

## 周波数変調型可変エネルギー加速器におけるビーム出射解析

### ANALYSIS OF BEAM EXTRACTION IN MODULATED FREQUENCY VARIABLE ENERGY ACCELERATOR

中島裕人<sup>#</sup>, 青木孝道, 羽江隆光, 関孝義, 宮田健治, 堀知新, 西田賢人, 野田文章,  
えび名風太郎, 平本和夫

Yuto Nakashima<sup>#</sup>, Takamichi Aoki, Takamitsu Hae, Takayoshi Seki, Kenji Miyata, Chishin Hori,  
Kento Nishida, Fumiaki Noda, Futaro Ebina, Kazuo Hiramoto  
Hitachi, Ltd.

#### Abstract

We are developing a frequency-modulated variable energy accelerator as a small accelerator for particle beam therapy. The accelerator is characterized by a cotangent trajectory and the ability to extract different energy beams required for treatment (70 to 225 MeV in the case of proton therapy). In this study, we confirmed that the extraction RF kicker increased horizontal emittance of in particle tracking simulation. We also confirmed that the shape of horizontal separatrix and its branch depends on the magnetic field of peeler and regenerator, which is for beam extraction.

#### 1. 背景と目的

粒子線治療システム用加速器として、新概念の軌道偏心加速が提案されている[1]。本加速器は弱収束磁場と周波数変調を適用した加速電場によって、ビームを周回及び加速する。ビーム周回のための磁場(主磁場)が静磁場であることで、超伝導電磁石が容易になり小型化が実現される。また、サイクロトロンやシンクロサイクロトロンなどの主磁場に静磁場を用いる加速器では、加速外へ出射されるビームのエネルギーは一定であり、粒子線治療に用いるためには、患部の深さに合わせて散乱体によってビームを減速する必要がある。本加速器では、従来の静磁場型加速器において同心円状であったエネルギー毎のビーム軌道を一方方向に偏心させ、ビームが集約した領域に横方向高周波電場による擾乱を与えることで(遅い取り出し法[2])、様々なエネルギーのビーム出射が可能となる[3,4]。これまでに、線形光学[3,4]及び、粒子トラッキング計算[5]による一定エネルギーでの安定周回、粒子トラッキング計算による横方向高周波電場を用いたビーム出射[6]が確認されている。

本研究の目的は、周波数を広帯域化した横方向高周波電場によって、複数エネルギービームにおける横方向エミッタンスが増加することを、粒子トラッキング計算を用いて確認し、より効率的なビーム出射のための磁場分布設計方針を得ることである。

#### 2. 手法

##### 2.1 トラッキング計算体系

検討対象とした新型加速器の設計軌道を Fig. 1 に実線で示す。Figure 1 の太破線は、加速ギャップ位置を表しており、ビーム加速のための高周波電場をこの位置に加速空洞によって形成する。加速高周波電場の周波数

はビームの周回周波数と同期させる。所望のエネルギーまで加速されたビームは、RF キックによってビーム水平方向ベータatron振動に同期した周波数の高周波電場を印加することで、水平方向ベータatron振動の振幅を増大させる。振幅増大の結果、ビームは水平方向ベータatron振動を不安定化させる 2 種類の勾配磁場(ピーラ磁場及びリジェネレータ磁場)を通過しながら周回する。

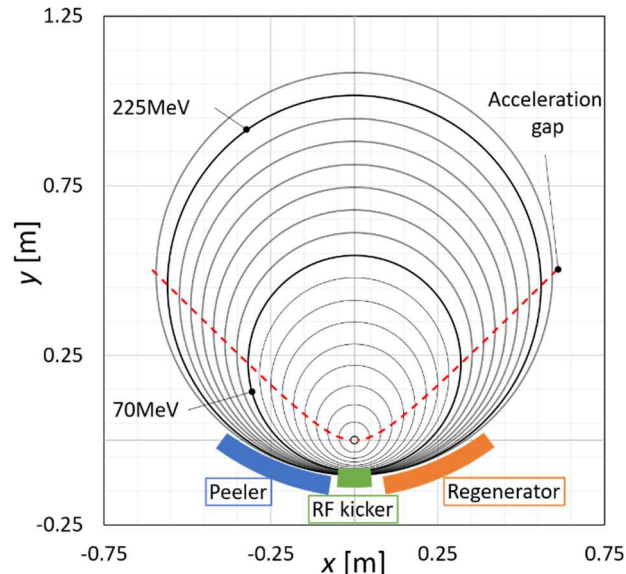


Figure 1: Schematic view of design orbits and components for beam extraction.

RF キックは、ビーム集約領域(Fig. 1 で  $y < 0$  の領域)に設置され、出射エネルギーである 70 MeV から 225 MeV の設計軌道が RF キックによって電場を印加される領域に配置されている。Figure 2 にビームエネルギーごとの水平チューン $\nu_x$ 及び垂直チューン $\nu_z$ を示す。

<sup>#</sup> yuto.nakashima.cp@hitachi.com

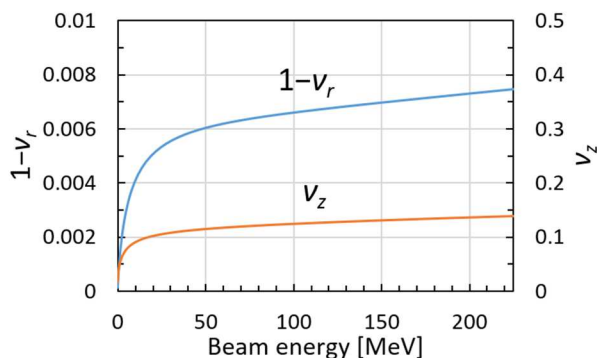


Figure 2: Design tune (horizontal and vertical).

見やすさのため Fig. 2 中では、水平チューンは  $1 - \nu_r$  の値を示している。主磁場が弱収束磁場であるため  $\nu_r$  は  $0 < \nu_r < 1$  であり、さらに二次共鳴  $2\nu_r = 2$  を励起して出射を実施するために、1 近傍の値を保つように設計される。Figure 3 に、計算に用いた中心平面における RF キッカ電場振幅の  $y$  軸上プロファイルを示す。Figure 3 の縦軸はピーク値で規格化した電場振幅、横軸は 225 MeV 円軌道中心からの距離  $r$  を 225 MeV の軌道半径  $\rho$  で規格化したものである。破線で 70 MeV 及び 225 MeV の  $x = 0$  時の  $y < 0$  の設計軌道を示す。Figure 3 に示すように、出射エネルギーである 70 MeV から 225 MeV までの設計軌道が電場発生領域に含まれる。

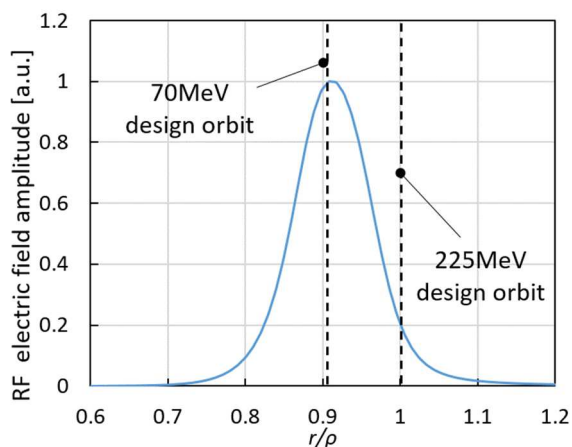


Figure 3: RF kicker electric field profile.

Figure 4 に、計算に用いた中心平面におけるピーラの  $B_z$  のプロファイルを示す。Figure 3 と同様に、Fig. 4 の縦軸はピーク値で規格化した磁場強度、横軸は  $r/\rho$  である。また、ピーラ磁場及びリジェネレータ磁場を印加する領域の曲率は、225 MeV ビームの曲率に合わせてある。ピーラ及びリジェネレータ磁場は、ピーク値  $a$  と動径方向幅  $w$  でパラメータ化されており、それぞれの値を変化させることで異なる磁場分布を得る。なお  $w$  を変化させる場合は、Fig. 4 中のピーク左端位置は固定する。またリジェネレータ磁場のプロファイルは、Fig. 4 において縦軸の符号を反転させたものとなる。

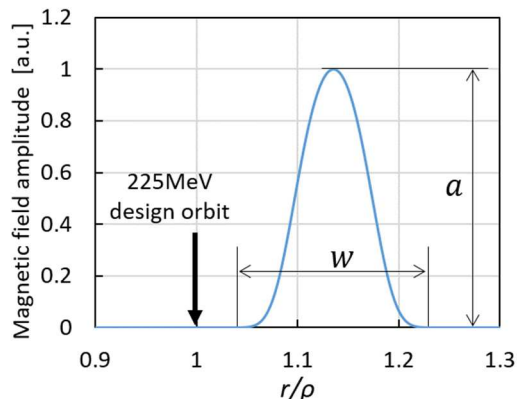


Figure 4: Peeler magnetic field profile.

## 2.2 粒子トラッキング計算条件

粒子の軌道は Runge-Kutta 法によって、運動方程式を数値積分することによって得る。Table 1 に粒子トラッキング計算の計算条件を示す。磁場分布は、3 次元空間メッシュデータを入力する。この際、 $x - y$  平面から  $z$  方向にずれた位置の磁場は、 $x - y$  平面内の磁場勾配から Maxwell 方程式に基づいて  $x - y$  平面上の磁場データを三次元展開して求めた。

Table 1: Particle Tracking Conditions

Time step	10 ps
End time (typical)	1 ms
Number of macro particles	100
Ion type	Proton
Beam energy	70-225 MeV
Beam center position	Design orbits on y-z plane
Horizontal emittance ( $1\sigma$ )	$10 \pi^* \text{mm}^* \text{mrad}$
Vertical emittance ( $1\sigma$ )	$10 \pi^* \text{mm}^* \text{mrad}$
Beam monitor position	y-z plane ( $y \leq 0$ )

RF キッカの高周波電場については、Fig. 3 に示すプロファイルを持つ 3 次元静電場メッシュデータを、200 kHz ~ 500 kHz までの周波数帯域に強度分布を持つ帯域高周波として時刻に依存させて変化させている。この時の、高周波磁場成分はビームに与える影響が小さいと考え、無視している。このとき各合成波は、その総パワーが単一周波数の場合の 3 kV 相当となるように規格化されている。Table 2 にトラッキング計算で用いたピーラ及びリジェネレータ磁場の設計パラメータ条件について示す。磁場のピーク値  $a$  と動径方向幅  $w$  でそれぞれ 2 通りの計 4 通りの動径方向磁場勾配を持つピーラ・リジェネレータ磁場分布を用いて、トラッキング計算を実施した。また、ピーラ磁場とリジェネレータ磁場のピーク値と動径方向幅は同じものを用いた。

Table 2: Peeler and Regenerator Design Parameters

Magnetic field peak factor $a$ [a.u.]	1.0, 2.0
Magnetic field width parameter $w$	1.0, 1.4
Magnetic field gradient $2a/w$ [a.u.]	4.0, 2.8, 2.0, 1.4

### 3. 結果

#### 3.1 横方向エミッタンスの増大

粒子トラッキング計算の結果、全てのエネルギーにおいて、RF キッカの横方向高周波電場による横方向エミッタンスの増大が確認された。

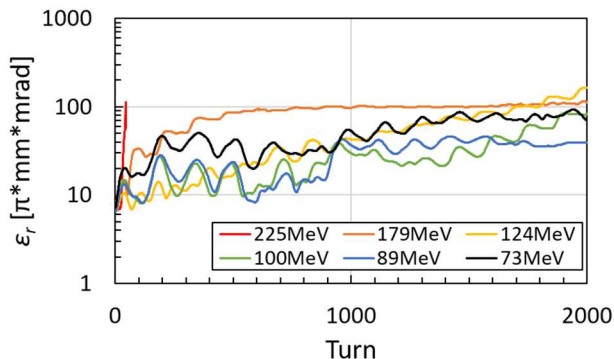


Figure 5: Horizontal emittance growth by RF kicker.

Figure 5 に 2000 ターンまでの、ビームの分散共分散行列から算出した水平方向エミッタンス $\epsilon_x$ を示す。このとき

ピーラ・リジェネレータ磁場の設計パラメータとしては $w = 100$ ,  $a = 2.0$ を与えた。このときの $y - z$ 平面 ( $y \leq 0$ ) に設置したビームモニタで計測した 100 MeV の単粒子の水平方向位相空間 ( $y - y'$ ) 上での出射直前の軌跡を Fig. 6 に代表的に示す。 $y'$ はビーム進行方向に対するビームの $y$ 方向の傾きであり、 $y > 0$ となる向きを正とした。設計軌道近傍から RF キッカによってベータatron振動振幅が増大していき、最終的にセパトリクスを超え、より外側へと発散している。

#### 3.2 セパトリクスのピーラ・リジェネレータ磁場依存性

Table 2 に示した設計パラメータのピーラ・リジェネレータ磁場を用いて粒子トラッキング計算を実施した。設計パラメータの組のそれぞれの場合について、

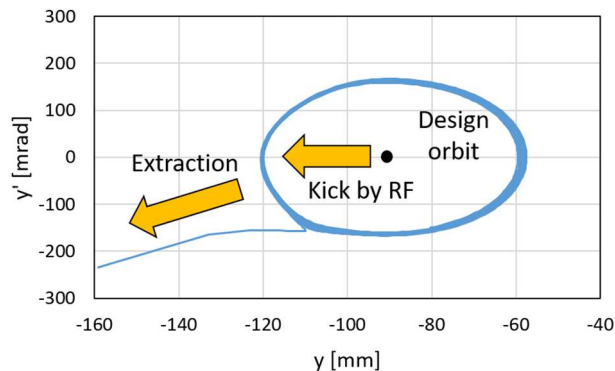


Figure 6: Extracted particle motion on horizontal phase space (single particle).

ビームモニタで計測した $y$ 方向座標と運動量から、全粒

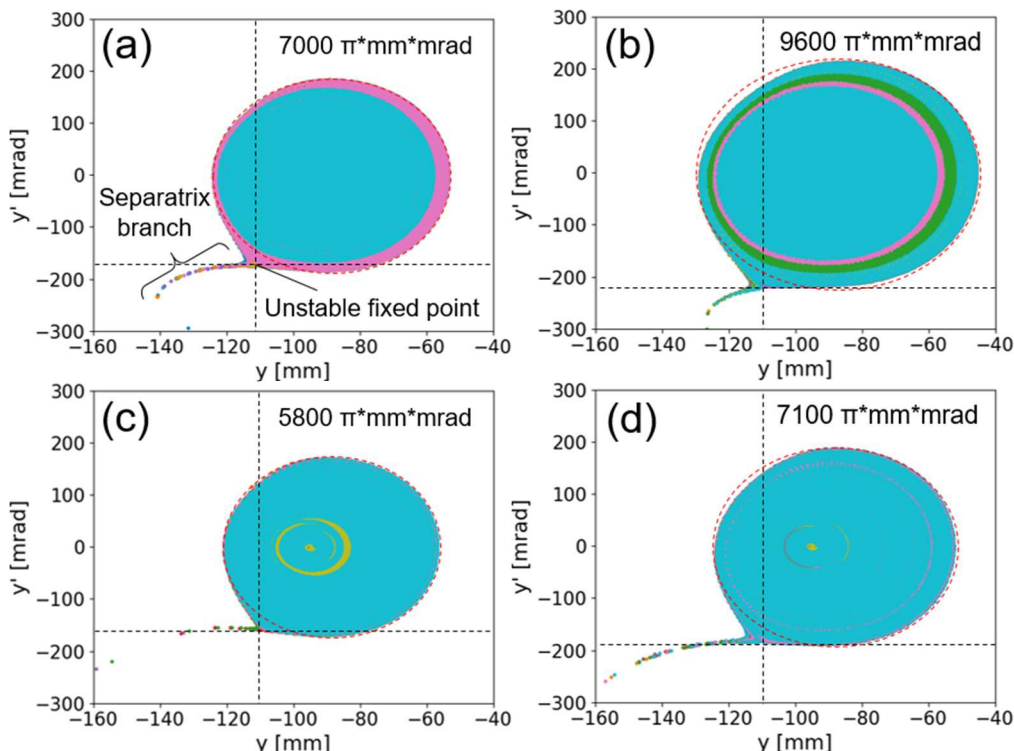


Figure 7: Extracted particle motion on horizontal phase space (100 MeV multi particles).

(a)  $a = 1.0$  and  $w = 1.0$ , (b)  $a = 1.0$  and  $w = 1.4$ , (c)  $a = 2.0$  and  $w = 1.0$ , (d)  $a = 2.0$  and  $w = 1.4$ .

子の全計算時間中の  $y - y'$  のポアンカレプロットを描いたものが Fig. 7 の (a), (b), (c), (d) である。粒子トラッキング計算結果は、ビームエネルギー 100 MeV の結果を用いた。Figure 7 より、いずれの設計パラメータの組み合わせにおいても横方向エミッタンスが増大し、結果水平方向のセパトリスに到達した粒子が、ある曲線（セパトリスの枝）に沿って運動することが確認された。Figure 7 中の直交する 2 本の破線は、その交点が Unstable fixed point (UFP) の  $y - y'$  上での位置を示している。また水平方向セパトリスを楕円で近似し、水平方向位相空間上の面積を評価したものを Fig. 7 の各図中に凡例として示す。設計パラメータの組み合わせによってセパトリスの枝の傾きや UFP の  $y'$  軸上位置、セパトリスの大きさが変わり、ピーラ・リジェネレータ磁場の動径方向勾配がより大きいほどセパトリスは小さく、枝の傾きは水平に近づく傾向が確認された。一方、UFP の  $y$  軸上位置は設計パラメータの組み合わせに依らず一定であった。これはピーラ・リジェネレータ磁場の動径方向端部位置に起因すると考えられる。以上の結果より、ピーラ及びリジェネレータ磁場分布の形状を制御することで、セパトリス及びその枝の制御が可能であることが示された。

## 4. 考察

### 4.1 出射時のチューン挙動と共鳴

ビームエネルギー 225 MeV までの設計チューンと主な共鳴線をチューンダイアグラム上で示す (Fig. 8)。

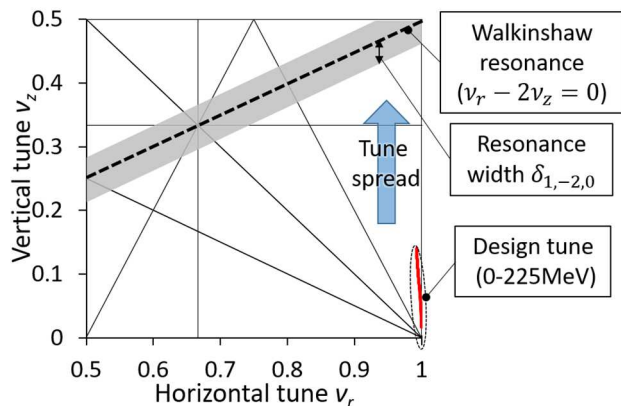


Figure 8: Tune diagram.

本加速器は、水平チューン  $v_r$  が 1 に近く、 $x - y$  平面におけるビーム軌道は歳差運動的であり、その周期は周回周期に比べ遅い。その結果、リジェネレータ磁場上のみをビームが通過し続けた場合、チューンはダイアグラム上で右下に動く。この場合  $v_z$  が 0 となるよりも前に  $v_r$  が 1 になると、ビームが取り出せる。一方、ピーラ磁場上のみをビームが通過し続けた場合、チューンはダイアグラム上で左上に動く。このとき、ビーム出射時のチューンは、 $v_r - 2v_z = 0$  という 3 次の差共鳴へ接近すると考えられる。この共鳴は Walkinshaw 共鳴[7]と呼ばれる。横方向

高周波電場を用いたビーム出射は水平エミッタンスを増大させる。従って水平エミッタンスと垂直エミッタンスの差が保存する差共鳴がビームに与える影響は大きく、出射時の歳差運動制御によるチューンコントロールと共鳴幅の狭小化が重要となる。共鳴幅の大きさ  $|\delta_{1,-2,l}|$  は式(1)で表される[8]。  $J_r$  は水平方向の作用である。  $G_{1,-2,l}$  は driving term であり、式(2)で求められる[8]。

$$|\delta_{1,-2,l}| = 2\sqrt{J_r}G_{1,-2,l} \quad (1)$$

$$G_{1,-2,l}e^{j\delta} = -\frac{\sqrt{2}}{8\pi} \oint \sqrt{\beta_r\beta_z^2} k_2 e^{j(\psi_r - 2\psi_z - (v_r - 2v_z - l)\theta)} ds \quad (2)$$

ここで、 $\beta_r$  及び  $\beta_z$  はそれぞれ水平方向及び垂直方向のベータatron振動振幅、 $\psi_r$  及び  $\psi_z$  はそれぞれ水平方向及び垂直方向のベータatron振動の位相進み、 $s$  はビーム進行方向位置、 $\theta$  は  $R$  をあるエネルギーのビームの平均曲率半径とした場合に、 $\theta = s/R$  で求まる角度である。 $k_2$  は磁場を多重極展開した際の六極磁場成分を磁気剛性率  $B\rho$  で規格化したものであり、

$$k_2 = -\frac{1}{B\rho} \frac{\partial^2 B_z}{\partial r^2} \quad (3)$$

と表される。式(1)、(2)、(3)より、出射軌道上の六極磁場成分を調整することで共鳴幅を狭めることが可能である。

## 5. 結論

現在開発中の軌道偏心加速器において、RF キックによって発生される高周波電場として帯域高周波を印加することにより、70 MeV から 225 MeV までの水平方向エミッタンス増大、ビーム出射時にはセパトリスの枝に沿って運動することを確認した。さらにピーラ・リジェネレータ磁場分布形状に応じて、水平方向セパトリスが変化し、適切に枝を制御可能であることを確認した。

## 参考文献

- [1] T. Aoki *et al.*, "Concept of Frequency Modulated variable-energy accelerator", Proceedings of the 14th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Sapporo, Aug. 1-3, 2017, pp. 150-154.
- [2] K. Hiramoto *et al.*, "Resonant beam extraction scheme with constant separatrix", PAC93, 1993, pp.309-311.
- [3] T. Aoki *et al.*, "Betatron Frequencies in cotangential trajectory accelerator for proton beam therapy" Proceedings of the 9th International Particle Accelerator Conference, Vancouver, Apr. 30 - May. 4, 2018.
- [4] T. Aoki *et al.*, "Study of Transverse Motion in Cotangential Trajectory Accelerator", Proceedings of the 15th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Sapporo, Aug. 7-10, 2018, pp. 1260-1264.

- [5] T. Hae *et al.*, “Study for Slow Extraction System in Cotangential Trajectory Accelerator”, Proceedings of the 15th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Kyoto, July. 31 - Aug. 3, 2019, pp. 214-217.
- [6] T. Aoki *et al.*, “Simulation of Slow Extraction from Cotangential Trajectory Accelerator”, Proceedings of the 16th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Kyoto, July. 31 - Aug. 3, 2019, pp. 1185-1188.
- [7] S. Y. Lee *et al.*, “Evolution of Beam Distribution in Crossing a Walkinshaw Resonance”, Phys. Rev. Lett., 110, 094801.
- [8] 發知英明, “大強度陽子リングのビーム力学 1: 単粒子力学、空間電荷効果 — 入門編 —”, OHO'10, 2010.