# ミュオン加速用サイクロトロンの軌道計算 ORBIT CALCULATION FOR MUON CYCLOTRON

大西純一 A), 後藤彰 A), 山崎高幸 B), 安達利一 B), 永谷幸則 B), 三宅康博 B), 筒井裕士 C), 楠岡新也 C), 熊田幸生 C), 恩田昂 C)

Jun-ichi Ohnishi<sup>A)</sup>, Akira Goto<sup>A)</sup>, Takayuki Yamazaki<sup>B)</sup>, Toshikazu Adachi<sup>B)</sup>, Yukinori Nagatani <sup>B)</sup>, Yasuhiro Miyake<sup>B)</sup>, Hiroshi Tsutsui<sup>C)</sup>, Shinya Kusuoka<sup>C)</sup>, Yukio Kumata<sup>C)</sup>, Takashi Onda<sup>C)</sup>

A) RIKEN Nishina Center

B) High Energy Accelerator Research Organization (KEK)
C) Sumitomo Heavy Industries, Ltd.

#### Abstract

We studied the beam orbit for an AVF cyclotron to accelerate muon ( $\mu^+$ ) beams to an energy of 5 MeV. The injected muon beams are generated at the J-PARC MLF muon beam line. The muon beams have an energy of 30 keV and a low emittance of 1  $\pi$ mmmrad because  $\mu^+$  is generated from muonium. In this study, we designed a magnet and RF cavities by using Opera and CST MWS, and calculated the muon beam orbit. The accuracy of the designed isochronous magnetic field is such that the phase change of the beam during acceleration is within the range of  $\pm$  5°. Beam orbit calculations from the injection to the extraction turn were performed assuming a beam having a Gaussian shape in each phase space in two directions parallel and orthogonal to the inflector electrode. As a result, the dispersion of the extracted energy was calculated to be  $1.2 \times 10^{-4}$  for an injection beam with a phase width of  $\pm$  4° (pulse width 0.2 ns) when a flattop cavity was used. The emittance in the extraction turn was calculated to be 0.3 to 0.4  $\pi$ mmmrad in the radial and axial directions, respectively.

## 1. はじめに

J-PARC 物質生命科学実験施設 (MLF) において 3 GeV 陽子ビームから生成された 4.1 MeV の表面ミュオンを高温のタングステン中で減速してミュオニウムを生成する。これを真空紫外レーザーで電離し極低エミッタンスのミュオン (μ+) ビームを得る[1]。このミュオンビームを顕微鏡としてイメージングを行うことを目的として AVF サイクロトロンにより 5 MeV まで再加速することが計画されている。本研究ではこのサイクロトロンの設計のために軌道計算を実施した。Table 1 にミュオンサイクロトロンの設計条件を示す。AVF サイクロトロンは陽子、重イオンを加速する装置として RI 製造などに広く使用されている。ミュオンについても質量が陽子の約 1/9 であるが、磁場を下げるこ

Table 1: Beam Parameters

(Injection) Acceleration particle  $\mu^+$  (105.7 MeV/c<sup>2</sup>,  $\tau = 2.2 \mu s$ ) 30 keV Energy 10<sup>4</sup>/pulse No. of particles Repetition rate 25 Hz Emittance  $1 \pi mmrad (1\sigma)$ Pulse width 0.2 ns (Extraction) Energy 5 MeV  $< 10^{-4}$ Energy width (goal) Emittance  $0.1 \, \pi \text{mmmrad} \, (1\sigma)$ 

とで陽子と同様に加速可能である。ただし加速可能なエネルギーは、ローレンツ因子 y が大きくなり軸方向の収束限界のために陽子より小さくなる。

入射ミュオンビームは 1 πmmmrad 程度の低エミッタンスでエネルギー幅は 1eV 程度、ビーム強度は 10<sup>4</sup>/パルス(25Hz)である。パルス幅はサイクロトロン入射位置において 0.2 ns 程度である。再加速後、顕微鏡として数μmのビームサイズに収束させるため、このサイクロトロンの設計の要点は(1) 収束系の色収差によるボケを小さくするために取り出しビームのエネルギー幅を 10<sup>-5</sup> 台にすること、(2) ビーム強度が低いため、入射、加速、取り出しにおいてエミッタンスの増加を最小にすること、である。

## 2. ミュオンサイクロトロンの基本構造

ミュオンサイクロトロンの諸元を Table 2 に、平面図をFig. 1 に示す。基本構造は住友重機械工業(株)製のHM10型サイクロトロン(H', 10MeV)を改造することとしたが、HM10は内部イオン源、チャージストリッパー取り出しであるため大幅な変更が必要で外形構造以外は新設計となった。外部入射にするためヨーク中心部に穴をあけてソレノイドコイル及びスパイラルインフレクターを設置する。磁極は 4 セクター、スパイラル角はゼロ、取り出し半径 262 mm、取り出しエネルギーは 5 MeV とした。平均磁場は約 0.4 Tで、磁極形状の最適化により等時磁場を生成しトリムコイルは設置しない。加速は、ハーモニック数 2 で約 30°のディー角をもつ 2 台の加速空洞(108 MHz)によって行う。ディー電圧は最大 50 kV である。ま

## **PASJ2019 THOH14**

Table 2: Parameters of Muon Cyclotron

Extraction radius	0.26 m
Central magnetic field	0.4 T
No. of sectors	4
Harmonic number	2
Frequency of main cavity	108 MHz
Dee voltage	50 kV (Max.)
Frequency of flattop cavity	324 MHz
Spiral inflector	$\pm 4.5 \text{ kV}$
Deflector	7.5 kV/mm
Magneti channel	passive type
	Central magnetic field No. of sectors Harmonic number Frequency of main cavity Dee voltage Frequency of flattop cavity Spiral inflector Deflector

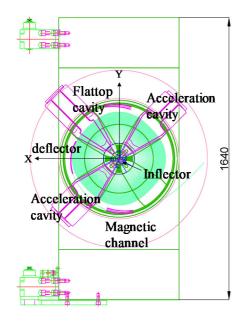


Figure 1: Plan view of muon cyclotron.

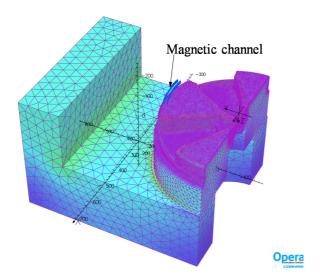


Figure 2: Opera calculation model.

た後述するように、取り出しビームのエネルギー幅を小さくするため 3 倍周波数のフラットトップ共振器を設置する。ビーム取り出しは静電デフレクターとパッシブタイプの磁気チャンネルをヒル部分(ギャップ 52 mm)に設置して行う。現在、設計と製作を進めており 2020 年の完成を目指している。

# 3. 等時性磁場と加速電場

Figure 2 に Opera[2]の磁場計算モデルを示す。中心部には外部入射のためヨークに穴があり、外周側にはビーム取り出しのために磁気チャンネルが設置されている。これらを考慮して等時性磁場が得られるように磁極形状を設計した。Figure 3 に得られた磁場の等時性磁場からの偏差とこの磁場で加速した場合の加速位相の変化を示す。加速位相の変化は加速電圧を85kV/turnとして計算した。位相変化は±5°以内に収まっているが、Operaによる計算精度が0.1 %程度であるため磁場測定をして磁極形状のシム調整を実施することにより等時性磁場の精度をさらによくしたいと考えている。

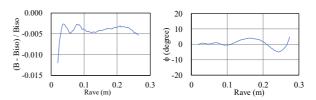


Figure 3: Deviation of the isochronous magnetic field designed by Opera.

加速空洞(1f)は 108 MHz の  $1/4 \lambda$  共振器で CST MWS[3]を使用して設計した。一方、フラットトップ空洞 (3f)は Fig. 4 に示すようにディー電極の先端部が上下で

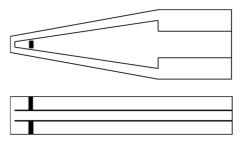


Figure 4: Schematics of flattop cavity.

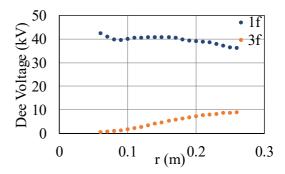


Figure 5: Radial distributions of RF voltages. The power of the acceleration cavity was calculated to be 12.5 kW.

接地されていて 1/2 ¼ 共振器となっている[4]。 Figure 5 に 計算で得られた径方向のディー電圧分布を示す。 フラットトップ空洞の電圧は中心部でゼロで半径とともに増加する分布であるため、加速電圧波形は各ターンでフラットトップにはなっていない。

## 4. 単一粒子の軌道計算

ミュオンの軌道は、Opera で計算した電磁石の磁場と インフレクターの静電場、CST MWS で計算した RF 電場 を使用して4次のRunge-Kutta法で計算した。計算に使 用したインフレクター電極とパラメーターを Fig. 6 に示す。 インフレクター内の軌道は6次元位相空間において結合 があるため、軌道計算はインフレクターの上流 z = -100 mmを出発点とし、加速、取り出しまで行った。Figure 7は サイクロトロン中心軸に沿って入射した粒子(中心粒子) の2台のディー電極中心におけるビーム位相をターン毎 に示したもので、初期位相(相対値)-4°から 4°まで 5 ケースについて示す。この±4°は入射ビームのパルス幅 0.2 ns に相当する。1 ターン目は中心部の磁場が低いた め加速位相がマイナス側にずれている(進んでいる)が、 2 ターン目以降、等時性磁場の精度で位相の変化幅は 8°から 10°となっている。初期位相が-4°のときを見ると加 速位相が二つに分離しているが、これは軌道がサイクロ トロン中心に対して偏心して、そのために二つのディー 電極で加速位相が違っているためである。インフレク

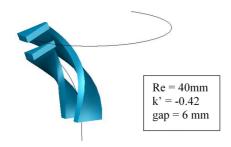


Figure 6: Schematics and design parameters of the inflector. The magnetic radius R<sub>b</sub> changes according to the magnetic field with height.

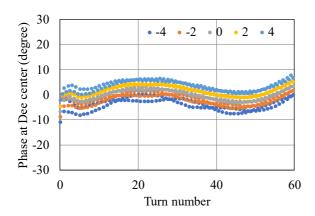


Figure 7: Acceleration phases at the center of two Dee electrodes for the particles injected along the cyclotron axis. Five cases in which the initial phases are from -4°.

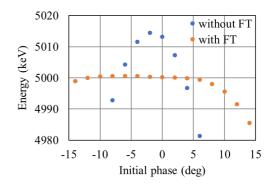


Figure 8: Beam energies as a function of initial phase with and without flattop cavity.

ターや中心領域は偏心が小さくなるように設計しているが、初期位相や入射の位置や角度の違いによっては偏心が大きくなる。

Figure 8 は中心粒子について、初期位相が違う場合の取り出しターンのエネルギーを示す。フラットトップ空洞を使用しない場合、ビームのエネルギーは初期位相 ( $\phi_0$ )に対して概ね  $\cos\phi_0$  に従う。一方、フラットトップ空洞を使用してその電圧と加速空洞との位相差を調整した場合は初期位相 $\pm 8$ °以内ではエネルギー幅を  $10^4$ 以下にすることができる。ただし、これは中心粒子についての場合である。

# 5. 多粒子の軌道計算(ガウスビーム)

出発点 (z=-100 mm) の横方向の座標をインフレクター電極と直交する方向を u、平行する方向を v として、ビームはそれぞれの位相空間において  $1\pi$ mmmrad  $(1\sigma)$  のガウス形状とし、u 方向と v 方向の分布は独立であるとする。軌道計算にはビーム強度によって重み付けした u、v 方向それぞれ  $2\sigma$  までの 26 点の代表点を使用する。 Figure 9 にインフレクター入口における位相空間分布を示す。このビームの形状はインフレクター内の運動が複雑であるため現状では最適化されていないが、後述するように周回時における半径(R)方向のビーム幅の振幅が小さくなる(固有楕円に近づける)ように設定した。

Figure 10 にビームが Fig. 1 の X 軸を通過した時のビーム位相の分布を示す。出発点(Z = -100 mm) の位

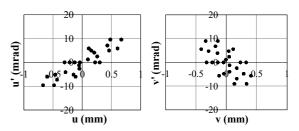


Figure 9: Phase space distributions of the calculated points at the entrance of the inflector. The u and v directions indicate those orthogonal and parallel to the electrodes, respectively.

## **PASJ2019 THOH14**

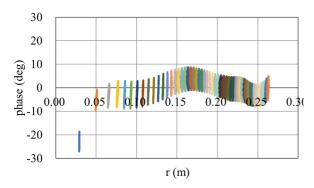


Figure 10: Beam phase spreads on the X-axis every turn between injection and extraction.

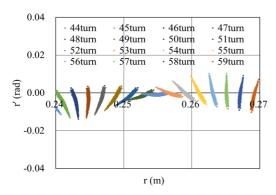


Figure 11: Beam shapes in the phase space of R-direction in the outer region.

相幅はゼロであるが、インフレクター内の軌道長の差により 10°程度の位相幅を生じているのがわかる。中心位相は入射直後が-22°付近となっているが 1 ターン目以降は±5°以内で変化しており、等時性磁場の精度に対応していることが分かる。

Figure 11 に取り出し領域におけるターン毎の X 軸上の R 方向位相空間分布を示す。図からわかるように R 方向のチューン(1.04~1.05)に従って分布は回転している。これはビームが固有楕円にはマッチしていないことを意味する。この場合ビームの取り出しは、ターン間の交じりを避けるためビーム幅が狭いターンで行う必要がある。

Figure 12 に初期位相を-4°から 4°まで変えた時の各ターンのエネルギー幅を示す。内周側はFT 空洞の電圧がゼロであるため、ビームの加速位相の平均値が 0°からずれている場合ターンとともにエネルギー幅は増加する。しかし、外側に行くに従って FT 空洞の効果によりエネルギー幅は減少していく。最外周の 59 ターンでのエネルギー幅は初期位相が-4°から 4°のいずれの場合も 0.6 keV 程度になっている。またエネルギーは初期位相 -4°から 4°でほぼ同じ 4960.4 keV であったためエネルギー分散 dE/E は 1.2×10<sup>4</sup> 程度となる。この図で注意すべきことは最初のターンでエネルギー幅が 1 keV 前後までいきなり増加していることである。これは最初のターンの加速位相が大きくずれているためであると考えられ、それを改善するとエネルギー幅を小さくできる可能性がある。

Figure 13 にターン毎の半径方向(R)と軸方向(Z)のエミッタンスを示す。R 方向のエミッタンスは1ターン目で

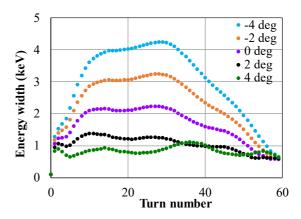


Figure 12: Change of the energy width from the injection to the extraction turn. Five cases in which the initial phases are from -4° to 4° are shown.

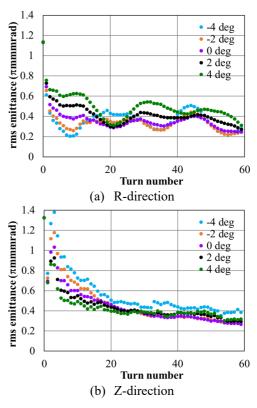


Figure 13: Emittances of R and Z directions every turn between the injection and extraction.

は減少するがその後は断熱減衰せずに振動している。この原因は縦方向の運動との結合によることが考えられるがまだわかっていない。一方、Z 方向のエミッタンスは 2 ターンと 3 ターンでいったん増加してその後概ね断熱減衰する。この 2 ターンと 3 ターンのエミッタンスの増加はディー電極の構造による可能性があるため調査中である。 R 方向、Z 方向とも最外周ターンでのエミッタンスとしては増加していることがわかる。

## **PASJ2019 THOH14**

## 6. 結論

3次元電磁場計算ソフトOpera 及び CST MWS を用いてミュオン加速用サイクロトロンの電磁石、RF 空洞などの設計を行い、計算で得られた電磁場から Runge-Kutta 法を使用してミュオンビームの軌道計算を実施した。等時性磁場の精度は加速中のビームの位相変化が $\pm 5^\circ$ の範囲程度となった。インフレクター電極に直交する方向 (u)と平行する方向 (v)、それぞれの位相空間においてガウス形状を持つビームを仮定して入射から取り出しターンまでの軌道計算を行った。その結果、ビームのエネルギー分散はフラットトップ空洞を使用することにより、出発点の位相幅 $\pm 4^\circ$ (パルス幅 0.2 ns)の入射ビームについて  $1.2 \times 10^4$ となった。取り出しターンのエミッタンスは R

方向、Z 方向とも 0.3~0.4 πmmmrad と計算された。サイクロトロンの製作は既に開始しているが可能な限りエネルギー幅とエミッタンス増加を改善したいと考えている。

## 謝辞

本研究は JSPS 科研費 17H06126 の助成受けたものです。

# 参考文献

- [1] Y. Miyake *et al.*, "Ultra Slow Muon Project at J-PARC MUSE", JPS Conf. Proc. 2, 010101 (2014).
- [2] https://operafea.com
- [3] https://www.3ds.com/product-services/
- [4] 特開 2002-043097.