

H. Saito

Institute of Space and Astronautical Science

Abstract

A new type of free electron laser (FEL), the "circular free electron laser", has been theoretically and experimentally investigated. It is provided with a rotating electron beam in a uniform axial magnetic field and in a radial wiggler field. This device may be compact and the growth rate and efficiency are found to be higher by γ^3 than a conventional FEL. We review theory and experiment of the circular FEL.

1. はじめに

相対論的電子ビームを用いた自由電子レーザー(FEL)は、マイクロ波から可視、紫外にわたる広い波長域における高効率・高出力のコヒーレントな電磁波源として、近年研究が進められている。相対論的な電子を必要とするので、電磁波生成のために各種加速器を利用するが、逆に加速器用のマイクロ波・ミリ波源としての利用も考えられている。FEL内の電子の運動も、加速器内での現象に関連したものが多い。

現在広く研究されているタイプのFEL(直線型FEL)とは異なった新しいタイプのFEL(円型FEL)が、1982年、MITのBekefiによって提案されている[1]。従来型の電子を直線的に運動させるFELを、磁場中での電子の円運動を利用して、環状にして小型化するという素朴なアイデアから出発した。1984年に、Maryland大学で最初のこの円型FELの発振が確認され[2]、1985年には2.1 MeVの電子ビームを用いて80 GHz, 180 GHzでの発振スペクトルが観測された[3]。これに並行して、著者らによって理論的研究がなされた[4,5]。その結果、この円型FELの成長率、利得、帯域が従来の直線型FELよりも大きく、電子の負質量不安定性が関与している等、興味深い特徴を持つ事が明らかにされた。本稿ではこの円型FELの概念を紹介し、その理論、実験の現状を述べる。

2. 円型自由電子レーザーの原理

通常のFEL(直線型FEL)は、図1に示すようにy方向に電子を運動させて、y方向に周期的に強度の変わるx方向のヴァイグラー磁場を加える。ローレンツ力により電子は、z方向に蛇行運動をする。発生する電磁場の磁場(x方向)と蛇行運動方向(z方向)によるローレンツ力により、電子の進行方向(y方向)に作用する力が生ずる。この力をボンデロモーティブ力といい、電子はこのポテンシャルの中に捕捉され、バンチングしていく。このため、y方向の電子の運動エネルギーがコヒーレントな電磁波に変換されていく。

この直線型FELでは、電子を1パスしか利用できないし、装置も長くなる。リニアックからベータトロン、シンクロトロン等が発展してきたように、直線型FELを円型にしたらどうなるだろうか。これが、図2の円型FELである。図1のy方向を円周状にまわして、系を円型にして

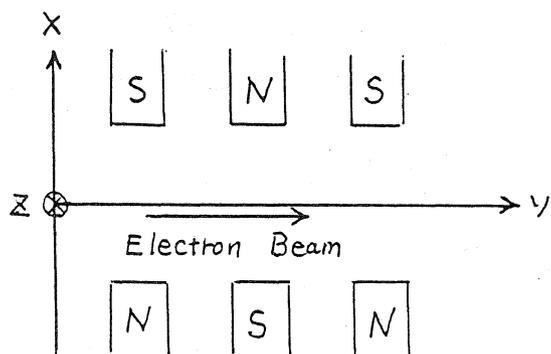


図1. 直線型自由電子レーザー

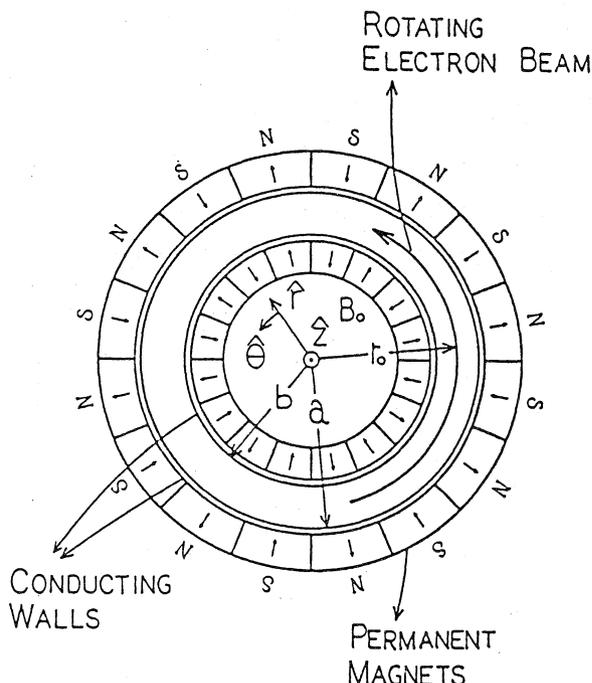


図2. 円型自由電子レーザー

ある。電子を丸く閉じ込めるためには z 方向の磁場が、電磁場を閉じ込めるためには同軸導波管が必要である。ウイグラー磁場は、永久磁石等により動径(r)方向を向いており、周(θ)方向に周期構造を持つ。電子の蛇行運動は z 方向である。

一般に、電子ビームによる電磁波発生装置は、遅速回路(周期構造や誘電体)を用いて電磁波の位相速度を遅くした slow wave device と、これらを用いない fast wave device に分類される。前者は導波系の機械精度や熱の問題から高周波化に適さない。代表的な fast wave device では、電磁波と空間電荷波(ビームモード)の同期をとるためにビームモードの ω - k 分散関係に細工を加えてある。電子を直線状に走らせる直線型のデバイスでは、ジャイatron はサイクロトロン波によりビームモードを $\omega = \omega_c / \gamma + k v$ (ω_c : 非相対論的電子サイクロトロン周波数, γ : ローレンツ因子, k, v : 進行方向の波数及び電子の速度)としているし、直線型 FEL では、ウイグラー磁場により波数をシフトアップさせ $\omega = (k + k_w) v$ としている(k_w : ウイグラー磁場の波数)。一方、磁場を用いて電子を円軌道に閉じ込めた円型のシステムでは、電磁波の進行方向の波数として周方向のハーモニックナンバー p を用いる。サイクロトロン波を用いてビームモードを $\omega = p \omega_c / \gamma$ とした large orbit gyrotron が研究されている。円型 FEL は、これに更にウイグラー磁場をえて波数を $\omega = (p + N) \omega_c / \gamma$ (N : ウイグラー磁場の極数)とシフトアップしたものである。

3. 円型自由電子レーザーの理論

円型 FEL を理解するために、著者らによる二つ理論モデルの概要を示す。一つは Pendulum Equation を用いたモデルであり、簡潔にして円型 FEL の主要な特徴をほとんど解明できる。次に流体モデルを用いた3次元理論を示す。これは電磁場と空間電荷波の結合等を詳しく理解するのに適している。

直線型FELの理論の一つとして、電子の進行方向(y方向、図1)の運動に着目したPendulum Equation が知られている。これは、電子のボンデロモーティブポテンシャルの中における位相 γ 、エネルギー γ 、電磁界のベクトルポテンシャル a_s のy方向の変化を記述したものである。直線型FELに対しては、文献[4]によると

$$\gamma = (k+k_w)y - \omega_s t \quad (1)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = c \left\{ 1 - \frac{1}{2\gamma^2} (1 + a_w^2 - (a_s a_w e^{i\gamma} + c.c.)) \right\} \quad (2)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{2} \left[i\omega_s a_s a_w \frac{e^{i\gamma}}{\gamma} + c.c. \right] + \left[\frac{f_{1L} \omega_p^2}{i(k+k_w)c} \langle e^{-i\gamma} \rangle e^{i\gamma} + c.c. \right] \quad (3)$$

$$\frac{da_s}{dt} = i f_{2L} \frac{\omega_p^2 a_w}{2\omega_s} \left\langle \frac{e^{-i\gamma}}{\gamma} \right\rangle \quad (4)$$

但し、 $\gamma \gg 1$ を仮定している。 a_s 、 a_w は、FEL電磁波及びウイグラー磁場の正規化されたベクトルポテンシャル、 ω_s 、 ω_p はFELの周波数及び電子ビームのプラズマ周波数である。エネルギーの式(3)の第1項は、ボンデアモーティブ力を表し、第2項は空間電荷効果を示している。 f_{1L} 、 f_{2L} は結合係数で幾何学的構造によって決まる。 $\langle \rangle$ は電子についての平均を表している。

これに対して、円型FELのPendulum Equation を次に示す。

$$\gamma = (p+N)\theta - \omega_s t \quad (5)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\omega_c}{\gamma} \left[1 - \frac{1}{2\gamma^2} \{ a_w^2 - (a_s a_w e^{i\gamma} + c.c.) \} \right] \quad (6)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{2} \left[i\omega_s a_s a_w \frac{e^{i\gamma}}{\gamma} + c.c. \right] + \left[\frac{f_{1L} \omega_p^2}{i(p+N)\omega_c \gamma} \langle e^{-i\gamma} \rangle e^{i\gamma} + c.c. \right] \quad (7)$$

$$\frac{da_s}{dt} = i f_{2L} \frac{\omega_p^2 a_w}{2\omega_s} \left\langle \frac{e^{-i\gamma}}{\gamma} \right\rangle \quad (8)$$

電子の位相は、直線型では電子の進行方向のy座標について定義され(式(1))、それに応じて電子の速度は「直線速度」 dy/dt (式(2))で与えられる。これに対して、円型FELでは回点对称系であるので、電子の位相も周角度座標 θ によって定義される。その電子の角速度 $d\theta/dt$ はサイクロトロン周波数 ω_c/γ (式(6))によって与えられる。このため、直線速度と角速度は、異なるエネルギー依存性を持つ。直線型FELでは高いエネルギーの電子は大きい直線速度を持つのに対し、円型FELでは高いエネルギーの電子は小さい速度を持つ。即ち、円型FELでは、一見、電子が負の質量を持つように見える。この現象は、磁場中での電子の負質量効果と呼ばれているものである。この二つの速度のエネルギー依存性の違いが、直線型FELと円型FELに本質的な差異を与える。

Pendulum Equation を線型化すると、FELのよく知られた分散式を得る[4]。線型成長率を

Table I
Characteristics of Circular and Linear FELs

	Circular FEL		Linear FEL	
	growth rate ω_i	efficiency η	growth rate ω_i	efficiency η
Low Gain Regime	$G = f_2 \omega_p^2 \omega_0 \gamma^{-3} a_w^2 (1/2)^{3/2} h$	—	$G = -f_{2L} \omega_p^2 \omega_0 \gamma^{-5} a_w^2 (1/2)^{3/2} h$	$\frac{\pi}{k_w L}$
High Gain Strong Pump Region $\beta_{\perp} \gg \beta_{crit}$	$\frac{\sqrt{3}}{2^{5/3} \gamma} (f_2 \omega_p^2 \omega_0 a_w^2)^{1/3}$	$\frac{\gamma}{2^{2/3}} (f_2 \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} a_w^2)^{1/3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2^{5/3} \gamma \gamma''^{2/3}} (f_{2L} \omega_p^2 \omega_0 a_w^2)^{1/3}$	$\frac{\gamma''^{4/3} \gamma^{-1}}{2^{2/3}} (f_{2L} \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} a_w^2)^{1/3}$
High Gain Weak Pump, Raman Region $\beta_{\perp} \ll \beta_{crit}$	Negative Mass Instability $\approx f_1^{1/2} \frac{\omega_p}{\gamma^{1/2}}$	—	$(1/2^{3/2}) (f_{2L}^{1/2} / f_{1L}^{1/4}) \times (\omega_p \omega_0 a_w^2 / \gamma'' \gamma^{5/2})^{1/2}$	$2 f_{1L}^{1/2} \frac{\gamma''}{\gamma^{1/2}} \frac{\omega_p}{\omega_0}$

$$h = h(\Delta\omega/2) = \frac{d}{dx} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 \Big|_{x = \Delta\omega/2}, \quad \gamma'' = \gamma / (1 + a_w^2)^{1/2}, \quad L = \text{Total Length of Wiggler Field}$$

$$\beta_{crit} = (2^{5/2} / 3^{3/4}) (f_1^3 / f_2^2)^{1/4} \gamma^{-1/4} (\omega_p / \omega_0)^{1/2}, \quad \beta_{crit, L} = (2^{5/2} / 3^{3/4}) (f_{1L}^3 / f_{2L}^2)^{1/4} (\gamma'' \gamma)^{-1/4} (\omega_p / \omega_0)^{1/2}$$

See Sec. 2 for f_1, f_2 .

表1. 円型 FEL と直線型 FEL の特性の比較

$\omega_i = -\text{Im} \Gamma$ として、直線型 FEL の3次の分散式を得る。

$$\Gamma^3 + 2\Delta\omega_0 \Gamma^2 + \left\{ \Delta\omega_0^2 - \left(\omega_s \frac{\Delta\gamma}{\gamma^3} \right)^2 - \frac{f_{1L} \omega_p^2}{\gamma^3} (1 + a_w^2) \right\} \Gamma = -\frac{f_{2L} \omega_p^2 \omega_s a_w^2}{4\gamma^5} (1 + a_w^2) \quad (9)$$

円型 FEL に対しては

$$\Gamma^3 + 2\Delta\omega_0 \Gamma^2 + \left\{ \Delta\omega_0^2 - \left(\omega_s \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right)^2 + \frac{f_1 \omega_p^2}{\gamma} \left(1 - \frac{3a_w^2}{2\gamma^2} \right) \right\} \Gamma = \frac{f_2 \omega_p^2 \omega_s a_w^2}{4\gamma^3} \quad (10)$$

となる。ここで $\Delta\gamma$ は電子のエネルギー分散である。式(9)と(10)を比較して、以下の3点が見出される。

(i) 結合係数 円型 FEL の方が直線型 FEL より γ^2 だけ大きい。これは、式(5)、(6)に見られるように円型 FEL の位相 ξ の方が直線型 FEL よりも、エネルギーの変化に敏感であり、わずかなエネルギー変化によっても位相 ξ が変化するためである。この効果は、円型 FEL に直線型 FEL より $\gamma^{2/3}$ だけ大きい成長率、及びエネルギー効率を high gain, strong pump, cold beam region で与える(表1参照)。

(ii) 空間電荷効果 式(9)、(10)の左辺の ω_p^2 の項が空間電荷の項である。直線型と円型 FEL ではその符号が異なる。これは、円型 FEL では、負質量効果によりその空間電荷波が不安定である事を示す。即ち、円型 FEL の電磁波は、それ自身不安定な負のエネルギーの空間電荷波と結合して、成長していく。この負質量不安定性により、円型 FEL の利得は高帯域となり、その絶対値も増加する。

(iii) エネルギー-分散 分散式の左辺の $\Delta\gamma$ の項がエネルギー-分散項である。円型FELのエネルギー-分散項は、直線型FELより γ^2 だけ敏感であり、利得の低下を招く。

表1に、直線型と円型FELの各利得領域での成長率、エネルギー-効率の比較をまとめた。円型FELでは、ラマン領域はなく、負質量不安定性がFEL不安定性にとってかわる。

3-2. 3次元流体モデル [5]

Pendulum Equation モデルは、円型FELの重要な特徴を簡潔に示している。しかし、電子の運動や、電磁波と空間電荷波との結合を詳しく理解するには、流体モデルを用いた3次元理論が適している。

電子の平衡運動にはz方向のストリーム速度がないとすると、各速度成分は

$$V_r^0 = 0 \quad (11)$$

$$V_\theta^0 = r_0 \omega_c / \gamma \quad (12)$$

$$\begin{aligned} V_z^0 &= \sqrt{2} (a_w / \gamma) c \sin N\theta \\ &= V_w^0 \sin N\theta \end{aligned} \quad (13)$$

添え字0は、平衡運動を表す。

このような電子ビームによつて励起されるFEL電磁波は、z方向について遮断($k=0$)のものが最大の成長率を持つと思われる。このような電磁波は、同軸導波管の真空固有モードであるTMモードと、空間電荷波であるTEモード(同軸導波管の真空固有モードには一致しない、周方向のハーモニクナンバ $\ell = p + N$)からなり、この二つが電子ビームによつて結合され、同時に励起される。線型化された電子の運動方程式と、Maxwellの方程式より、電磁波モード \hat{a} ($\hat{a} = -E_{pz} / i\omega$)と空間電荷波モード $\hat{\phi}$ ($\hat{\phi} = i r E_{\theta\theta}$)に対する 2×2 の行列形式の分散式が得られる。

$$\begin{pmatrix} 1 - \frac{f_2 \omega_p^2 \omega_s a_w^2}{4\gamma^3} \frac{1}{\Gamma(\Delta\omega_0 + \Gamma)^2}, & -\frac{f_2 \omega_p^2 \omega_s a_w^2}{4\gamma^3} \frac{1}{\Gamma(\Delta\omega + \Gamma)^2} \frac{2}{V_w^2} \\ \frac{f_1 \omega_p^2}{\gamma} \frac{1}{(\Delta\omega_0 + \Gamma)^2} \frac{V_w^2}{2}, & 1 + \frac{f_1 \omega_p^2}{\gamma} \frac{1}{(\Delta\omega + \Gamma)^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

式(14)においてウイグラー磁場がない時($a_w=0$)には、行列の(1,1)要素よりわかるように電磁波 \hat{a} は零であり、(2,2)要素より空間電荷波 $\hat{\phi}$ だけが存在する。更に、その Γ は複素数となり、負質量不安定性により空間電荷波 $\hat{\phi}$ は成長していく。ウイグラー磁場があれば、この空間電荷波の負質量不安定性に加えて、FEL不安定性が加わり、行列の非対角要素によつて、電磁波 \hat{a} と空間電荷波 $\hat{\phi}$ が結合して成長していく。ウイグラー磁場が十分に大きくなると strong pump region となつて行列の(1,1)要素が支配的になり、表1に示したような成長率が得られる。

この3次元流体モデルの行列の形式の分散式(14)の行列式を計算すると、3-1のPendulum Equation モデルで求めた分散式(10)に一致する。これより、この二つのモデルの整合性が確認される。

4. 円型自由電子レーザーの実験

4-1 Maryland大学での実験 [2,3]

1982年にMITのBekefiによって提案された円型FELは、1984年にMaryland大学にてMITとの共同実験が行われ、ミリ波の発振が確認された。一様磁場中で回転する大電流の電子ビーム層を、空間的厚み、及び磁力線に平行な速度成分を小さくして生成する事は技術的に容易ではない。Maryland学では、1970年代に、リング加速器と呼ばれる装置を開発している。これは、一様なガイド磁場に沿って伝はんするホロービームを、そのガイド磁場になめらかにつながるカスプ磁場領域に導く。この様子を図3に示す。カスプ領域では、軸方向の電子速度 v_z と、動径方向のカスプ磁場 B_r とのローレンツ力が周方向に働き、電子は周方向にラーマー運動を始める。軸方向に急峻に変化するカスプ磁場を用いて、かつホロービームの半径と磁場の強さを適切に設定すると、カスプの上流側での軸方向の運動エネルギーが、カスプ下流側で周方向の回転のエネルギーにほとんど変換される。この装置を持ちて、彼等は2.1 MeV, 1.5 KA, パルス幅5 nsec, 半径6 cmの回転電子ビーム ($v_\theta = 0.96c$, $v_z = 0.2c$)を生成し、これをウイグラー磁場の領域に導入した。ウイグラー磁場はサマリウムコバルトの永久磁石を図3にあるように配置し、 $B = 1.3 \text{ KG}$ を得ている。電磁波を導く同軸導波管は、内、外導体半径5.25, 6.58 cmである。ウイグラー磁場の極数 N を6, 及び12にして、80, 及び180 GHz (スペクトル半値幅20 GHz)のミリ波の放射を観測した。全放射パワー、エネルギー効率等は測定されていない。

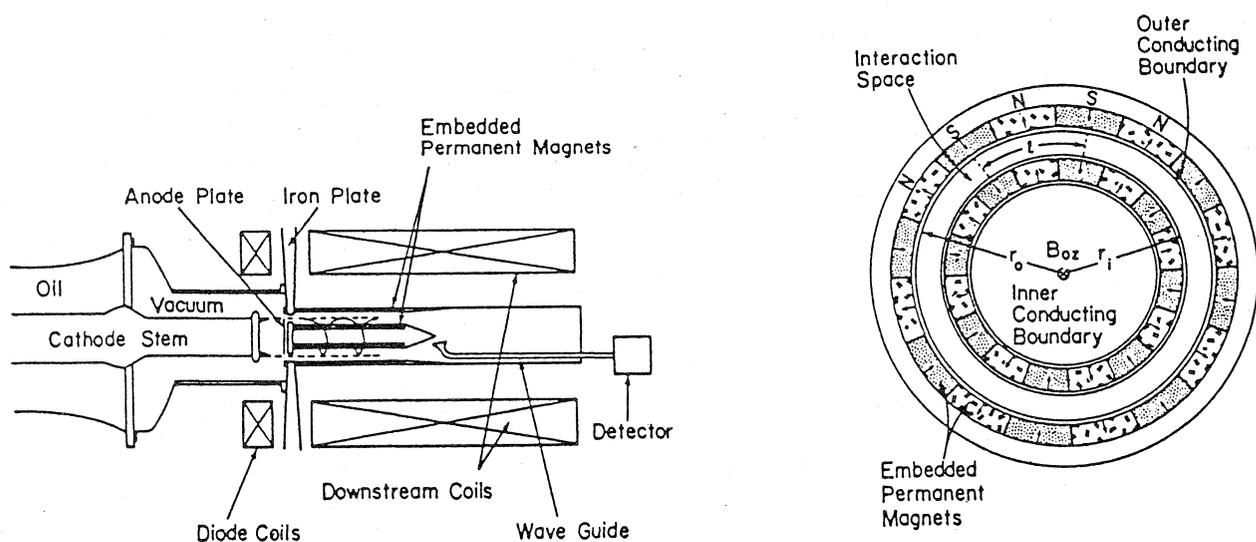


図3. Maryland大学での円型FELの実験 [3]

4-2 宇宙科学研究所での実験計画

Maryland 大学での実験は、円型FELの初の発振実験として意義あるものであるが、当時、実験と対比できる理論もなく、パワー、エネルギー効率の測定もされていなかった。著者等によって、3. に述べたような円型FELの興味ぶかい特徴を明らかにした理論が得られた現在、理論と対比できる実験が必要である。

宇宙科学研究所において、著者等によって、この目的のために円型FELの実験が開始されている。REB発生装置は、パルスラインを用いたインジェクターからの500KeV, 10KA, 20nsecの電子ビームを、誘導加速器3段(各段200KV)に通して、1MeVまで加速する方式である。昭和61年5月にこの加速試験は完了し、現在、円型FEL装置の製作を行っている。回転電子ビームの生成にはMaryland大学と同じカスプ磁場の方式を用いている。ウイグラー磁場生成には、永久磁石ではなく、電磁コイルを用いる。発振周波数は、ウイグラー磁場の極数Nを6から16程度に変える事により、20から70GHzとなる。回転電子ビームに付随的に残留している軸方向のストリーム速度を利用して、軸方向のウイグラー磁場領域の長さを変えてパワー測定を行い線型成長率を測定する予定である。これにより、3. に述べた理論との対比ができる。更に、広帯域増幅器としての特性の解明をおこなっていく予定である。

4. おわりに

コンパクトなミリ波、サブミリ波のコヒーレントな発振源となりうる円型自由電子レーザーの最近の研究を紹介した。その利得は、従来型のFELより γ^3 だけ大きく、また、負質量不安定性が関与しており、ジャイラトロンとも関係がある。今後の発展が期待される。

文献

- [1] G.Bekefi, Appl.Phys.Letts.,40,578(1982)
- [2] G.Bekefi, R.E.Shefer, and W.W.Destler, Appl.Phys.Letts.,44,280(1984)
- [3] W.W.Destler, et al., Phys.Fluids, 28,1962(1985)
- [4] H.Saito, J.Wurtele, Proc. 10th Int. Conf. Infrared and Millimeter Waves, M4.6, Florida (1985); Plasma Fusion Center Report PFC-JA86-27, Massachusetts Institute of Technology(1986)
- [5] H.Saito, J.Wurtele, Proc. 6th Int. Conf. High Power Beam, Kobe, Japan(1986)