

軌道偏心した加速器における横方向運動の解析

STUDY OF TRANSVERSE MOTION IN COTANGENTIAL TRAJECTORY ACCELERATOR

青木孝道^{#,A)}, 羽江隆光^{A)}, 堀知新^{A)}, 関孝義^{A)}, 野田文章^{A)}, えび名風太郎^{A)}, 平本和夫^{A)}
Takamichi Aoki^{A)}, Takamitsu Hae^{A)}, Chishin Hori^{A)}, Takayoshi Seki^{A)}, Futaro Ebina^{A)}, Kazuo Hiramoto^{A)}
^{A)} Hitachi, Ltd.

Abstract

A new conceptual accelerator was proposed. This accelerator is considered to be suitable for proton beam therapy system because of having potential to be compact. The characteristics of this accelerator is cotangential trajectory alignment and realizing beam stability by weak focusing field and frequency modulated RF acceleration. The purpose of this research is to estimate the effect of multipole magnetic field of main field on acceptance of transverse motion. The ideal main field and fringing field is formulized and tracking calculation is executed. Result of the calculation indicates that acceptance of radial and vertical direction is approximately $10^5 \pi \text{mm mrad}$ and $30 \pi \text{mm mrad}$ respectively, in spite of the complexity of vertical motion caused by r-z coupling. It is concluded that the accelerator has enough acceptance for the application to the particle beam therapy system.

1. 背景と目的

粒子線治療システム用加速器として新概念の軌道偏心した加速器[1]が提案されている。本加速器は陽子線治療への適用が検討されている。主磁場を動径方向に減少する弱収束磁場と周波数変調高周波電場を適用しビームの安定性を実現する。主磁場が静磁場であることで主電磁石の超伝導適用が容易であり、小型化可能な点と、偏心した軌道を採用することにより取り出し可能なエネルギーが可変である点が特徴である。主磁場は偏心軌道を実現するため Figure 1 に示すように、磁場の最大値を取る点が機械中心からずれた点に位置する磁場分布が必要となる。この点にイオンを入射し、運動エネルギーの増大とともに、その軌道中心の位置が特定の方向に移動する。このような主磁場においてはビームは六極以上の多極磁場成分を感じる。すると、多極磁場下の横方向運動の安定性確保が課題となる。

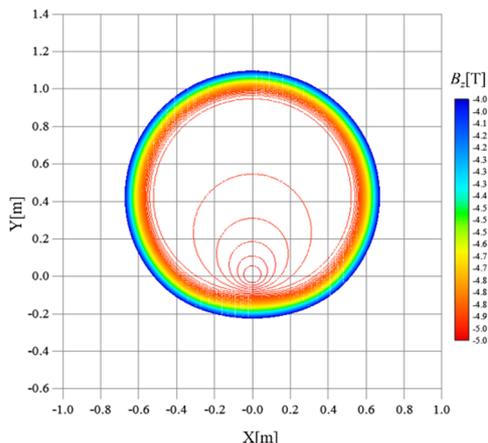


Figure 1: Contour plot of main magnetic field.

本研究の目的は上記の軌道偏心した加速器における

[#] takamichi.aoki.my@hitachi.com

ビームの横方向運動の安定性について解析し、粒子線治療用加速器として十分なアクセプタンスの存在を確認することにある。

2. 手法

本研究では以下に定義する理想主磁場中の粒子軌道を4次のRunge-Kutta法によって計算し、その横方向運動を解析した。以下特に断らない限り、先行文献[1]と同じ座標系と定義を用いる。すなわち、XY平面を加速面として定義する。ある特定エネルギーの設計軌道上の磁場 B_z はその方位角によらず一様とする。設計軌道は円軌道となり、その半径を ρ と表す。円軌道の中心はY軸上に位置し、そのY座標を Y_0 と表す。

2.1 XY面上のビーム周回領域の主磁場

XY面上の主磁場のZ成分は先行文献[1]によって、Table 1 に示される4種類のパラメータによって解析的に定められる。 ρ_Y および κ_∞ は軌道半径 ρ と軌道中心の Y 座標 Y_C の関係を定める定数であり、

$$Y_C = \kappa_\infty \rho_Y \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\rho}{\rho_Y}\right)^2} - 1 \right) \quad (1)$$

としている。 B_0 は入射点における磁束密度の値であり、 S は集約点における軌道に垂直な方向の磁束密度の二階微分である。すなわち、集約点における磁束密度は

$$B = B_0 + \frac{1}{2} S (Y_C - \rho)^2 \quad (2)$$

によって与えられる。以上のパラメータからXY平面内であって最大エネルギーの軌道よりも内側の点における磁場 $B_Z(X, Y, 0)$ を解析的に求めることができ、その動径方向の磁場勾配が

$$\frac{\partial B}{\partial r} = \left[1 - \frac{\kappa_\infty \left(\frac{\rho}{\rho_Y}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\rho}{\rho_Y}\right)^2}} \cos \theta \right]^{-1} \cdot \frac{dB}{d\rho} \quad (3)$$

で表せる。 θ は軌道間隔が密となる領域(集約領域)から

反時計回りに測った方位角である。

Table 1: Design Parameters

Parameter	Value
ρ_Y	0.086 m
κ_∞	0.99
B_0	5 T
S	17 T/m ²

2.2 XY 面上のフリンジ磁場

式(3)によって定まる磁場勾配からビームの光学条件が導かれる。先行文献[1, 2]には光学条件の検討結果が示されており、ビームが安定周回すると考えられる。しかし、上記結果は一階微分によって定まる磁場勾配による収束発散の効果までを考慮しており、2階以上の微分に対応する多極磁場の効果や周回領域外のフリンジ磁場の効果は考慮されていない。本研究では、フリンジ磁場の影響を考慮するため、最大エネルギーの軌道よりも外側の磁場については、下式によって定義される係数 F を乗ずることでフリンジ場を模擬した。

$$F(L) \cong \begin{cases} 1 & \text{if } L < 0 \\ \frac{1}{2\pi} \sin\left(2\pi \frac{L}{L_{\max}}\right) - \frac{L}{L_{\max}} + 1 & \text{if } 0 \leq L \leq L_{\max} \\ 0 & \text{if } L > L_{\max} \end{cases} \quad (4)$$

ただし、 L は最外周軌道から外向きにとった距離であり、 L_{\max} は設計パラメータであり、主磁場が0に減衰するまでの距離である。本検討では 232mm とした。この係数 F を乗じる前後で周回領域における磁場と二階までの微分係数が保存される。以上のフリンジ磁場も含めた XY 面上の磁場を定めることができる。

2.3 磁場マップの作成

XY 平面から Z 方向にずれた位置の磁場は、Maxwell 方程式を二階微分まで考慮して解いて、数値的に得、結果をグリッドデータとして計算機上に保持する。これを用いて、Runge-Kutta 法によって、粒子軌道を計算した。計算条件は Table2 に示すとおりである。

Table 2: Calculation Conditions

Parameter	Value
Calculation time	100 μ s
Time step	100 ps
Damp Length L_{\max}	223mm
Mesh size of field map	1 mm in XY, 2 mm in Z

3. 結果

以下に解析の結果を示す。集約領域における動径方向の位相空間の追跡計算結果を Figure 2 ~ 4 に示す。Figure 2 ~ 4 の結果はそれぞれ運動エネルギー 70MeV, 141MeV, 237MeV の計算結果である。初期条件として動径方向には 10mm ごとに 40mm までずらし、そこからさらに鉛直方向には 0mm または 10mm ずらしている。各図には以上の条件の 10 粒子の軌道計算の結果を示して

いる。さらに、同じ条件で計算された鉛直方向の位相空間のプロットを Figure 5 ~ 7 に示す。Figure 5 ~ 7 はそれぞれ運動エネルギー 70MeV, 141MeV, 237MeV の計算結果である。Figure 5 ~ 7 の(a)~(e)はそれぞれ粒子の動径方向初期位置ずれ 0mm, 10mm, 20mm, 30mm, 40mm の結果である。Figure 7(e)に示す結果は計算途中で鉛直方向変位が増大し、8 ターンで粒子が磁場の定義領域の外に出たことを示している。

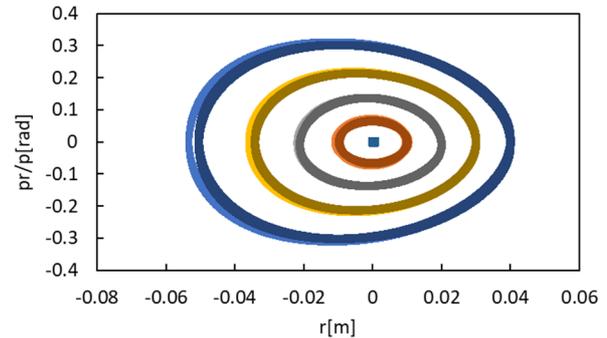


Figure 2: Phase space plot in r of 70MeV beam ($\Delta z_{\text{init}}=0$ or 10mm).

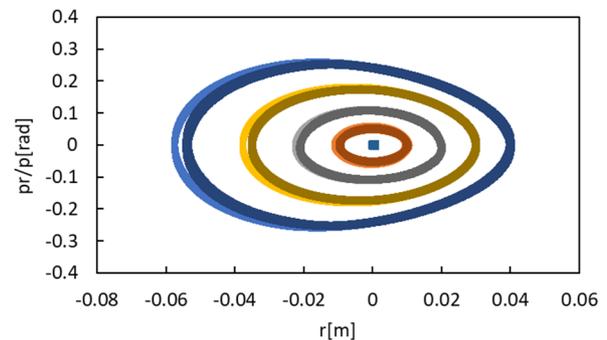


Figure 3: Phase space plot in r of 141MeV beam ($\Delta z_{\text{init}}=0$ or 10mm).

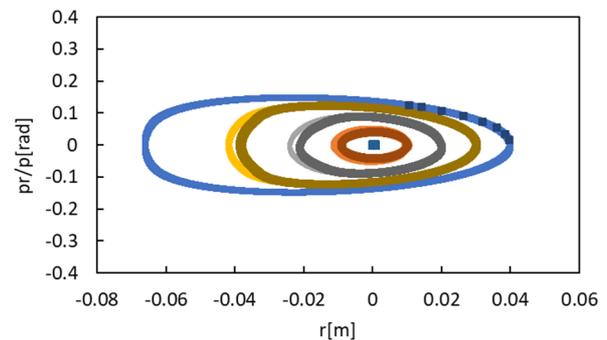
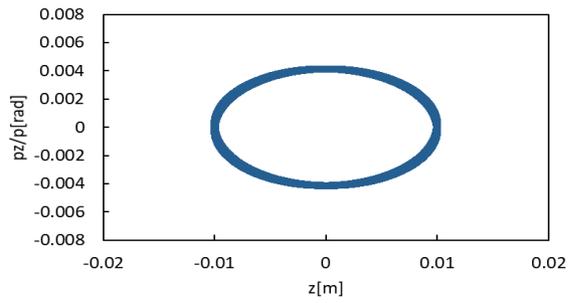
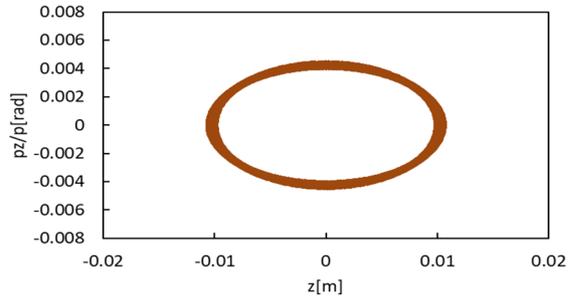


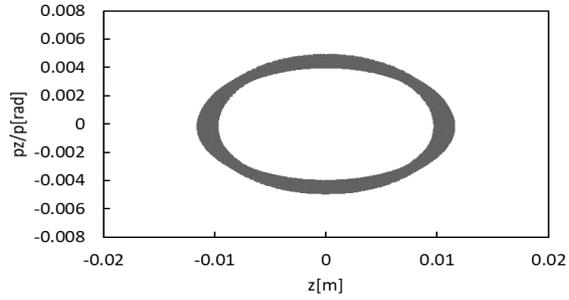
Figure 4: Phase space plot in r of 237MeV beam ($\Delta z_{\text{init}}=0$ or 10mm).



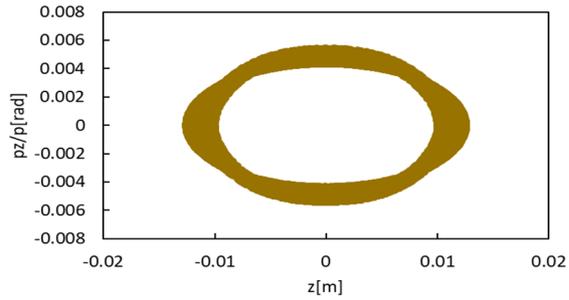
(a) $\Delta r = 0$ mm



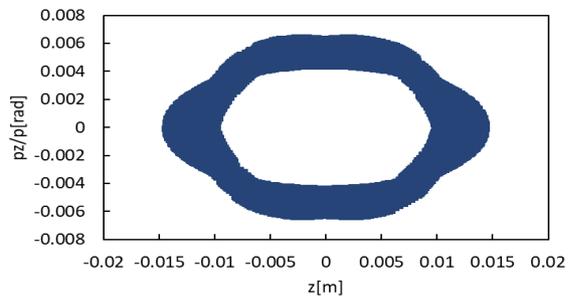
(b) $\Delta r = 10$ mm



(c) $\Delta r = 20$ mm

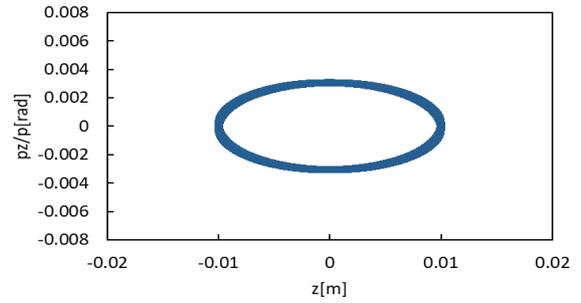


(d) $\Delta r = 30$ mm

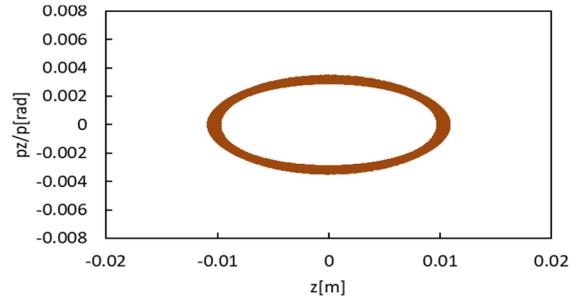


(e) $\Delta r = 40$ mm

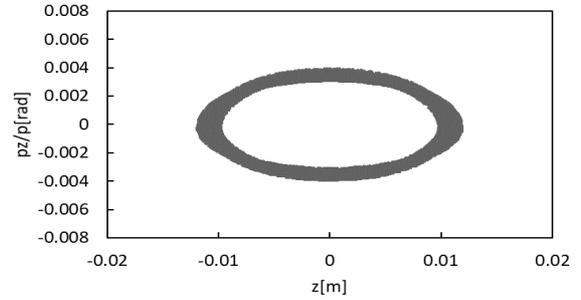
Figure 5: Phase space in z (70MeV).



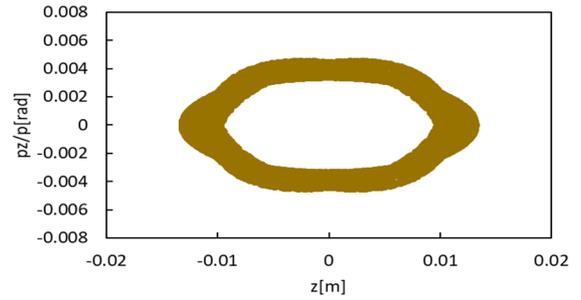
(a) $\Delta r = 0$ mm



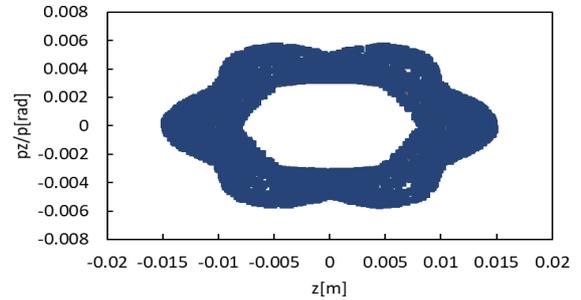
(b) $\Delta r = 10$ mm



(c) $\Delta r = 20$ mm



(d) $\Delta r = 30$ mm



(e) $\Delta r = 40$ mm

Figure 6: Phase space in z (141MeV).

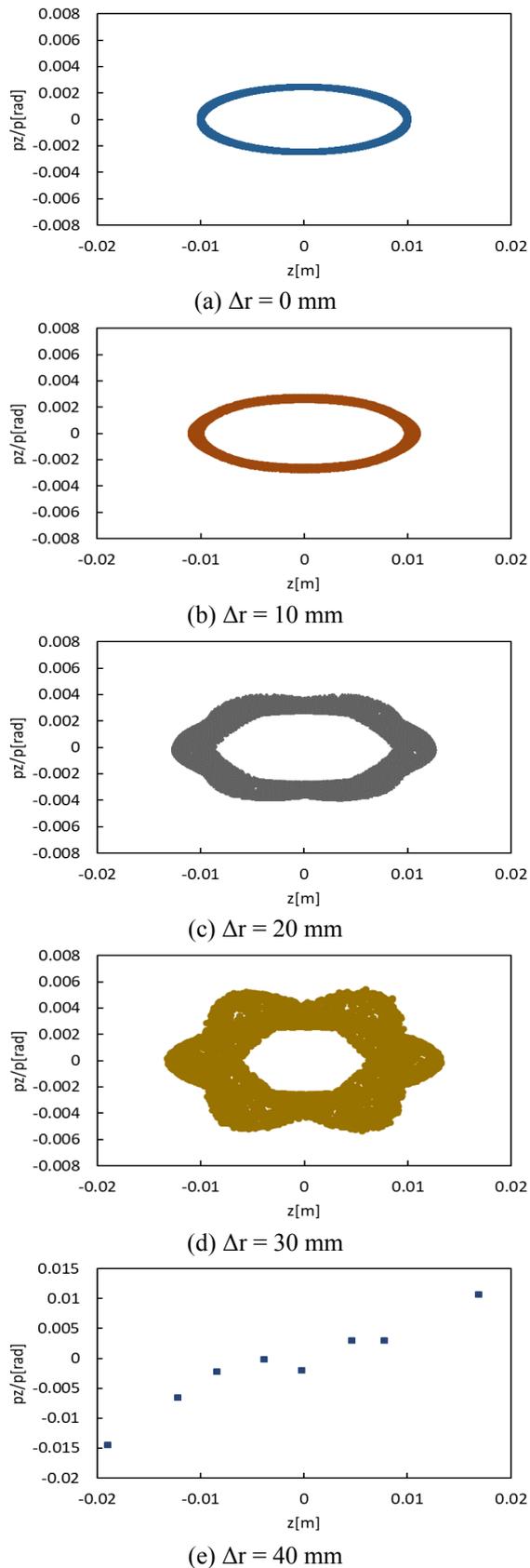


Figure 7: Phase space in z (237MeV).

4. 考察

4.1 動径方向の運動

上に示した結果に対する議論を行う。Figure 2~4 に示した結果から、動径方向の運動に着目すると、本主磁場においては 40mm 以下の任意の初期変位に対して安定周回することがわかる。これはこの主磁場においては $10^5 \pi \text{mm mrad}$ 程度の大きなアクセプタンスを持つことを示しており、粒子線治療システム用の加速器として十分大きいビーム電荷を加速できることが期待できる。位相空間上の軌跡は初期変位 20mm 以下では楕円に近い軌跡を描いており、ベータatron振動振幅 20mm 以下の場合には実質的に多極磁場の影響は無視できると考える。初期変位が 30mm よりも大きい場合は位相空間上の軌跡に歪みがみられる。これは 2 章で示したFRINGE磁場の領域に粒子軌道が入っていることによって受ける多極磁場の効果であると考えられる。多極磁場起因の軌跡のゆがみは高エネルギーの場合が低エネルギーの場合よりも顕著である。これは、高エネルギーの粒子の軌道がFRINGE磁場に近く、また、軌道半径が大きいためにFRINGE磁場領域に存在する時間も長くなることが原因としてあげられる。

4.2 鉛直方向の運動

鉛直方向の運動について議論する。Figure 5~7 に示した結果から、鉛直方向の運動のふるまいは動径方向の初期変位に依存する。動径方向の初期変位が 0mm である場合はいずれのエネルギーの粒子も位相空間上の軌跡は楕円となり、安定にベータatron振動することがわかる。しかし、動径方向の初期変位がおおきくなるにつれて、鉛直方向の運動は複雑になる。動径方向初期変位が 30mm 以上の場合には位相空間上の軌跡は単一の楕円とみることとはできず、動径方向の振動と鉛直方向の振動が混ざり合い、位相空間上の有限の面積を有する領域中を運動する。そのため、鉛直方向の初期変位が 10mm であるものの、ビームの最大変位としては 15mm まで大きくなる。単一粒子が描く位相空間軌跡の形状は六角形あるいは六芒星形となる。その原因は未確定であるものの、FRINGE磁場に由来する多極成分と考えられる。また、237MeV の時に、動径方向の初期変位 40mm で振幅が発散することが確認された。逆に、それ以外の条件では前述の複雑な運動をするものの、粒子運動範囲は有限の領域に収まっており、この範囲においては安定に加速されることが期待できる。その場合鉛直方向のアクセプタンスは $30 \pi \text{mm mrad}$ 程度確保できている。この値は粒子線治療システム用の加速器としては十分大きいと考えている。

4.3 周波数解析

上記の結果からチューンを得るために、高速フーリエ変換によって、スペクトラムデータを得た。ピーク周波数をチューンとした結果について Figure 8~9 に示す。Figure 8~9 はそれぞれ動径方向のチューンと鉛直方向のチューンを動径方向粒子位置の初期値としてプロットしたものである。振幅が小さく、動径方向と鉛直方向の運動が独立しているとみなせるときのチューンの計算結果は線形光学に基づく値とよく一致している。一方、動径

方向の変位が大きくなるにつれて、チューンは0.01程度変化することが確認された。さらに、鉛直方向のチューンは上述の鉛直方向運動の複雑性により、高調波成分が生じる結果、237MeVで初期変位20mmの場合にピークの周波数が二倍高調波成分となったと考えられる。

- [2] T. Aoki *et al.*, “Betatron Frequencies in cotangential trajectory accelerator for proton beam therapy” Proceedings of the 9th International Particle Accelerator Conference, Vancouver, Apr. 30 - May. 4, 2018.

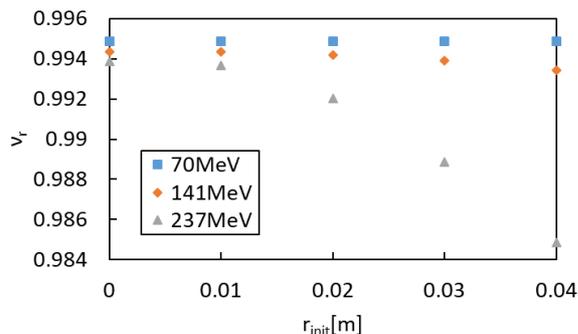


Figure 8: Horizontal tune results.

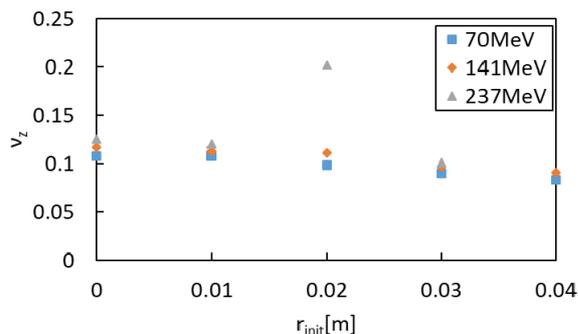


Figure 9: Vertical tune results.

5. 結論

新概念の加速器として提案されている軌道偏心した加速器について、主磁場およびフリンジ磁場を持つ多極磁場のビームに対する影響を評価するために、数値計算によるアクセプタンス評価を実施した。結果、動径方向には $10^5 \pi \text{mm mrad}$ 程度のアクセプタンスが得られ、鉛直方向には $30 \pi \text{mm mrad}$ 程度のアクセプタンスが確保できていることが確認できた。両者の値は粒子線治療システム用の加速器として必要な電荷量を確保するには十分大きく、新概念加速器の粒子線治療システムへの適用が期待できる。線形光学によって求まるチューンの値[2]と本研究結果から導かれたチューンの値は互いに一致した。チューンには動径方向の初期位置依存性が観測された。特に、鉛直方向振動の二倍高調波成分の増大によるチューンの急激な変化が237MeVの場合の結果に観測された。

参考文献

- [1] T. Aoki *et al.*, “Concept of frequency modulated variable-energy accelerator”, Proceedings of the 14th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Sapporo, Aug. 1-3, 2017, pp. 150-154.