

# 等分配則を用いた J-PARC 新 RFQ のビーム力学 BEAM DYNAMICS OF THE NEW J-PARC RFQ USING EQUIPARTITIONING SCHEME

近藤恭弘、森下卓俊

Yasuhiro Kondo\*, Takatoshi Morishita  
Japan Atomic Energy Agency (JAEA)

## Abstract

The RFQ is the key component which realized modern high-current proton linacs. However, it should be operated with about two times of empirical Kilpatrick's electric-field limit. Consequently, the RFQ is one of the most troublesome cavity in the linac. To guarantee the continuity of the stable operation of the linac, a hot spare of this mission critical component should be prepared. To this end, we fabricated a spare of the J-PARC RFQ. For this RFQ, to obtain more acceleration efficiency, we adopted the equipartitioning method, which is the defacto standard in linac design. The transmission of this RFQ was 93%, and the transverse emittance was  $0.3\pi$  mm mrad. In this paper, the design and result of the beam test of this J-PARC new RFQ are described.

## 1. はじめに

高周波四重極リニアック (RFQ) は現代の大強度陽子リニアックを可能にしたキーコンポーネントである。しかしながら、経験的なキルパトリック放電限界の約 2 倍という高電界で運転する必要があるため、世界的に見ても最もトラブルの起きやすい加速空洞であり、加速器の運転の継続性を担保するには、このミッションクリティカルな空洞にホットスペアが用意されていることが望ましい。この目的で我々は J-PARC リニアック用の新 RFQ を製作した。Table 1 に J-PARC RFQ の要求仕様を示す。

Table 1: Requirements for J-PARC RFQ

Beam species	H <sup>-</sup>
Resonant frequency	324 MHz
Injection energy	50 keV
Extraction energy	3 MeV
Peak beam current	50 mA
Transverse normalized rms emittance	$< 0.25\pi$ mm mrad
Repetition rate	50 Hz
RF pulse length	600 $\mu$ s
RF duty factor	3%

今回の新しい RFQ の設計には、R. A. Jameson により提唱された、リニアックのビーム設計で事実上の標準となっている等分配則 (equipartitioning [1]) をとり入れたビーム志向 RFQ 設計法 [2,3] を採用した。RFQ の設計には Los Alamos National Laboratory で提唱された方法 [4] がよく用いられてきた。この方法では、RFQ はラディアルマッチングセクション (RMS)、シェイパ、ジェントルバンチャ、加速セクション 4 つのセクションに分割される。ヴェーン間電圧  $V$  と平均ボア半径  $r_0$  は、主に製作、調整がシンプルになるという理由で、RMS を除いた RFQ 全体で一定であり、従って収束強度  $B$  も一定

となる。この条件のため、ジェントルバンチャと加速セクションではセルパラメータを導き出す規則に異なる方法を適用する必要がある。この古典的方法では、空間電荷力が相対的に弱くなり、RFQ 入口で必要であったほどの収束力がもはや必要なくなる加速セクションにおいても  $B$  は強いままであり、加速電場が足りないため加速効率が悪くなる。近年では、加速するに従って  $B$  を弱く、即ち  $r_0$  を大きくし、その分  $V$  を大きくすることで加速効率を良くしようとする RFQ もある [5,6]。

これに対しビーム志向設計法では、 $r_0$  一定という非物理的制限を排除し、equipartitioning を用いることで、縦横の収束力を正しい空間電荷物理に基づいて最適化する方法である。加速されるに従い弱くなっていく空間電荷発散力分を自然に縦方向に振り分けられるため、加速効率が向上する。このような RFQ を実現する第一ステップとして、現在 J-PARC リニアックで使用している実機 RFQ (RFQ III [7]) ではジェントルバンチャのみに equipartitioning を実装した [8]。今回我々は equipartitioning を RMS とシェイパ以外の全長に実装した RFQ を世界で初めて実現した (epRFQ)。本論文では、この epRFQ のビーム力学設計と、ビーム試験結果について述べる。

## 2. ビーム志向 RFQ 設計法

equipartitioning では、エミッタンス  $\varepsilon$  と位相進み (収束力)  $\sigma$  の積で定義される温度を、縦方向と横方向で同じ割合になるように振り分ける。即ち、

$$\frac{\varepsilon_{ln}\sigma_l}{\varepsilon_{tn}\sigma_t} = 1 \quad (1)$$

とする (equipartitioning 条件)。ここで、 $\varepsilon_{ln}$  と  $\varepsilon_{tn}$  はそれぞれ縦方向と横方向の規格化 rms エミッタンスであり、 $\sigma_l$  と  $\sigma_t$  は縦と横の位相進みである。この条件を課すことで、空間電荷力を介した縦横の共鳴 [1] 条件を満たしたとしても、交換されるエネルギーがないため、どちらか一方のエミッタンスが増大していくという現象は起こらなくなる。

RFQ でのビームは、周期構造でのマッパドビームとし

\* yasuhiko.kondo@j-parc.jp

て、平滑化近似を用いて

$$\varepsilon_{tn} = \frac{r^2 \sigma_t \gamma}{\lambda}, \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ln} = \frac{(\gamma b)^2 \sigma_l \gamma}{\lambda} \quad (3)$$

と記述される。ここで、 $r$  と  $b$  は横方向と縦方向のビーム半径、 $\lambda$  は RF の波長、 $\gamma$  は相対論のパラメータである。Equation (2), (3) はさらに、ビーム電流  $I$  がある場合の  $\sigma_t$ ,  $\sigma_l$  とゼロカレントでの位相進み  $\sigma_0^t$ ,  $\sigma_0^l$  との関係を用いて、

$$\varepsilon_{tn}^2 = \frac{r^4 \gamma^2}{\lambda^2} \left\{ \sigma_0^{t2} - \frac{I \lambda^3 k (1-f)}{r^2 (\gamma b) \gamma^2} \right\}, \quad (4)$$

$$\varepsilon_{ln}^2 = \frac{(\gamma b)^4 \gamma^2}{\lambda^2} \left\{ \sigma_0^{l2} - \frac{2 I \lambda^3 k f}{r^2 (\gamma b) \gamma^2} \right\} \quad (5)$$

のように表される。定数  $k$  は、真空のインピーダンス  $Z_0$ 、粒子の電荷と静止質量  $q$ ,  $m_0$ 、光速  $c$ 、及び楕円因子  $f$  [9] によって  $k = \frac{3}{8\pi} \frac{Z_0 q \cdot 10^{-6}}{m_0 c^2}$  のように表される。ゼロカレント位相進み  $\sigma_0^t$ ,  $\sigma_0^l$  は、収束系での構造パラメータを用いて、

$$\sigma_0^{t2} = \frac{B}{8\pi^2} + \Delta_{rf}, \quad (6)$$

$$\sigma_0^{l2} = 2\Delta_{rf} \quad (7)$$

と定義される。

RFQ のビーム力学において、収束力  $B$  は、

$$B = \frac{q \lambda^2 V}{m_0 c^2 r_0^2}, \quad (8)$$

RF 発散力  $\Delta_{rf}$  は、

$$\Delta_{rf} = \frac{\pi^2 q V A \sin \phi_s}{2 m_0 c^2 \beta^2 \gamma^3} \quad (9)$$

である [4]。ここで、 $\phi_s$  は同期位相、 $\beta$  は相対論パラメータである。加速パラメータ  $A$  は外部電場の多重項展開を用いて  $A = A_{10} + A_{30}$  と表される。 $A_{10}$  と  $A_{30}$  はヴェーン先端の幾何学的パラメータ、即ちモジュレーションファクタ  $m$  と最小ボア半径  $a$ 、セル長  $l_c$  を用いて書ける [10]。これらの式から equipartitioning 条件 Eq. (1) を計算出来、これを満たすように RFQ のパラメータを調整していくのがビーム志向 RFQ 設計である。

今回の epRFQ の設計は、このビーム志向設計を実装した LINACSRfqDES [2, 3] を用いて行った。LINACSRfqDES では、もはやジェントルバンチャと加速セクションの区別は無く、シェイパ出口以降は同一の規則に従って設計される。LINACSRfqDES における独立変数は、 $m$ 、 $a$ 、 $\phi_s$  および  $V$  である。このうち  $\phi_s$  は、

$$\phi_s = \tan^{-1} \left( \frac{\sin \Phi_{sep} - \Phi_{sep}}{1 - \cos \Phi_{sep}} \right), \quad (10)$$

$$\Phi_{sep} = \frac{2\pi \hat{b}}{\beta \lambda}, \quad (11)$$

$$\hat{b} = \{c_1 + c_2(z - z_{EOS})\} b \quad (12)$$

のように変化させる。ここで、 $c_1$ ,  $c_2$  縦方向のアクセプタンスを決める固定パラメータであり、 $z_{EOS}$  はシェイパ出口での  $z$  座標である。 $a$  は、粒子の  $\beta$  に比例するように大きくしていく。 $V$  は、初期値として定められた表面電界と Kilpatrick 限界の比を満たすように大きくしていく。即ち、表面電界は RFQ 全長に渡って一定になる。残りの  $m$  は、を Eq. (1), (2), (3) の連立方程式から、縦と横のビーム半径  $r$ ,  $b$  と共に求根する。 $\varepsilon_{tn}$  と  $\varepsilon_{ln}$  は初期値として与えられる。このようにして求めた epRFQ のセルパラメータを Fig. 1 に示す。

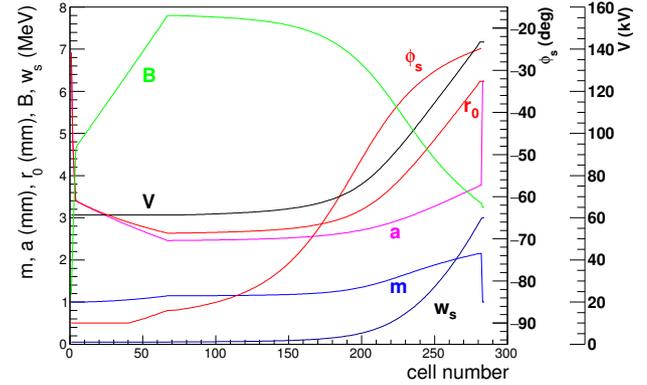


Figure 1: Cell parameters of epRFQ designed with LINACSRfqDES. The  $W_s$  means the energy of the synchronous particle. The  $\phi_s$ 's after the transition cell [11] are not plotted.

Table 2: Design Parameters of epRFQ Obtained with LINACSRfqDES

Vane length	3073 mm
Number of cells	285
Inter-vane voltage	61.3~143 kV
Maximum surface field	30.3 MV/m (1.70 Kilpatrick)
Average bore radius ( $r_0$ )	2.64~6.24 mm (excluding RMS)
$\rho_t/r_0$ ratio	0.75
$a_{min}$	2.46 mm
$m_{max}$	2.15
$\phi_{s,max}$	-24.8 deg

Table 2 は、epRFQ の設計結果である。ヴェーン先端の横断面形状は半径  $\rho_t$  の円形で、 $\rho_t$  と  $r_0$  の比は  $\rho_t/r_0 = 0.75$  である。縦方向のヴェーン先端形状は、通常通り、2 項ポテンシャルに沿った形状である。RFQ III では、加速効率の向上を狙ってサイン関数形状を採用したが、サイン形状による加速効率の向上は高々数%であることと、サイン形状ではモジュレーションの有無なしでの電場分布の変化が非常に大きく、新たに変動  $r_0$  ヴェーンを採用したため、それ以外に起因する複雑さを極力減らしたかったため、今回は 2 項ポテンシャル型と

した。運転時の安定性を少しでも高めるため、最大表面電界を一般的に許容されると言われている 1.8 Kilpatrick より少し小さめに設定した。

### 3. 粒子シミュレーション

粒子シミュレーションは LINACSRfqSIM [2, 3] を用いて行った。LINACSRfqSIM はタイムドメインコードなので、空間電荷力を正しく扱うことが出来る。LINACSRfqSIM には、通常多重極展開を用いた電場計算に加え、マルチグリッドポアソンソルバによる電場計算が実装されている。このポアソンソルバでは、実際のヴェーン形状を境界条件としてポアソン方程式を解いており、外部電場と空間電荷による電場を扱うことが出来る。ポアソンソルバでは、特にヴェーン近傍での電場を多重極展開よりも正確に計算することが出来、鏡像電荷も自然に含まれる。このことは、大電流の RFQ の粒子シミュレーションにとって特に重要である。epRFQ のシミュレーションに於いては、入力のビーム電流を 60 mA とした。規格化 rms 横エミッタンスは  $0.20\pi$  mm mrad のウォーターバッグ分布、入射エネルギーは 50 keV で広がり無し、位相分布は一様である。Table 3 にシミュレーション結果をまとめる。

Table 3: Simulation Results of epRFQ

Input beam current	60 mA
Input transverse distribution	$0.20\pi$ mm mrad, water bag
Input longitudinal distribution	50 keV const., uniform phase
Transmission	99.2%
Output transverse emittance	$0.24\pi$ mm mrad
Output longitudinal emittance	$0.11\pi$ MeV deg

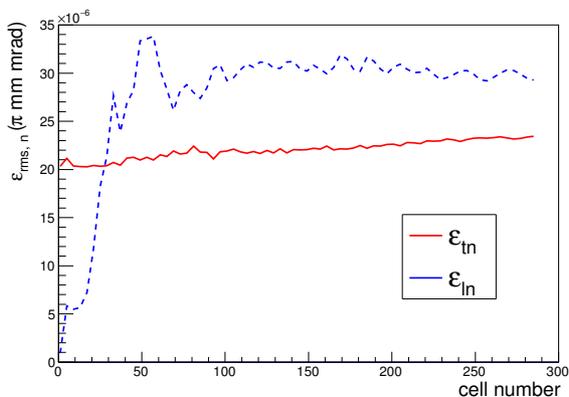


Figure 2: Emittance evolution as functions of the cell numbers. The solid line represents the transverse normalized rms emittance, and the dashed line is the longitudinal one.

Figure 2 は、セル番号に対するエミッタンスの変化である。実線は横エミッタンス、点線は縦エミッタンスである。横エミッタンスグロースは 20 % であるが、出力

エミッタンスは J-PARC リニアックの用途には十分小さい。

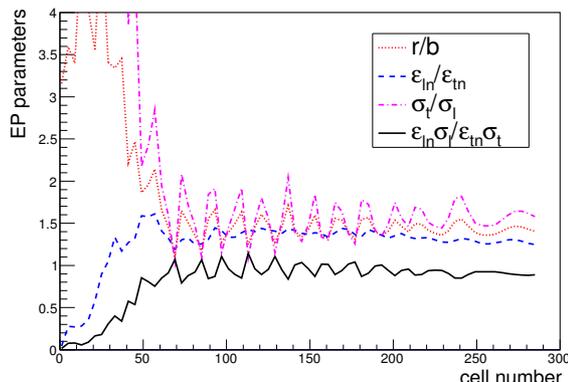


Figure 3: Parameters related to the equipartitioning condition (EP parameters). When the equipartitioning condition holds, the solid line should be one.

次に、equipartitioning に関連するパラメータを示す。Figure 3 の赤の点線は横と縦のビーム径の比、マゼンタの一点鎖線は縦横の位相進みの比である。黒の実線は、Eq. (1) 左辺の equipartitioning ratio である。シェイパ出口以降では equipartitioning 条件 Eq. (1) を満たしていることが分かる。青の鎖線は、縦横のエミッタンス比であり、シェイパ出口以降でおよそ 1.2 である。

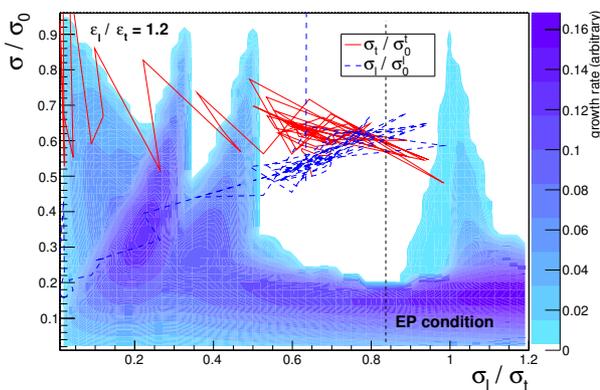


Figure 4: Trajectories of the phase-advance ratio and depression of epRFQ on the Hofmann chart. The longitudinal / transverse emittances ratio of this Hofmann chart is 1.2.

Figure 4 はエミッタンス比 1.2 の Hofmann チャート [12] 上でのチューンダイアグラムである。Hofmann チャートの横軸は、横と縦の位相進みの比（チューン比）であり、縦軸は、空間電荷有り無しでの位相進みの比（チューンデプレッション）である。チューンデプレッションとチューン比の相関をプロットすることで、equipartitioning の実現具合と、共鳴領域に乗っていないかを確認することが出来る。Figure 4 で、実線と点線はそれぞれ横と縦の軌跡である。この図はエミッタンス

比 1.2 なので、equipartitioning 条件 Eq. (1) が成り立つ  
チューン比は 0.83 である (図中 EP condition)。縦横共  
にシェイパ出口以降では equipartitioning 条件が近傍に  
いることが分かる。

#### 4. ビーム試験

前章までで設計した RFQ のビーム試験を、J-PARC リ  
ニアック棟 1 階の RFQ テストスタンド [13] で行った。  
この試験は、ビーム幅 50  $\mu\text{s}$ 、繰り返し 1 ~ 25 Hz で行  
い、RFQ への入射電流は 59 mA、出射電流は 55 mA で  
あった。Figure 5 は、実測とシミュレーションの透過率  
である。

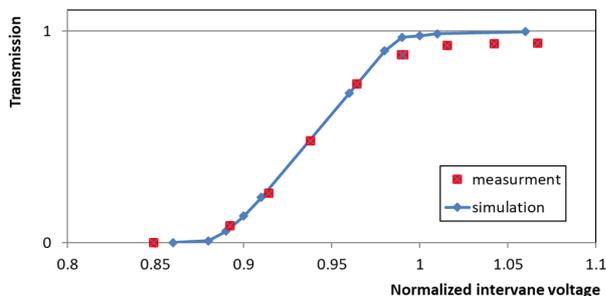


Figure 5: Measured and simulated transmission of the epRFQ. The red squares and blue diamonds are measured and simulated transmission of the RFQ, respectively.

透過率は RFQ 入口と出口の電流モニタの測定値の比  
で、93% であり、ヴェーン間電圧の低い過渡領域では、  
早い電流モニタの信号から、スペクトラムアナライザを  
用いて RFQ により加速された 324 MHz 成分のみを取り  
出した [7]。測定とシミュレーションは良く一致して  
いる。

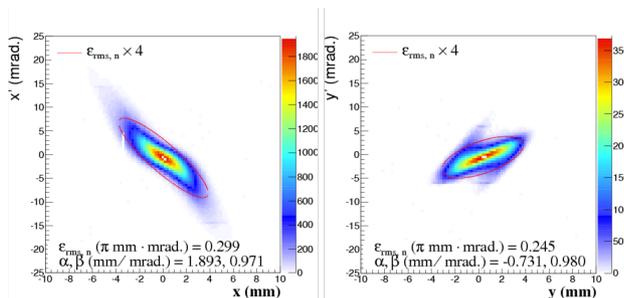


Figure 6: Measured emittance of the epRFQ.

Figure 6 は、2 重スリット型エミッタンスモニタで測  
定した RFQ 出口での横エミッタンスである。x 及び y  
の測定値は、0.30 及び 0.25 $\pi$  mm mrad であり、イオン源  
出口での測定値が 0.30 及び 0.29 $\pi$  mm mrad であつたの  
で、顕著なエミッタンスグロースは無いことが分かる。  
出射エミッタンスが入射よりも小さいのは、イオン源出  
口での位相空間分布にあるハロー成分が RFQ によって  
削られるためである。

#### 5. まとめ

近年のリニアック設計のデファクトスタンダードで  
ある equipartitioning 思想を全長に渡って採用した RFQ  
を世界で初めて実現し、ビーム試験を行った。テスト  
スタンドにおいて透過率、横エミッタンスの測定を行  
い、設計通りの性能であることを確認した。この RFQ  
は J-PARC RFQ の予備機であるため、しばらくはテスト  
スタンドにて運用されるが、将来 J-PARC リニアックの  
アップグレードが行われる場合には、実機として使用さ  
れる予定である。

#### 謝辞

本論文の RFQ は三菱重工機械システム (株) に製作  
していただきました。この場を借りて感謝いたします。

#### 参考文献

- [1] R. A. Jameson, "Beam-intensity limitations in linear accelerators", IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-28 (1981) 2408–2412.
- [2] R. A. Jameson, "RFQ designs and beam-loss distributions for IFMIF", Tech. Rep. ORNL/TM-2007/001, Oak Ridge National Laboratory (January 2007).
- [3] R. A. Jameson, "LINACS design and simulation framework", Tech. Rep. KEK/J-PARC Seminar 6 March 2012, KEK/J-PARC (March 2012).
- [4] K. R. Crandall, R. H. Stokes, T. P. Wangler, "RF quadrupole beam dynamics design studies", in: Proceedings of 1979 Linear Accelerator Conference, Montauk, New York, USA, 1979, pp. 205–216.
- [5] L. M. Young, "Simulations of the LEDA RFQ 6.7-mev accelerator", in: Proceedings of PAC97, Vancouver, Canada, 1997, pp. 2752–2754.
- [6] M. Comunian, A. Pisent, E. Fagotti, P. A. Posocco, "Beam dynamics of the IFMIF-EVEDA RFQ", in: Proceedings of EPAC08, Genoa, Italy, 2008, pp. 3536–3538.
- [7] Y. Kondo, T. Morishita, S. Yamazaki, T. Hori, Y. Sawabe, E. Chishiro, S. Fukuta, K. Hasegawa, K. Hirano, N. Kikuzawa, I. Koizumi, A. Miura, H. Oguri, K. Ohkoshi, F. Sato, S. Shinozaki, A. Ueno, H. Kawamata, T. Sugimura, A. Takagi, Z. Fang, Y. Fukui, K. Futatsukawa, K. Ikegami, T. Maruta, T. Miyao, K. Nanmo, "Beam test of a new radio frequency quadrupole linac for the japan proton accelerator research complex", Phys. Rev. ST Accel. Beams 17 (120101) (2014) 120101.
- [8] Y. Kondo, K. Hasegawa, T. Morishita, R. A. Jameson, "Beam dynamics design of a new radio frequency quadrupole for beam-current upgrade of the japan proton accelerator research complex linac", Phys. Rev. ST Accel. Beams 15 (080101) (2012) 080101.
- [9] T. P. Wangler, "Space-charge limits in linear accelerators", Tech. Rep. LA-8388, Los Alamos National Laboratory (December 1980).
- [10] K. R. Crandall, "Effects of vane-tip geometry on the electric fields in Radio-Frequency Quadrupole linacs", Tech. Rep. LA-9695-MS, Los Alamos National Laboratory (April 1983).
- [11] K. R. Crandall, "Ending RFQ vanetips with quadrupole

- symmetry”, in: Proc. of 1994 Linac Conf., Tsukuba, Japan, 1994, pp. 227–229.
- [12] I. Hofmann, G. Franchetti, O. Boine-Frankenheim, J. Qiang, R. D. Ryne, “Space charge resonances in two and three dimensional anisotropic beams”, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 6 (024202) (2003) 024202.
- [13] Y. Kondo *et al.*, “Upgrade of the 3-MeV LINAC for Testing of Accelerator Components at J-PARC”, in: Proceedings, 10th International Particle Accelerator Conference (IPAC2019): Melbourne, Australia, May 19-24, 2019, 2019, pp. 960–963.