

非線形逆トムソン散乱によるガンマ線渦の発生

GENERATION OF GAMMA-RAY VORTICES VIA NONLINEAR INVERSE THOMSON SCATTERING

平義隆^{#, A)}, 加藤政博^{B)}

Yoshitaka Taira^{#, A)}, Masahiro Katoh^{B)}

^{A)} National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST)

^{B)} Institute for Molecular Science

Abstract

We theoretically verify that gamma-ray vortices carrying orbital angular momentum are generated by nonlinear inverse Thomson scattering using a circularly polarized laser. This radiation process is valid in arbitrary angle interactions under a specific condition that the Lorentz factor of the electron is much larger than the laser strength parameter. Our work implies that gamma-ray vortices are produced in various situations in astrophysics in which high-energy electrons and intense circularly polarized light fields coexist. Nonlinear inverse Thomson scattering is a promising method for realizing a gamma-ray vortex source based on currently available laser and accelerator technologies. This novel radiation source may provide completely new research opportunities in nuclear physics, high-energy physics, astrophysics, and material sciences.

1. はじめに

光(電磁波)は、平面波または球面波の状態で伝播するが、波面の一部に螺旋転位や刃状転位をもつ特殊な光の発生も可能である[1]。螺旋転位をもつ光は、前後の波面が繋がり、螺旋状の波面を形成する。螺旋波面をもつ光の電場には位相項 $\exp(in\phi)$ が含まれる。1992 年に Allen らがこの位相項をもつ Laguerre Gaussian モードの光が $n\hbar$ の軌道角運動量(OAM)を運ぶ事を示した[2]。ここで、 n はトポロジカル数と呼ばれ、 ϕ は伝播軸に垂直な平面内での方位角、 \hbar はプランク定数である。OAM は光の偏光に起因するスピン角運動量とは異なる量子数である。Allen らの論文発表から四半世紀が経過し、現在では OAM を運ぶ光(光渦と呼ばれる)の応用研究が活発に行われ、情報通信[3]、イメージング[4]、光ピンセット[5]、ナノ加工[6]、量子もつれ[7]、不確定原理[8]、天体物理[9]など様々な研究へ波及している。また、光渦を用いた原子の励起に関する実験結果も発表されている[10]。光に限らず、電子[11]や中性子[12]においても OAM を運ぶ量子ビームの発生が可能である。

光渦は、ホログラムなど特殊な光学素子を用いて発生することができるが、自由電子から放射される光も螺旋波面を形成する。電子が円軌道上を運動するとき、放射の高次高調波が螺旋波面を形成することは著者らによって明らかにされた[13]。電子の円軌道は様々な状況で実現できる。ヘリカルアンジュレータの高調波が螺旋波面を形成することは佐々木らによって見出され[14]、後に BESSY-II[15]や UVSOR-III[16]、FERMI FEL[17]において螺旋波面の検出に成功している。また、円偏光レーザー中を運動する電子も円軌道を描き、高調波が螺旋波面を形成することも著者らによって明らかにされた[18, 19]。現在の技術ではアンジュレータ放射の波長帯は軟 X 線程度までであるが、波長 1 μm 程度の円偏光レー

ザーを使えば、エネルギー MeV のガンマ線領域の光渦を発生することができる。本論文では、円偏光レーザー場中を運動する電子から放射される電場および放射エネルギーの理論式を導出し、その電場が螺旋波面の位相項をもち円環状の空間分布になることを示す。

2. 理論式の導出

任意の軌道を描く電子からの放射はリエナールヴィーヘルトポテンシャルから計算でき、放射電場ベクトルは下記の式で表現される[20]。

$$\mathbf{E} = -i \sqrt{\frac{e^2 k^2}{32\pi^3 \epsilon_0^2}} \frac{e^{ikR}}{R} \int_{-\infty}^{\infty} dt \{ \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}) \} e^{ik(ct - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r})} \quad (1)$$

ここで、 e は素電荷、 ϵ_0 は真空の誘電率、 k は放射電磁波の波数、 R と \mathbf{n} は原点から観測点までの距離と単位ベクトル、 t は時間、 c は光速、 \mathbf{r} と $\boldsymbol{\beta}$ は電子の位置ベクトルと規格化速度ベクトルである。

計算に使用する座標系を Fig. 1(a) に示す。電子は z 軸に沿って運動し、レーザーは $-z$ 軸に沿って伝播し、お互いに正面衝突すると仮定する。波長 λ_0 、波数 $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ の円偏光レーザー中の電子の軌道は

$$x = r_1 \sin(k_0 \eta) + x_0 \quad (2)$$

$$y = -r_1 \cos(k_0 \eta) + y_0 \quad (3)$$

$$z = \beta_1 \eta + z_0 \quad (4)$$

と記述される[21]。ここで、 x_0, y_0, z_0 はレーザーと衝突する前の電子の初期位置、 $\eta = z + ct$ 、 r_1 は運動の振幅であり下記の式で表記される。

$$r_1 = \frac{a_0}{\sqrt{2\gamma_0(1 + \beta_0)} k_0} \quad (5)$$

また、

$$\beta_1 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1 + a_0^2/2}{\gamma_0^2 (1 + \beta_0)^2} \right) \quad (6)$$

[#] yoshitaka-taira@aist.go.jp

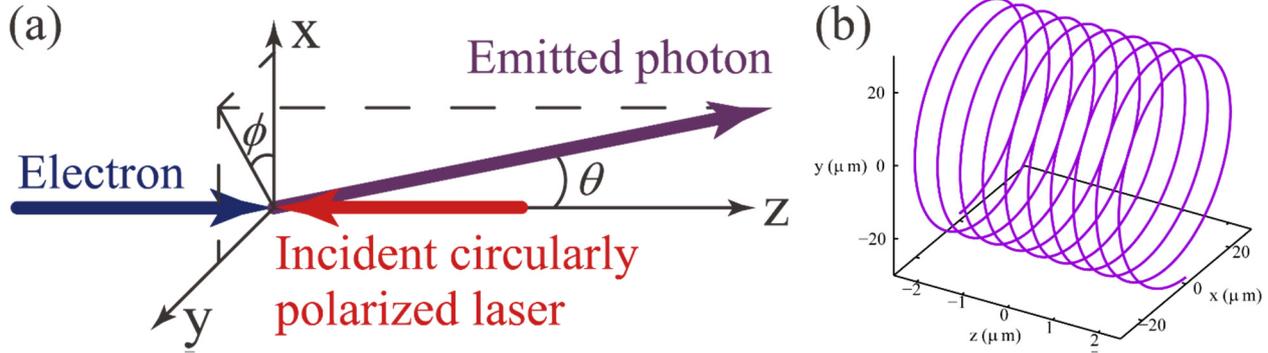


Figure 1: (a) Coordinate system used in the calculation. (b) Electron motion inside a circularly polarized laser.

である。ここで、 a_0 はレーザーの強度因子、 β_0 と γ_0 は電子のレーザー衝突前の規格化速度とローレンツ係数である。Equations (2)-(4)で計算される円偏光レーザー中の電子の軌道を Fig. 1(b)に示す。計算に使用したパラメータは $\gamma_0 = 2000$ 、 $a_0 = 1$ 、 $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ である。円軌道を描きながら z 軸に沿って進んでいることが分かる。z 軸から電子を見ると、反時計周りに運動しながら向かってくるように見える。これを **positive helicity** と呼ぶ。

レーザー内の電子の規格化速度ベクトルは Eq. (2)-(4) を用いて計算できる。Equation (1)を極座標系で計算すると最終的に下記の式になる。詳細な式の導出に関しては論文[18]を参照して頂きたい。

$$E_\theta = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i \sqrt{\frac{e^2 k^2 \lambda_0^2 N_0^2}{32\pi^3 \epsilon_0^2 c^2}} \frac{\sin(\bar{k}\eta_0)}{\bar{k}\eta_0} \left(\frac{nk_0 \cos\theta}{k \sin\theta} - \beta_1 \sin\theta \right) \times J_n(kr_1 \sin\theta) \frac{e^{i\psi_0 + ikR + in\phi}}{R} \quad (7)$$

$$\equiv \sum_{n=-\infty}^{\infty} i C_\theta e^{in\phi} \\ E_\phi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-) \sqrt{\frac{e^2 k^2 \lambda_0^2 N_0^2}{32\pi^3 \epsilon_0^2 c^2}} \frac{\sin(\bar{k}\eta_0)}{\bar{k}\eta_0} r_1 k_0 \times J'_n(kr_1 \sin\theta) \frac{e^{i\psi_0 + ikR + in\phi}}{R} \quad (8) \\ \equiv \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-) C_\phi e^{in\phi}$$

ここで、 k は放射される光子の波数、 $\eta_0 = \lambda_0 N_0 / 2$ 、 N_0 は電子と相互作用するレーザーの周期数、 ψ_0 は電子の初期位置に関する変数、 n は Eq. (11)から高調波次数、 J_n と J'_n は第1種ベッセル関数とその微分である。また、

$$\bar{k} = k \{1 - \beta_1 (1 + \cos\theta)\} - nk_0 \quad (9)$$

である。

極座標を直交座標に直すことで放射電場ベクトルは下記のようになる。

$$\mathbf{E} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} \frac{i(C_\theta \cos\theta + C_\phi)}{\sqrt{2}} e^{i(n-1)\phi} \mathbf{e}_+ \\ + \frac{i(C_\theta \cos\theta - C_\phi)}{\sqrt{2}} e^{i(n+1)\phi} \mathbf{e}_- \\ - iC_\theta \sin\theta e^{in\phi} \mathbf{e}_z \end{array} \right\} \quad (10)$$

ここで、 \mathbf{e}_+ は **positive helicity** の円偏光を表す単位ベクトル、 \mathbf{e}_- は **negative helicity** の円偏光を表す単位ベクトル、 \mathbf{e}_z は z 軸方向の単位ベクトルである。

Equations (7)-(8)は $\bar{k} = 0$ のときに最大値をとる。そのとき、発生する光子のエネルギーは

$$\omega = \frac{n\omega_0}{1 - \beta_1 (1 + \cos\theta)} = \frac{4n\gamma_0^2 \omega_0}{1 + \gamma_0^2 \theta^2 + a_0^2 / 2} \quad (11)$$

と表記される。

単位周波数、立体角当たりの放射エネルギーは

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = 2\epsilon_0 c R^2 |\mathbf{E}|^2 \quad (12)$$

と表記される。

ここまでは、電子とレーザーの正面衝突の場合について述べた。論文[19]では電子とレーザーが任意の角度で衝突する場合の電子軌道と放射電場について議論している。一般的には、電子とレーザーが任意の角度で衝突する場合、電子は円軌道を描かない。しかし、 $a_0 \ll \gamma_0$ かつ $\gamma_0 \gg 1$ の条件を満たす場合、電子はレーザー場中で円軌道を描き、正面衝突と同様に螺旋波面の位相項をもつ電場が放射される。

3. 発生するガンマ線渦の特性

Equation (11)から、発生光子のエネルギーが0以下にならないためには、 $n > 0$ を満たす必要がある。Equation (10)は放射電場が横方向平面内で楕円偏光していることを示している。それぞれの円偏光成分に着目すると、**positive helicity**成分には位相項 $\exp\{i(n-1)\phi\}$ があり、**negative helicity**成分には $\exp\{i(n+1)\phi\}$ がある。これはつまり、**positive helicity**成分の2次以上の高次高調波が $(n-1)\hbar$ のOAMを運び、**negative helicity**成分の全高調波が $(n+1)\hbar$ のOAMを運ぶことを示している。

このように、放射電場が運ぶOAM値が円偏光の成分によって変わることが分かる。放射電場の円偏光度をストークスパラメータから計算すると[18]、電子の円軌道が

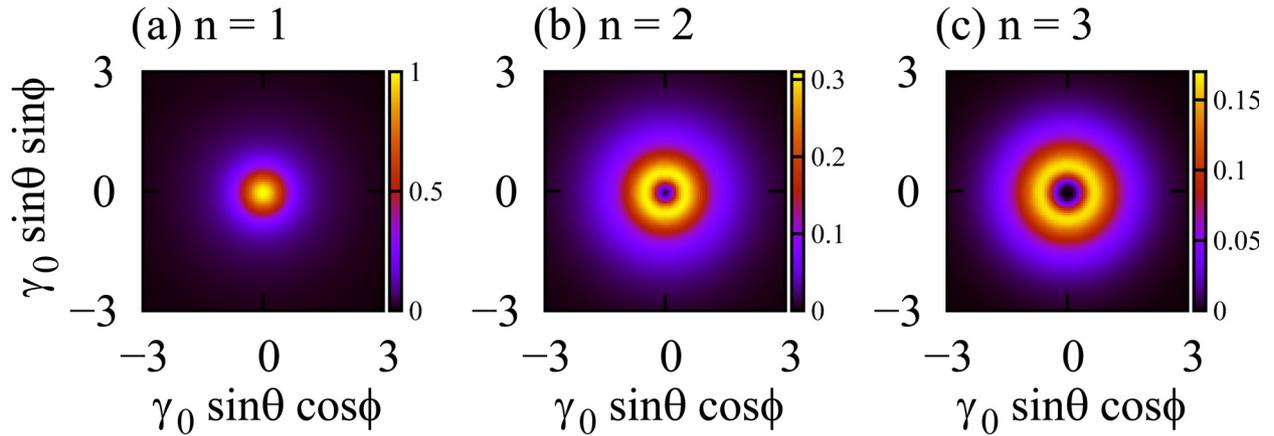


Figure 2: (a) Spatial distributions of the radiation energy of gamma-rays emitted by nonlinear inverse Thomson scattering with a circularly polarized laser. Spatial intensity distributions of the (a) first, (b) second, and (c) third harmonics, calculated by Eq. (12) and normalized by the maximum value of the first harmonic.

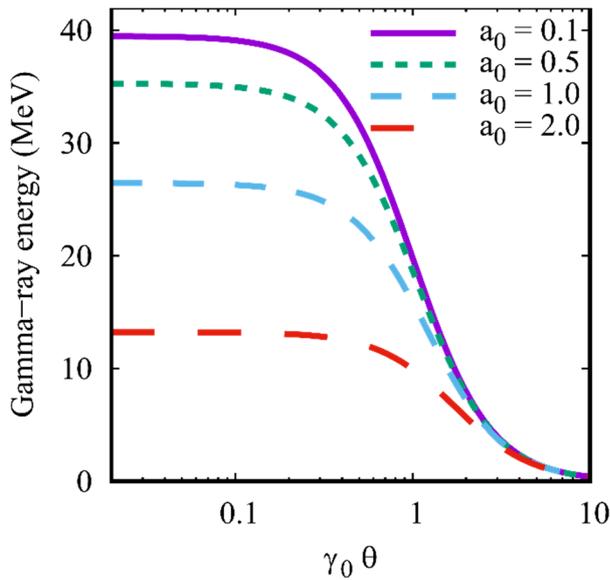


Figure 3: Energy of scattered gamma-rays ($n = 2$) calculated by Eq. (11).

positive helicity のとき中心軸周りには positive helicity の円偏光電場が放射され、角度 θ が大きくなるに従って円偏光度が低下し、角度の大きい領域では negative helicity の円偏光になることが分かった。つまり、電子の軌道と同じ helicity 成分の円偏光が中心軸周りに放射される。

Equation (12) から計算される放射エネルギーの空間分布を Fig. 2 に示す。計算に使用したパラメータは $\gamma_0 = 2000$, $a_0 = 1$, $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ である。高調波次数 $n = 1$ (OAM = 0) のときに単一ピークの空間分布になり、 $n \geq 2$ (OAM $\neq 0$) のときに円環状の空間分布になることが分かる。この特性は、光渦の基本的な特徴と一致する。

Figure 3 に Eq. (11) から計算される 2 次高調波ガンマ線のエネルギーを示す。計算に使用したパラメータは Fig. 2 と同じである。Equation (11) から分かるように、レーザー強度因子が小さい ($a_0 \ll 1$) 場合にはガンマ線のエ

ネルギーは線形領域の逆トムソン散乱のエネルギーと同じになり、 a_0 が大きくなるに従って最大エネルギーは低下する。これは、レーザー場中では横方向運動の誘起によって進行方向の電子速度が低下するためである。Figure 3 より、1 GeV 電子と波長 $1 \mu\text{m}$, $a_0 = 1$ の高強度レーザーを用いることで、最大エネルギー 26 MeV のガンマ線渦を発生できることが分かる。このガンマ線は $1\hbar$ の OAM を運ぶ。

4. まとめ

本論文では、円偏光レーザーを用いた非線形逆トムソン散乱によって螺旋波面を形成するガンマ線渦が発生可能であることを示した。今後は、発生するガンマ線の螺旋波面検出技術の開発を行う。高エネルギーの光渦は、双極子遷移において従来よりも強い 2 色性効果を引き起こすこと[22]や、コンプトン散乱の散乱断面積が平面波とは異なり 90 度方向に強く散乱される[23, 24] ことなどが理論的に予測されているため、実験的検証を進める。また、ガンマ線の OAM が原子核やその内部のクォーク・グルーオンとこれまでにない相互作用を引き起こせば、ガンマ線渦は原子核物理、素粒子物理における新たなプローブとなるだろう。

謝辞

本研究は、日本学術振興会海外特別研究員および科研費基盤研究 B(18H03477) の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] I. V. Basistiy *et al.*, “Optical wavefront dislocations and their properties”, *Optics Communications*, 119, (1995), pp. 604-612.
- [2] L. Allen *et al.*, “Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes”, *Physical Review A*, 45, (1992), pp. 8185-8189.
- [3] J. Wang *et al.*, “Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing”, *Nature Photonics*, 6, (2012), pp. 488-496.
- [4] S. Furbapter *et al.*, “Spiral interferometry”, *Optics Letters*, 30, (2005), pp. 1953-1955.

- [5] L. Paterson *et al.*, “Controlled Rotation of Optically Trapped Microscopic Particles”, *Science*, 292, (2001), pp. 912-914.
- [6] K. Toyoda *et al.*, “Using Optical Vortex To Control the Chirality of Twisted Metal Nanostructures”, *Nano Letters*, 12, (2012), pp. 3645-3649.
- [7] A. Mair *et al.*, “Entanglement of the orbital angular momentum states of photons”, *Nature*, 412, (2001), pp. 313-316.
- [8] S. Franke-Arnold *et al.*, “Uncertainty principle for angular position and angular momentum”, *New Journal of Physics*, 6, (2004), pp. 103-1-8.
- [9] F. Tamburini *et al.*, “Twisting of light around rotating black holes”, *Nature Physics*, 7, (2011), pp. 195-197.
- [10] C. T. Schmiegelow *et al.*, “Transfer of optical orbital angular momentum to a bound electron”, *Nature Communications*, 7, (2016), pp. 12998-1-6.
- [11] M. Uchida *et al.*, “Generation of electron beams carrying orbital angular momentum”, *Nature*, 464, (2010), pp. 737-739.
- [12] C. W. Clark *et al.*, “Controlling neutron orbital angular momentum”, *Nature*, 525, (2015), pp. 504-506.
- [13] M. Katoh *et al.*, “Angular Momentum of Twisted Radiation from an Electron in Spiral Motion”, *Physical Review Letters*, 118, (2017), pp. 094801-1-5.
- [14] S. Sasaki *et al.*, “Proposal for Generating Brilliant X-Ray Beams Carrying Orbital Angular Momentum”, *Physical Review Letters*, 100, (2008), pp. 124801-1-4.
- [15] J. Bahrtdt *et al.*, “First Observation of Photons Carrying Orbital Angular Momentum in Undulator Radiation”, *Physical Review Letters*, 111, (2013), pp. 034801-1-5.
- [16] M. Katoh *et al.*, “Helical Phase Structure of Radiation from an Electron in Circular Motion”, *Scientific Reports*, 7, (2017), pp. 6130-1-8.
- [17] P. R. Ribic *et al.*, “Extreme-Ultraviolet Vortices from a Free-Electron Laser”, *Physical Review X*, 7, (2017), pp. 031036-1-9.
- [18] Y. Taira *et al.*, “Gamma-ray vortices from nonlinear inverse Thomson scattering of circularly polarized light”, *Scientific Reports*, 7, (2017), pp. 5018-1-9.
- [19] Y. Taira *et al.*, “Generation of Optical Vortices by Nonlinear Inverse Thomson Scattering at Arbitrary Angle Interactions”, *The Astrophysical Journal*, 860, (2018), pp. 45-1-11.
- [20] J. D. Jackson, “Classical Electrodynamics” third edn. (John Wiley and Sons, Inc., 1999).
- [21] E. Esarey *et al.*, “Nonlinear Thomson scattering of intense laser pulses from beams and plasmas”, *Physical Review E*, 48, (1993), pp. 3003-3021.
- [22] M. van Veenendaal *et al.*, “Prediction of Strong Dichroism Induced by X Rays Carrying Orbital Momentum”, *Physical Review Letters*, 98, (2007), pp. 157401-1-4.
- [23] S. Stock *et al.*, “Compton scattering of twisted light: Angular distribution and polarization of scattered photons”, *Physical Review A*, 92, (2015), pp. 013401-1-12.
- [24] J. A. Sherwin, “Compton scattering of Bessel light with large recoil parameter”, *Physical Review A*, 96, (2017), pp. 062120-1-12.