission in a two-level system isolated from other emitters, and (right) superadiance in a two-level system consisting of two emitters whose separation is less than the wavelength of the light. Transition probability (γ) is doubled in the right figure.

[#] hajima.ryoichi@qst.go.jp

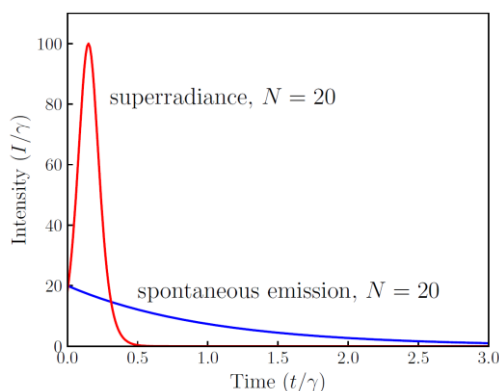


Figure 2: Temporal profiles of the spontaneous emission and the superradiance from a two-level system with the number of emitters, $N=20$.

Dicke の示した超放射である。詳しい計算を行えば、パルスのピーク値が N^2 に比例し、パルスの時間幅が $1/N$ に比例することが示される[5]。

Dicke の論文では、コヒーレントな光の場によって巨視的分極が最初に生成されることを前提にしていた。一方、二準位系がインコヒーレントな状態(巨視的分極を持たない)からスタートし、自発的に巨視的分極を形成し、強い放射を行う現象もあり、これを超放射と区別して超蛍光(superfluorescence)と呼ぶ場合もあるが、ここでは、両者を区別せず超放射の語で呼ぶことにする。

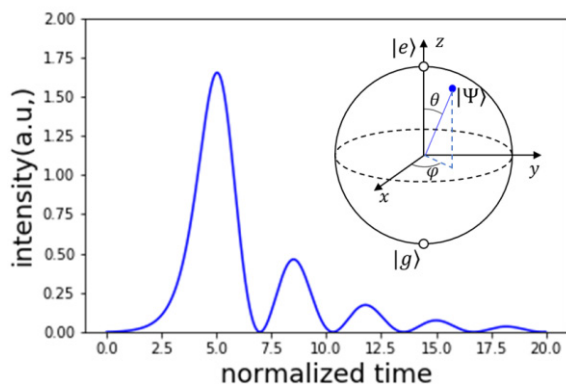


Figure 3: Calculated temporal profile of superradiance from a spatially extended medium and the optical Bloch sphere used for the calculation.

空間的に広がりをもった系においても、光の伝搬に合わせて原子が次々に放射を行うことで、超放射が起こる。このような超放射では、主ピークに続いて減衰を伴うリングングが現れる(Burnham-Chiao Ringing) [8]。これは、超放射を行った原子が別の原子の放射を吸収し光を再放出するためである。リングングを伴う超放射の時間波形は、二準位原子と光の相互作用を記述する光学ブロッホ方程式から求めることができる[8]。Figure 3 にリングングを伴う超放射パルスの波形と計算に用いたブロッホ球のモデルを示す。ブロッホ球の中心と表面上の点を

結んだベクトル(ブロッホベクトル)は、二準位系の原子の密度行列の成分と対応している。

3. シングルパス FEL における超放射

電子バンチが光を放射する際にもピーク強度が電子数の二乗(N^2)に、パルス幅が $1/N$ に比例する場合があり、これも超放射(superradiance)と呼ぶ[7]。光波長よりも時間幅の短い電子バンチが放射するコヒーレント放射がその例である。ただし、電子ビームによる超放射は、バンチした電子が「自由空間で」光を放射する場合に限られることに注意しなければならない。一般的な SASE-FEL では、電子ビームから光への変換効率が FEL パラメータと呼ばれる無次元量 ρ で決まる[6]。 ρ はピーク電流(電子数)の $1/3$ 乗に比例するので、FEL のピーク強度は電子数 N^2 ではなく $N^{4/3}$ に比例することからも、超放射でないことがわかる。SASE-FEL では、マイクロバンチした電子は、常に、前方の電子が放出した光の中で放射を行い、超放射に必要な「マイクロバンチした電子の自由空間での放射」の条件を満たさないためである。

以下の議論のために、FEL の動作を特徴づける 3 つの長さ、電子バンチ長(L_b)、コーポレーション長(L_c)、スリップ長(L_s)を導入する。FEL に用いられる相対論的電子は、ほぼ光速であるが、アンジュレータで蛇行する電子は光パルスから遅れて進む。アンジュレータ中を進む間に電子が光から遅れる長さはスリップ長(L_s)として定義され、レーザー波長(λ)とアンジュレータ周期数(N_u)の積として、 $L_s = \lambda N_u$ と計算される。コーポレーション長は、FEL の指数関数的増幅に伴ってピークパワーが e 倍になるのに要するスリップ長であり、 $L_c = \lambda/(4\pi\rho)$ で与えられる。

Bonifacio らは、シングルパス FEL に現れる超放射を二つの動作領域に分け、strong superradiance、weak superradiance と呼んだ[6]。前者は、シングルパス FEL において指数関数的増幅により飽和強度まで達した後、マイクロバンチした電子がスリップして光から抜け出し超放射を行う場合に相当する。これは、 $L_c \ll L_s \sim L_b$ の条件を満たす場合である。アンジュレータは FEL の飽和に十分な長さであり、バンチ最後尾はマイクロバンチした後にスリップ領域でスパイク状の光パルスを放出する。スパイクのピーク強度は、FEL パラメータ ρ で決まるピーク強度を超えるので、“strong”の形容がなされる。後者の weak superradiance は、 $(L_s/L_b) \gg (L_c/L_b)^{3/2} > 1$ の条件下で発現する。 $L_c > L_b$ なので、シングルパスで飽和に至らないが、マイクロバンチした電子がスリップ領域で N^2 放射を行う。放射パルスの時間波形は、二準位系の超放射と同じく双曲線関数(sech²)の立ち上がり、メインピークとこれに続く減衰をともなう規則的なサブピーク列(Burnham-Chiao リングング)を示す。 $L_c > L_b$ なので、波長間隔で形成されたマイクロバンチは一体となってダウンチャープを伴う光を放出する(前方の電子が放出した光を含んで超放射となる)。

4. 共振器型 FEL における超放射

RF リニアックで作られる電子ビームは、 $L_b/c = 0.1 - 1$ ps 程度であり、赤外で動作する FEL では、 $L_s > L_b$ である。このような場合、アンジュレータ前半部で光と相互

作用しマイクロバンチを生じた電子は、スリップして光から抜け出した後に、超放射を行う。つまり、光パルスの後半部が増幅する。共振器型 FEL では、連続する電子バンチの間隔と光パルスの往復時間が同期するように共振器の長さを選ぶが、実際には共振器を同期条件で決まる長さよりもわずかに短くして動作させる。このようにして、強く増幅したパルス後半部を前方に移動することで、往復回数に従った FEL パルス強度の指数関数的増幅が得られる。実際の光共振器長と電子ビームの間隔で決まる長さの差を光共振器のデチューニング長という。

共振器型 FEL にて、スリップ長、バンチ長、ゲインパラメータ、光共振器の損失とデチューニング長が与えられた時に、発振状態を求めるための解析方法としてスーパーモード理論がある。バンチがスリップ長よりも短い条件下で動作する、短バンチ FEL のスーパーモード理論は、Piovella らによって導出された[9]。

1990 年代に、FELIX、CLIO にて数サイクルパルス生成の実験が報告された。スーパーモード理論によると、このような発振は、FEL のゲインパラメータが共振器損失に比べて十分に大きな条件で、光共振器長のデチューニングを小さくした時に現れ、多数のスーパーモードが縮退した状態であると示される。この時、数サイクルの光パルスがマクロパルスの立ち上がり部で過渡的に形成されるが、飽和とともにカオス的な発振状態に移行し、数サイクルパルスは持続しない。

超伝導リニアックで駆動する共振器型 FEL である JAERI-FEL で初めて観測された完全同期長発振は、数サイクルの光パルスが飽和後も持続するものである。この発振は、Bonifacio の weak superradiance と同じ形の時間波形を有し、数サイクルの極短パルスが、高い変換効率 (JAERI-FEL では最大 9%) で得られることが示された [10,11]。また、完全同期長発振では、電子ビームのショットノイズ (自発放射光) が発振の種光となるだけでなく、飽和後も発振の持続に不可欠な役割を果たしており、[12]、さらに、外部からのシードレーザーを自発放射光に重畳することで FEL パルスのキャリアエンベロープ位相を制御できる可能性が示された [13]。

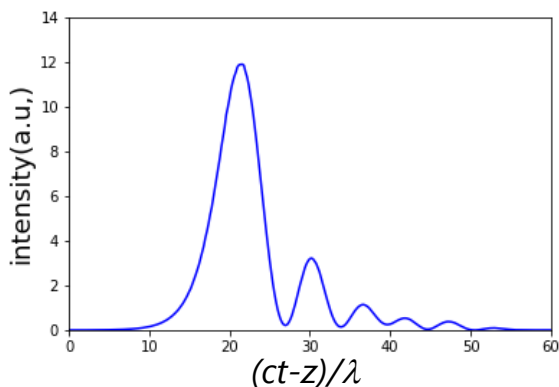


Figure 4: Temporal profile of a superradiance FEL pulse simulated for the KU-FEL experiment, in which 5% extraction efficiency was demonstrated.

最近の実験では、京都大学の中赤外 FEL (KU-FEL) にて、動的なデチューニング長の制御 (dynamic cavity desynchronization) の手法を取り入れることで、同様の発振が観測されている [14,15]。Figure 4 は、KU-FEL の熱陰極モード運転で行われた実験 (変換効率 5%) を再現するシミュレーションで得られた FEL パルス波形である。

5. 二準位系と共振器 FEL における超放射の比較

Figure 3 と Figure 4 を見ればわかるように、二準位系の超放射と共振器型 FEL に現れる超放射は、同様の時間波形を示す。すなわち、 sech^2 のパルス立ち上がりを持つ主ピーク、これに続く減衰を伴うリングングである。超放射強度のピーク値、主ピークの時間幅は、放射に参与する粒子数 N で決まり、ピーク値が N^2 に、時間幅が $1/N$ に比例する点も共通である。共振器型 FEL では、 N はスリップ長に含まれる電子数と共振器の Q 値の積である。

二準位系の超放射において現れる、主ピークに続くリングングは、Burnham-Chiao Ringing と呼ばれる。これは、超放射を行った原子が別の原子の放射を吸収し光を再放出することで説明される。共振器型 FEL の超放射では、電子がスリップしながら放射を行うとき、光が作るポテンシャルの中で回転を伴うことがリングングの形成に寄与していると考えられる。

超放射において自発放射光が果たす役割を見てみよう。完全反転した二準位系では、ブロッホベクトルがブロッホ球の上端 (極点) を初期値として下向き運動 (放射) を開始するが、この時、真空エネルギーのゆらぎ (自発放射光) がなければ、ブロッホベクトルは極点から動かず、超放射は起こらない。共振器型 FEL の超放射では、自発放射光が発振の種となり、また、飽和後も発振の持続に寄与している。

超放射の発現に閾値が存在することも両者の共通点である。二準位系では、超放射のパルス幅 (τ_p)、原子が上準位に励起されてから超放射が始まるまでの遅延時間 (τ_d) が、自発放射による上準位の原子数の減衰時間 (T_1)、巨視的分極の減衰時間 (T_2) よりも短くなければならない ($\tau_p, \tau_d < T_1, T_2$)。上準位に励起された原子の数 N に従って $\tau_p \propto 1/N$ 、 $\tau_d \sim \tau_p \ln N$ と変化するので、大きな N (強い励起) があって、初めて超放射が発現する [6]。共振器型 FEL では、バンチ長がスリップ長よりも短く、かつ、共振器損失で規格化したゲインが閾値を超えた時のみ、完全同期長発振による超放射が起こる [2]。

二準位系と FEL の超放射で大きく異なる点が、光パルスにおける周波数チャープの有無である。二準位系では、光の周波数 (波長) は準位間のエネルギー差で決まるので、パルス内で変動 (チャープ) することはない。一方、FEL ではマイクロバンチが自由空間でエネルギーを失いながら光を放出するので、光パルスの後方ではエネルギーが低下した電子が放出する成分 (波長の長い成分) を含むことになる。つまり、FEL の超放射パルスは周波数ダウンチャープを伴う [11]。放射に参与する電子数が大きくなり、より強く、より短い時間幅のパルスが生成されるほど、周波数チャープも大きくなる。したがって、周波数分散を含む光学系でチャープを補償できれば、FEL パ

ルスをさらに時間圧縮できる可能性がある。

6. まとめ

二準位系における超放射はレーザーの発明に先立つ 1954 年に Dicke の理論的な考察によって存在が予想され、今日に至るまで多くの実験が行われてきた。最近では、超放射を利用したニュートリノ質量分光[16]、XFEL による EUV[17]、X 線[18]の超放射の観測、量子ドットや量子井戸からの超放射[19]といった先端的な研究テーマも存在している。FEL における超放射は、Bonifacio らにより存在が予想され、こちらも多くの実験が行われてきた。特に、共振器型 FEL では、数サイクル、高効率の発振が超放射によって得られ、高次高調波発生をはじめとした強光子場科学への展開が期待されている[2,20]。

二準位系と光の相互作用について、光学ブロッホ方程式を使った解析を最初に行った Bonifacio[21]が FEL の超放射においても初期の研究を先導したことからわかるように、二準位系と FEL の超放射には共通する点が多い。それぞれの物理現象を深く考察することで、あらたな発見が生まれる余地があるだろう。

謝辞

本研究の一部は、文部科学省の光・量子飛躍フラッグシッププログラム (Q-LEAP、JPMXS0118070271) によるものである。Q-LEAP プログラムは、QST の永井良治、川瀬啓悟、京都大学の垣英明、全炳俊、日本大学の早川恭史、境武志、住友洋介、KEK の宮島司、島田美帆の各氏と共同で進めている。共同研究者の皆様に感謝申し上げます。

参考文献

- [1] T. Brabec and F. Krausz, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 545 (2000).
- [2] R. Hajima, *Atoms* **9**, 15 (2021).
- [3] R.H. Dicke, *Phys. Rev.* **93**, 99 (1954).
- [4] N. Skribanowitz, I.P. Herman, J.C. MacGillivray and M.S. Feld, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 309 (1973).
- [5] M.G. Benedict, A.M. Ermolaev, V.A. Malyshev, I.V. Sokolov and E.D. Trifonov, *Super-radiance: Multiatomic Coherent Emission* (IOP Publishing, London, 1996).
- [6] R. Bonifacio, F. Casagrande, G. Cerchioni, L. Salvo Souza, P. Pierini and N. Piovela, *La Rivista del Nuovo Cimento* **13**, 1 (1990).
- [7] A. Gover *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **91**, 035003 (2019).
- [8] D.C. Burnham and R.Y. Chiao, *Phys. Rev.* **188**, 667 (1969).
- [9] N. Piovela, P. Chaix, G. Shvets and D.A. Jaroszynski, *Phys. Rev. E* **52**, 5470 (1995).
- [10] N. Nishimori, R. Hajima, R. Nagai, and E. J. Minehara, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5707 (2001).
- [11] R. Hajima and R. Nagai, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 024801 (2003).
- [12] R. Hajima, N. Nishimori, R. Nagai and E.J. Minehara, *Nucl. Instr. Meth. A* **475**, 270 (2001).
- [13] R. Hajima and R. Nagai: *Phys. Rev. Lett.* **119**, 204802 (2017).
- [14] H. Zen, H. Ohgaki, R. Hajima, *Phys. Rev. Accel. Beams* **23**, 070701 (2020).
- [15] H. Zen, H. Ohgaki, R. Hajima, *Appl. Phys. Express* **13**, 102007 (2020).
- [16] M. Yoshimura, N. Sasao, M. Tanaka, *Phys. Rev. D* **91**, 063516 (2015).
- [17] J.R. Harries *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 263201 (2018).
- [18] A.I. Chumakov *et al.*, *Nature Phys* **14**, 261–264 (2018).
- [19] K. Cong *et al.*, *J. Opt. Soc. America B* **33**, C80 (2016).

[20] 羽島良一, 放射光 **34**, 191 (2021).

[21] F.T. Arecchi and R. Bonifacio, *IEEE J. Quantum Electron.* **1**, 169–178 (1965).