

## 交叉型アンジュレータからの THz 域コヒーレント放射の偏光特性

### CHARACTERISTICS OF POLARIZED COHERENT RADIATION IN THz REGION FROM A CROSSED UNDULATOR

齊藤寛峻<sup>#</sup>, 柏木茂, 日出富士雄, 三浦禎雄, 武藤俊哉, 南部健一, 高橋健,  
長澤育郎, 鹿又健, 二宮慎吾, 濱広幸

Hirotooshi Saito, Shigeru Kashiwagi, Fujio Hinode, Sadao Miura, Toshiya Muto, Kenichi Nanbu, Ken Takahashi,  
Ikuro Nagasawa, Ken Kanomata, Shingo Ninomiya, Hiroyuki Hama  
Research Center for Electron Photon Science, Tohoku University

#### Abstract

Development of a variable polarized terahertz coherent radiation source using a crossed undulator system is being progressed at Research Center for Electron Photon Science, Tohoku University. In the crossed undulator, two coherent undulator radiations from a short electron bunch are generated. They are mutually orthogonal linearly polarized radiation. Polarization is controlled by adjusting a relative phase between them and superimposing them. A compact planar undulator has been designed for an experiment using our accelerator called t-ACTS (test Accelerator as Coherent Terahertz Source). A period length is 80 mm, a number of periods is 7 and a K value is 3.39. A radiation frequency is 2.06 THz when a beam energy is 22 MeV. An opening angle of the radiation in an x-direction (a direction of electron oscillation) and y-direction are 34 mrad and 96 mrad respectively (FWHM). Characteristics of the superimposed radiation produced from the crossed undulator have been evaluated. As an observation angle increases, the polarization state changes rapidly. Ideal polarization control is realized only in the range of approximately 2.5 mrad. Polarization properties from the crossed undulator are described in this paper.

#### 1. はじめに

東北大学電子光物理学研究センターでは試験加速器 t-ACTS を用いたコヒーレントテラヘルツ光源の研究開発が進められている。t-ACTS は熱陰極高周波電子銃、エネルギーフィルター用のアルファ電磁石、3 m の S バンド加速構造で構成されており、進行波型加速構造中の velocity bunching 法を用いたバンチ圧縮により 100 fs 以下の極短電子ビームの生成が可能である。これまでにテラヘルツ領域のコヒーレント遷移放射、コヒーレントアンジュレータ放射の生成を確認している。遷移放射では上限 4 THz 程度まで、アンジュレータ放射では 2.6~3.6 THz の周波数帯でコヒーレント放射が観測されており、バンチ長は約 80 fs (RMS) と推定されている[1]。

テラヘルツ光源の開発の一つとして、偏光可変コヒーレントテラヘルツ光源の研究を行っている。任意の偏光を持つ放射光の生成法として、2 台の平面型アンジュレータと光学移相器で構成される交叉型アンジュレータシステムを用いた手法を検討している。2 台の平面アンジュレータから直交する直線偏光の放射を発生し、互いの位相差を調整してそれらを重ね合わせることに

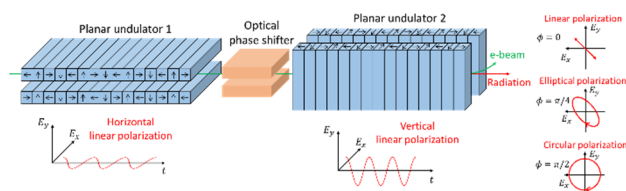


Figure 1: Concept of a crossed undulator.

<sup>#</sup> hsaito@lms.tohoku.ac.jp

意の偏光を生成する (Fig. 1)。位相差の調整は移相器で第一の放射の光路長を調整することにより実現する。交叉型アンジュレータを用いた偏光制御法では重ね合わせる放射がコヒーレント光でなければならない。2000 年に FEL とモノクロメータを用いた手法が既に提案されているが[2]、我々はこれとは異なり、極短電子バンチからのコヒーレントアンジュレータ放射を時間的に重ね合わせることににより偏光操作することを目指している。現在、本手法の実証実験を t-ACTS で実施することを計画している。実験スペースの都合から、既存のアンジュレータ (周期長 0.1 m、周期数 25) を利用して交叉型アンジュレータシステムを構築することはできないため、本実験用のコンパクトなアンジュレータを新たに設計した。本稿ではその詳細及び本アンジュレータを用いた場合の交叉型アンジュレータ放射の偏光特性について報告する。

#### 2. アンジュレータの設計

##### 2.1 アンジュレータの要件

交叉型アンジュレータを用いた偏光制御の実証実験は t-ACTS を用いて行う予定であることから、t-ACTS のビームパラメータ、実験スペース等を考慮してアンジュレータの設計を行う必要がある。

t-ACTS ではテラヘルツ域のコヒーレント放射を発生するのに用いる極短電子バンチを velocity bunching 法により生成する。このバンチ圧縮モードにおけるビームエネルギーは 22 MeV であり、バンチ長は約 80 fs である。これまでのコヒーレントアンジュレータ放射発生実験の結果から、アンジュレータの基本周波数が 3 THz 程度までのコヒーレント放射発生は十分可能であると考えられる。なお、時間幅が 80 fs のガウシアンバンチの場合、周波

数 3 THz におけるバンチ形状因子の値は 0.10 である。

実験スペースの都合により、交叉型アンジュレータ(2 台のアンジュレータ+光学移相器)の全長は約 3 m に収めなければならない。そのため 1 台のアンジュレータの全長は 1 m 以下にする必要がある。

アンジュレータのピーク磁場は磁石の残留磁束密度、ギャップ、磁石ブロックサイズによって決まる。今回アンジュレータの磁石材質は安価な  $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$  を採用した。 $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$  磁石の残留磁束密度は 1.1 T 程度である。またギャップはビームダクト径によって最小値が約 33 mm に制限される。

## 2.2 アンジュレータパラメータ設計値

アンジュレータ放射波長は次式で表される。

$$\lambda(\theta) = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left( 1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2 \theta^2 \right) \quad (1)$$

ここで、 $\lambda_u$  はアンジュレータ磁場の周期長、 $\gamma$  は電子のローレンツ因子、 $\theta$  は観測角である。 $K$  はアンジュレータの偏向定数であり次式のように定義される。

$$K = \frac{eB_u \lambda_u}{2\pi mc} \quad (2)$$

ここで、 $e$  は素電荷、 $B_u$  はアンジュレータのピーク磁場、 $m$  は電子質量、 $c$  は光速である。バンチ長 80 fs のガウシアンビームを仮定すると、周波数 3 THz、1 THz におけるバンチフォームファクターの値はそれぞれ 0.10、0.78 であり、周波数を小さくするほど大きな放射強度が得られる。電子ビームのエネルギーを固定した場合、(1)式からわかるように放射周波数を下げるためには強い磁場が必要になるため、得られる磁場強度によって周波数の下限が決まる。アンジュレータの長さの制約から周期長を 100 mm より短くするとした場合、残留磁束密度及びギャップの条件からピーク磁場は最大でも 0.5 T 程度である。以上のことなどから周期長 80 mm、放射周波数 2 THz を指標として定めた。詳細なパラメータは磁場計算コード Radia を用いて検討した。Table 1 に決定したパラメータを示す。

磁石配列は 1 周期 4 ブロックの Halbach 配列を採用した。ブロックサイズは幅 60 mm、高さ 30 mm、長さ 20 mm とした。したがって周期長は 80 mm である。周期数はスペースの条件に加え、過去に測定されたアンジュレータ

Table 1: Undulator Parameters

Magnet array type	Halbach array
Block size (x, y, z)	60 mm, 30 mm, 20 mm
Period length	80 mm
Number of periods	7
Gap	33 mm (min)
Residual magnetic field	1.09 T
Peak magnetic field	0.454 T (max)
K value	3.39 (max)

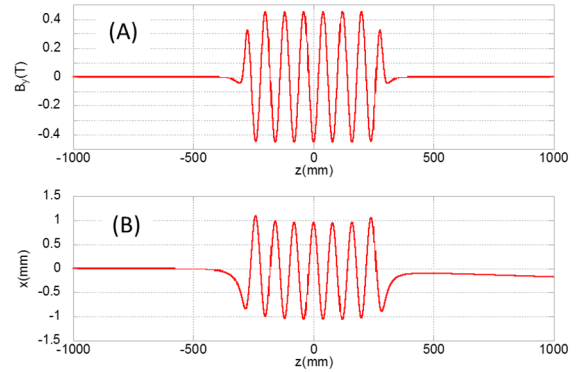


Figure 2: (A) Magnetic field on an axis. (B) Electron trajectory.

放射強度などを考慮し 7 周期とした。このときギャップ 33 mm、残留磁束密度 1.09 T を仮定すると、ピーク磁場は 0.454 T、 $K$  値は 3.39 となる。またビームエネルギー 22 MeV を仮定するとアンジュレータ放射の基本周波数は 2.06 THz となる。

Figure 2 にギャップ 33 mm におけるアンジュレータ軸上の磁場、電子軌道の計算結果を示す。アンジュレータ端部の磁場は電子軌道全体の角度やオフセットに影響する。本アンジュレータでは端部のハーフブロック(長さ 10 mm、ギャップ方向磁化)の外側にビーム軸方向磁化を持つ長さ 13.38 mm のブロックを付加することにより、7 周期の振動軌道の中心がビーム軸に一致するよう調整を行った。

## 2.3 アンジュレータ放射の角度広がり

加速度を受けた電荷  $q$  からの放射電場は Liénard-Wiechert ポテンシャルから計算され、次式で表される[3]。

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{\vec{n} - \vec{\beta}}{\gamma^2 R^2 (1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta})^3} + \frac{\vec{n} \times \{(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}\}}{Rc(1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta})^3} \right]_{\text{ret}} \quad (3)$$

ここで、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率、 $R$  は放射源の荷電粒子から観測点までの距離、 $\vec{n}$  は荷電粒子から観測方向への単位ベクトル、 $\vec{\beta}$  は  $c$  で規格化した荷電粒子の速度ベクトルである。放射電場から単位立体角、単位角周波数あたりの放射エネルギーを計算すると、次式のように表される[4]。

$$\frac{d^2W}{d\Omega d\omega} = \epsilon_0 \frac{c}{\pi} \left| \int_{-\infty}^{\infty} [R]_{\text{ret}} \vec{E}(t) e^{-i\omega t} dt \right|^2 \quad (4)$$

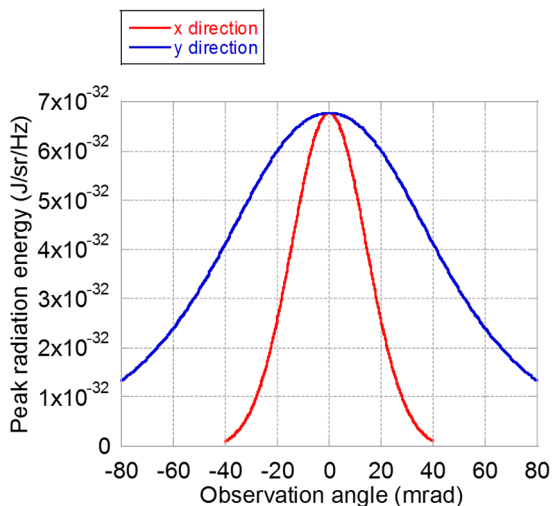


Figure 3: Angular distribution of the undulator radiation.

(3)式の電場は $R^{-2}$ に比例する速度依存の静的な場と $R^{-1}$ に比例する加速度依存の放射場に分けられる。以降の計算では放射源から十分遠方で放射を観測する場合を考え、放射電場として(3)式の第二項のみを用いる。

Table 1 のパラメータ及び電子ビームエネルギー22 MeV を仮定したときのアンジュレータ放射の角度分布を Fig. 3 に示す。これは単一電子からの放射スペクトル(4)より基本波のピーク値を求め、それを観測点ごとにプロットした計算結果である。アンジュレータ放射は FWHM で  $x$ 方向(電子の振動方向)に 34 mrad、 $y$ 方向に 96 mrad の角度広がりを持つ。交叉型アンジュレータでは直交する 2 台のアンジュレータ放射を重ね合わせるため、得られる放射の角度広がりはこの狭い方向の放射角(34 mrad)によって決まる。

### 3. 交叉型アンジュレータ放射の偏光

#### 3.1 偏光の観測角依存性に関する考察

交叉型アンジュレータでは移相器における第一アンジュレータからの放射の光路長、すなわち各アンジュレータから観測点までの光路長差( $\Delta R_{12}$ とおく)を変化させることによって 2 つの放射の位相差を調整する。しかし各アンジュレータから観測点までの光路は観測角によって変化するため $\Delta R_{12}$ は観測角依存性を持つ。また(1)式からわかるように放射波長も観測角依存性を持つ。これらのことから、2 つの放射の位相差、すなわち偏光も観測角によって変化することになる。この観測角依存性について考える。

2 台のアンジュレータ中心間距離を $L_1$ 、2 台目のアンジュレータ $U_2$ の中心から観測面までの距離を $L_2$ とし、各アンジュレータ $U_1, U_2$ からの観測角、観測面までの距離をそれぞれ $\theta_1, \theta_2, R_1, R_2$ とする(Fig. 4)。このとき、2 台のアンジュレータの中心から見た観測角 $\theta$ における光路長差は

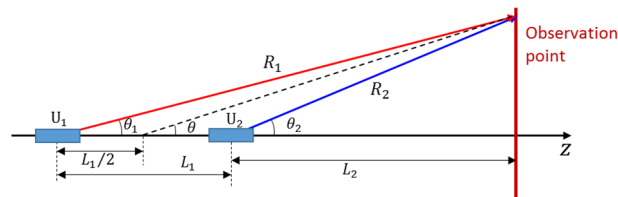


Figure 4: Schematic layout of two undulators and observation plane.

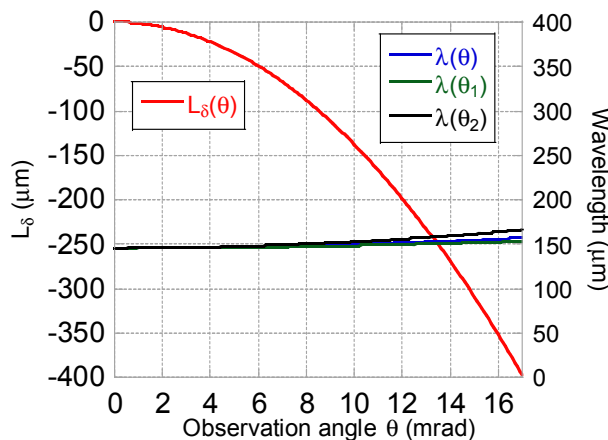


Figure 5: Angle dependence of  $L_\delta$  and  $\lambda$ .

$$\Delta R_{12}(\theta) = R_1 - R_2 = \frac{L_1 + L_2}{\cos \theta_1} - \frac{L_2}{\cos \theta_2} \quad (5)$$

と表される。軸上における光路長差 $\Delta R_{12} = L_1$ を差し引いた値を $L_\delta(\theta)$ と定義すると

$$L_\delta(\theta) = \frac{L_1(1 - \cos \theta_1)}{\cos \theta_1} + L_2 \left( \frac{1}{\cos \theta_1} - \frac{1}{\cos \theta_2} \right) \quad (6)$$

となる。有限観測角 $\theta$ では軸上に比べ、この $L_\delta(\theta)$ 分だけ余分に 2 つの放射の光路長差が発生することになる。

観測角をゼロから 17 mrad( $x$ 方向のアンジュレータ放射角度広がり)まで変化させたときの $L_\delta(\theta)$ とアンジュレータ放射波長の計算値を Fig. 5 に示す。予想される移相器の長さ、観測距離を考慮し $L_1 = 2.59$  m (アンジュレータ間距離 2.0 m)、 $L_2 = 4$  mとして計算を行った。

放射波長は $\lambda(0) = 146$   $\mu\text{m}$  に対し $\lambda(17 \text{ mrad}) = 157$   $\mu\text{m}$ と 8 %程度の変化量であるため、これによる光の先端部における位相差のずれは小さい。しかし 17 mrad では各アンジュレータからの放射波長の差が 13  $\mu\text{m}$ あることから、7 サイクルの光を仮定すると光の先端と後端では波長の 0.6 倍程度の位相のずれが発生することになる。このことから偏光への影響は無視できない。一方 $L_\delta$ は 11 mrad で波長と同程度、15 mrad で波長の約 2 倍の値となることから、偏光への影響は放射波長変化よりも極めて大きい。したがって主に $L_\delta$ の寄与によりアンジュレータ放射の角度広がり範囲内で偏光が大きく変化することになる。

### 3.2 ストークスパラメータを用いた偏光評価法

偏光の角依存性を評価するため、ストークスパラメータを用いた偏光評価法を導入した。ストークスパラメータは偏光状態を表すストークスベクトルの4成分であり、電磁波の強度の次元を持つ。全偏光、水平偏光、45°偏光、右円偏光の各成分の強度 $I_0, I_1, I_2, I_3$ により次のように定義される。

$$\begin{aligned} S_0 &= 2I_0 \\ S_1 &= 2I_1 - 2I_0 \\ S_2 &= 2I_2 - 2I_0 \\ S_3 &= 2I_3 - 2I_0 \end{aligned} \quad (7)$$

また各偏光成分のストークスパラメータを全偏光成分のストークスパラメータ $S_0$ で割った偏光度は次のように定義される。

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} / S_0 \\ P_L &= \sqrt{S_1^2 + S_2^2} / S_0 \\ P_C &= S_3 / S_0 \end{aligned} \quad (8)$$

$P$ は全偏光度であり、0は無偏光、1は完全偏光を表す。 $P_L$ は直線偏光度であり、1は直線偏光、0は非直線偏光を表す。 $P_C$ は円偏光度であり、+1は右円偏光、-1は左円偏光を表す。これらのストークスパラメータ、偏光度により偏光状態及び各偏光成分の相対的な強さを評価することができる。

### 3.3 偏光度の観測角依存性の評価

ストークスパラメータを用いて交叉型アンジュレータ放射の偏光の評価を行った。アンジュレータ放射として、以下のような正弦波型の時間構造を持つ単色、7サイクルの直線偏光を仮定した。

$$\begin{aligned} E_x(t) &= E_{0x}(t)e^{i(k_x(\theta)z - \omega_x(\theta)t)} \\ E_y(t) &= E_{0y}(t)e^{i(k_y(\theta)z - \omega_y(\theta)t + \delta(\theta))} \\ E_{0x}(t) &= \begin{cases} E_{0x} & (t_{x1} \leq t \leq t_{x2}) \\ 0 & (t < t_{x1}, t_{x2} < t) \end{cases} \\ E_{0y}(t) &= \begin{cases} E_{0y} & (t_{y1} \leq t \leq t_{y2}) \\ 0 & (t < t_{y1}, t_{y2} < t) \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

1台目の放射を $x$ 偏光成分、2台目の放射を $y$ 偏光成分とする。 $k, \omega$ はそれぞれ放射波長の角依存性を考慮した波数、角周波数である。 $t_{u1}, t_{u2} = t_{u1} + 7\lambda/c$ はそれぞれ $E_u$ の先端、後端が観測点に到達する時刻である( $u = x, y$ )。 $\delta$ は2つの放射の位相差であり、 $t_{y1} = t_{x1} + \delta/\omega_y$ の関係がある。また、先述の $L_\delta(\theta)$ 及び $\lambda(\theta)$ を用い、次のような角依存性を仮定した。

$$\delta(\theta) = \delta_0 + \delta_1(\theta) \quad (10)$$

$$\delta_1(\theta) \equiv -\frac{2\pi L_\delta(\theta)}{\lambda_y(\theta)}$$

ここで、 $\delta_0$ は軸上における位相差である。なお、円偏光の向きは光を受ける側から見た電場の回転方向で定義する( $\delta = \pi/2$ で右円偏光)。

このとき、観測角 $\theta$ における各偏光成分の強度 $I_0, I_1, I_2, I_3$ は次式のように計算できる。

$$\begin{aligned} 2I_0(\theta) &= \frac{1}{T} \int_{t_{min}}^{t_{max}} \left\{ E_{0x}(t)^2 \cos^2(k_x(\theta)z - \omega_x(\theta)t) \right. \\ &\quad \left. + E_{0y}(t)^2 \cos^2(k_y(\theta)z - \omega_y(\theta)t + \delta(\theta)) \right\} dt \end{aligned}$$

$$I_1(\theta) = \frac{1}{T} \int_{t_{min}}^{t_{max}} E_{0x}(t)^2 \cos^2(k_x(\theta)z - \omega_x(\theta)t) dt$$

$$\begin{aligned} I_2(\theta) &= \frac{1}{2T} \int_{t_{min}}^{t_{max}} \left\{ E_{0x}(t) \cos(k_x(\theta)z - \omega_x(\theta)t) \right. \\ &\quad \left. + E_{0y}(t) \cos(k_y(\theta)z - \omega_y(\theta)t + \delta(\theta)) \right\}^2 dt \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} I_3(\theta) &= \frac{1}{2T} \int_{t_{min}}^{t_{max}} \left\{ E_{0x}(t) \cos(k_x(\theta)z - \omega_x(\theta)t) \right. \\ &\quad \left. + E_{0y}(t) \sin(k_y(\theta)z - \omega_y(\theta)t + \delta(\theta)) \right\}^2 dt \end{aligned}$$

ここで、 $t_{x1}, t_{x2}, t_{y1}, t_{y2}$ の最大、最小値を $t_{max}, t_{min}, T = t_{max} - t_{min}$ とした。

(11)式により得られた $I_0, I_1, I_2, I_3$ を用いて(7), (8)式を計算することにより交叉型アンジュレータ放射の偏光度を評価した。Figure 6に条件 $L_1 = 2.59$  m,  $L_2 = 4$  m,  $\delta_0 = \pi/2$ ,  $E_{0x} = E_{0y}$ 及びTable 1のパラメータにおける放射波長を用いて計算した円偏光度の角依存性の計算結果を示す。赤線が円偏光度、緑線が $x$ 方向のアンジュレータ放射の角度分布を示す。観測角が大きくなるにつれ位相差は正の方向に変化していき、約11 mradで $+2\pi$ 変化する。位相差がある場合には $E_x, E_y$ の先端あるいは後端に2つの成分が重ならない領域が生じ、その分偏光成分の強度は低下する。このために円偏光度は最大で0.96と1よりわずかに小さくなり、観測角が大きくなるにつれ最大偏光度は低下していく。円偏光度0.9以上の放射が得られるのは約2.5 mrad以内であり、 $x$ 方向のアンジュレータ放射の角度広がり約15%の角度範囲となる。このことから今回設計したアンジュレータを用いた場合、交叉型アンジュレータによる理想的な偏光制御が行えるのはアンジュレータ放射の中心付近のごく狭い角度範囲のみになる。



- 田稔訳)、吉岡書店(1999).  
[4] H. Wiedemann, Particle Accelerator Physics Third Edition, Springer (2007).

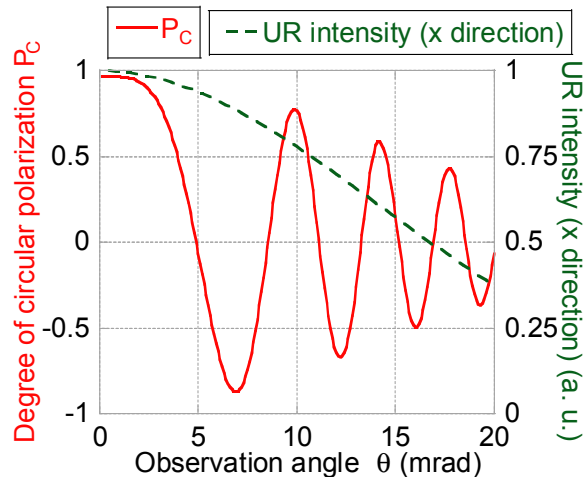


Figure 6: Angular dependence of degree of circular polarization.

#### 4. まとめと今後の課題

短バンチからのコヒーレントアンジュレータ放射を用いた交叉型アンジュレータによる偏光可変コヒーレントテラヘルツ光源の検討を行った。t-ACTS を用いて偏光制御の実証実験を行うため、周期長 80 mm、周期数 7、全長約 0.59 m、K 値 3.39 のコンパクトなアンジュレータを設計した。ビームエネルギー 22 MeV を仮定すると放射周波数は 2.06 THz である。このアンジュレータからの放射は FWHM で  $x$  方向(電子の振動方向)に 34 mrad、 $y$  方向に 96 mrad の角度広がりを持つ。また、本アンジュレータのパラメータを仮定し、交叉型アンジュレータ放射の偏光の評価を行った。偏光(2 つの放射の位相差)は観測角依存性を持っており、約 11 mrad で  $2\pi$  変化する。このため理想的な偏光制御ができる角度範囲は約 2.5 mrad 以内であり、アンジュレータ放射の角度広がり の 15% 程度のごく限られた範囲となることがわかった。

今後はアンジュレータを製作するとともに移相器の設計、製作を進める。また現在任意の初期分布を持つ電子バンチからの放射、偏光計算コードを開発中であり、今後より厳密な交叉型アンジュレータ放射の偏光評価を行う予定である。最終的には移相器も含めた交叉型アンジュレータ全体のビーム輸送、放射発生のシミュレーションツールを開発したいと考えている。

#### 謝辞

本研究は JSPS 科研費 17H01070 の助成を受けたものです。

#### 参考文献

- [1] 阿部太郎、「極短電子ビームによるコヒーレントテラヘルツ放射の研究」、修士論文、東北大学大学院理学研究科物理学専攻(2017).  
[2] Kwang-Je Kim, Nucl. Instrum. Methods. Phys. Res. Sec. A, 445 (2000) 329.  
[3] J. D. Jackson, 「ジャクソン電磁気学(下)原初第 3 版」(西