「加速器」Vol. 6, No. 4, 2009（302–311）

解　説

3導体伝送線回路の新理論
—ノイズを物理により解明する—

土岐　博[*1]・佐藤　健次[*2]

New 3-conductor Transmission-line Theory
—Understand Electromagnetic Noise in Physics—

Hiroshi TOKI[*1] and Kenji SATO[*2]

Abstract

Usually an electric circuit is placed in the circumstance, and the electric circuit always emits electromagnetic noise to the circumstance and receives noise from the circumstance. Previously, we did not understand how the electromagnetic noise is generated in the circuit. This is related with the fact that the existing multiconductor transmission-line theory is not arranged to treat the electromagnetic noise, and we cannot calculate the coupling of the transmission lines with the circumstance. We have constructed a new multiconductor transmission-line theory and understood the noise problem in terms of the theory. We show that usual electric circuits always emit and absorb noise. To cure this problem, we should introduce one more line (third line) to the electric circuit and use this line as the central line for symmetric arrangement of the power supplies and electric loads to minimize the noise. We can then construct an electric circuit, which is free from noise.

1.　J-PARC の MR での電磁ノイズ

J-PARC では 2008 年の 12 月に 30 GeV の大強度陽子加速器で陽子ビームを加速することに成功した[1]．その陽子ビームの加速にはシンクロトロン MR の加速器電源電磁石回路に存在するノイズの問題を理解し，その改善対策を施すことが必要であった．昨年の 10 月の段階で電源電磁石回路に 3 本めの伝送線を中心線として導入し，偏向磁石に加えてさらに 4 極磁石の配線の対称化を行った．そのことにより，電磁石のところで測定したノイズレベルは図 1 にあるように 3 本線対称化によって大きく減少した．この図は多くのことを教えてくれる．重要なことは通常の電源回路の場合には（対称化前）低い周波数の所に連続的なノイズが存在していることと，高い周波数のところには多数の周波数をもったノイズが存在していることである．したがって，通常の回路は常にこのようなノイズの環境にあるということを意識する必要がある．さらには対称化後では低い周波数のところが 10 分の 1 にノイズが減っており，高い周波数のところでは数本を残してほとんどが無くなっていることである．対称化とはどんなことを行っているのかは理論を理解することを必要とするので後で詳細を説明したい．この論文では電磁ノイズはどこからくるのか，対称化によ

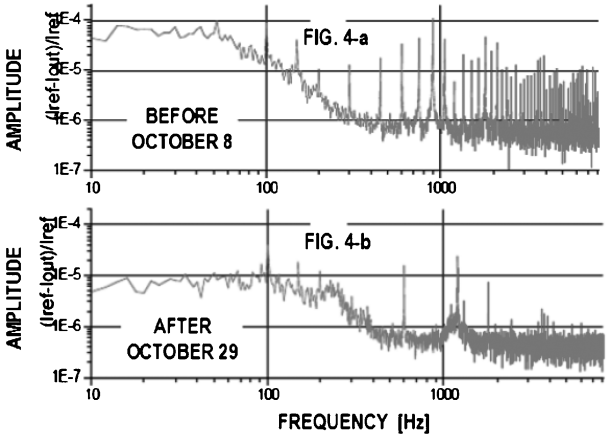

図 1　J-PARC の MR での電源磁石回路の対称化前（上図）と対称化後（下図）の電磁ノイズの周波数分布

[*1] Research Center for Nuclear Physics (RCNP), Osaka University, Ibaraki, Osaka 567–0047, Japan
(E-mail: toki@rcnp.osaka-u.ac.jp)
[*2] National Institute of Radiological Science (NIRS), Inage, Chiba 263–8555
(E-mail: sato@rcnp.osaka-u.ac.jp)

り何故電磁ノイズは減るのか，どうすればさらにノイズが減るかなどの疑問に対しての答えを与えることにより，新しい多導体伝送線路理論についての記述を行いたい[†1].

2. 環境にある電荷や電流

電荷を環境においてみよう．環境とは地球と電磁気的に相互作用しているものの総称であり，建物であれば床や壁さらにはその鉄筋，シールド線であればシールド線，電源本体を収納している筐体，電気装置を置いた机，等々，数え上げ出したら切りがない．本稿では，環境は簡単のために地球をイメージし，さらに教科書的な図を書くために地球は完全導体であると仮定する．**図 2** では電荷が真空にある場合の電気力線（左図）と電荷が環境にある場合の電気力線分布（右図）が書かれている．明らかに電荷の振る舞いは真空にある場合と環境にある場合には大きく変化する．電荷が環境に与える電場は大きく変化するし，電荷の振舞いは環境から大きな影響を受ける．電流が流れている場合の電場や磁場の振舞いは**図 3** に書かれている．地表から鏡像の位置に逆方向に電流が流れているとして計算が可能で，電気力線がまっすぐ地表に向かって走り，磁力線がその電気力線を垂直に貫くように走る．明らかに電流が流れる際にも環境に強く影響を与えるし，環境から強い影響を受ける．これらの簡単な例から理解するべきことは，たとえ地球が完全導体でないとしても同様の現象が起こり，地表面に電荷や電流が発生し，必ず，電荷や電流の振る舞いは環境に影響を与えるし，環境から影響を受けるということである．さらに強調しておきたいのは，従来の電気回路の理論は環境とは関係なく孤立系として議論されていることであり，現実の問題では回路は環境に置かれており，明らかに環境との関係を回路理論に取り込むことが必要であることを意味している．

電気回路における電磁ノイズの問題を考える際には環境における電線を流れる交流の振る舞いを考慮する必要がある．アースによって直接地表を流れる電流の振る舞いも考慮する必要がある．明らかに電線の中を走る交流電流が時間的空間的に変化すると地表に電磁誘導電流を引き起こす．さらに，考えている回路以外にもいくつもの回路が近くに存在する．このように回路が置かれている環境は必ずしも均一ではない．これらの現象を一般的にモデル化するのは難しいが，ノイズの問題を理解するために最も良い問題設定は環境の働きを代表して，もう 1 本の伝導電線を環境線として導入して，2 本線がどのような変更を受けるかを理論的に考察することである．したがって，我々が具体的に取り扱う問題としては，電気回路の中で送電している 2 本線の部分を切りだしそれを主線として考え，環境を扱うための環境線を 1 本付け加えた系を理解することである．この 3 導体伝送線を**図 4** に表す．

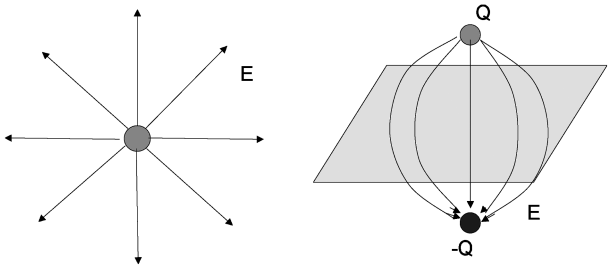

図 2　電荷を真空においた場合の電気力線分布（左図）と電荷を環境におい た場合の電気力線分布(右図)

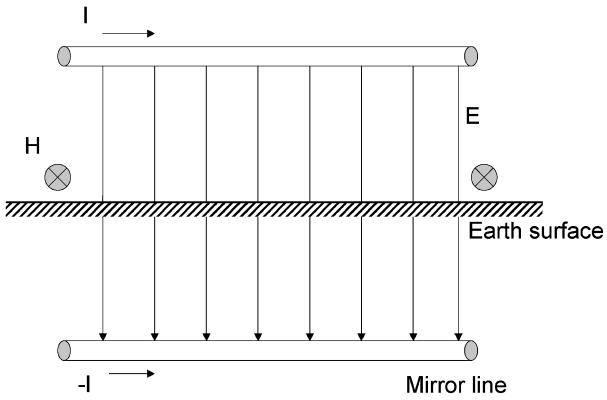

図 3　環境においた電流の作る電気力線と磁力線分布

理論的記述を簡単にし，物理を明らかにするために 3 本線は平行であり，それぞれの線は均一であると仮定する．さらに，3 本めの線は環境を代表しており，この 3 導体伝送線路系は閉じているとして理論を作り上げる．次の章で 3 本線回路の理論的記述を行うが，2 本線から 3 本線にしたことで主線の電流の和は 0 ではなくて有限の値を持つことが可能になる．この 2 本の電流の和が 0 でない部分をコモンモードと呼ぶ．これからの議論はこのコモンモードの存在に注目し，その役割を理解することが主題となる．したがって，コモンモードは 2 本の主線に対する環境の役割を表している．

ここから第 7 章までは新多導体伝送線路理論を展

[†1] このノートは 2009 年 8 月に原科研で行った土岐による講演をその流れにそって記述したものである．

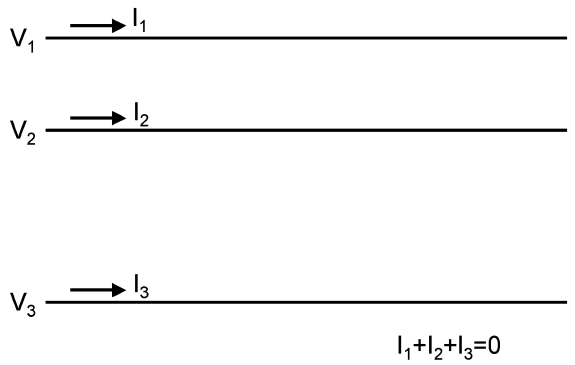

図 4　3 導体伝送線路系．1 本めと 2 本めの線は主線であり，3 本めの線は環境線である．環境線を入れることによりこの伝送線路系は閉じていると仮定し電流の総和は 0 であるという条件を入れておく

開する．すこし数式を並べることになるが，数式の周辺に書かれている文章に注目して，何故電磁ノイズの問題を考えるのに新しい理論を必要とするか，新しい理論はどのような考えで導入されたのかを理解して欲しい．新しい理論が現実の電磁ノイズの問題でどのようなことを言っているかを知りたい読者は 6 章までを読み飛ばして，第 7 章から読んでいただければ嬉しく思う．

3.　多導体伝送線路理論

新しい 3 導体伝送線路理論を構築するにあたって，従来の多導体伝送線路理論の基本方程式から始めることにする[2]．多導体伝送線路理論のバイブル的存在は 780 ページからなるポールの本であろう[3]．多導体伝送線路理論の基本方程式はマックスウエルの方程式から導出でき，次の 2 つの連立偏微分方程式で表現される．

$$\frac{\partial V_i(x,t)}{\partial x} = -\sum_j L_{ij}\frac{\partial I_j(x,t)}{\partial t} \tag{1}$$

$$\frac{\partial I_i(x,t)}{\partial x} = -\sum_j C_{ij}\frac{\partial V_j(x,t)}{\partial t} \tag{2}$$

ここで，$V_i(x, t)$ は i 番目の伝送線の電位であり，その線方向の x 微分が $I_j(x, t)$ と書かれる j 番目の伝送線の電流の t 微分で与えられる．さらに $I_i(x, t)$ の x 微分は $V_j(x, t)$ の t 微分で与えられる．x, t は伝送線の場所と時間を表す．足し算記号に現れる j は全ての線からの足し算をおこなう．これらの式をどのように導出するかは別の機会に書くことにするが，電気信号は電線の周りに生じる横成分電磁場の振動（TEM モード）で電線を伝搬する．

上記の基本方程式(1)に現れる係数である誘導係数 L は基本方程式の導出の途中で現れるベクトルポテンシャル A_i が

$$A_i(x,t) = \sum_j L_{ij} I_j(x,t) \tag{3}$$

と書かれ，ベクトルポテンシャルが自ら及び他の線を流れる電流の重ね合わせで計算されることから生じる．A_i は単位長さ当たりの磁束に等しいことが知られており，この L の計算法はほとんどの電磁気学の教科書で書かれている．基本方程式(2)に現れる係数である電気容量 C は

$$Q_i(x,t) = \sum_j C_{ij} V_j(x,t) \tag{4}$$

と書かれ，電荷 Q_i は自ら及び他の線のスカラーポテンシャル V_j からの影響を足し算する時の係数として表現されている．ところが，この C の計算法はどの教科書にも書かれていないことには注意を要する．敢えて探せば，直ぐ下に述べる P から計算すれば良いとしている教科書が見付からない訳ではないが，その P の計算法が示されていない．したがって，従来の基本方程式では本来は同等に扱うべきベクトルポテンシャルとスカラーポテンシャルが同等には扱われていない．そこでベクトルポテンシャルの表現とそろえるために式(4)の逆の関係を作る．

$$V_i(x,t) = \sum_j P_{ij} Q_j(x,t) \tag{5}$$

この式に現れる係数 P は電位係数と呼ばれ，電気容量 C とは逆行列の関係になる．$P_{ij} = C_{ij}^{-1}$．この式(5)では式(3)のベクトルポテンシャルの場合と同じように，スカラーポテンシャルが自ら及び他の線にある電荷の重ね合わせの原理で計算されるという表式になっている．このように書くと電位係数 P も誘導係数 L と同じように重ね合わせの原理で計算出来ることになり，ベクトルポテンシャルとスカラーポテンシャル及びその原因となる電流と電荷を対称に取り扱うことができる．この電位係数の導入が新しい多導体伝送線路理論を作る際の重要な第一歩となる．この電位係数 P が優れているのは電荷の重ね合わせの原理で計算するので，電線の幾何学的な形状と他の電線との距離を与えると完全に決まるところであり，電気容量 C は P の逆行列で与えられることで分るように電線の数を変えるたびに C という係数は変更を余儀なくされる．従来の 2 導体伝送線路理論では C を用いて

おり，このため，重ね合わせの原理が成立せず，3導体に拡張できなかったと考えて良い．

上記の議論で電位係数 P が電気容量 C の逆行列として導入されたので基本方程式(2)の逆の関係を作ると

$$\frac{\partial V_i(x,t)}{\partial t}=-\sum_j C_{ij}^{-1}\frac{\partial I_j(x,t)}{\partial x} \tag{6}$$

が得られる．P は C の逆行列 $P_{ij}=C_{ij}^{-1}$ なので

$$\frac{\partial V_i(x,t)}{\partial t}=-\sum_j P_{ij}\frac{\partial I_j(x,t)}{\partial x} \tag{7}$$

を得ることができる．この式(7)と式(1)が新多導体伝送線路理論の基本方程式となる．

4. ノーマルモードとコモンモード

従来は多導体の場合の伝送線路の振舞いは L と C を与えた上で，その多導体系のふるまいは数値計算にゆだねられている[3]．そのことにより電磁ノイズのような複雑な問題は理解出来なかった．しかし，電磁ノイズの起源を理解するのに最も重要なことは電気回路で常に議論されるノーマルモード（表の世界）と，その存在は意識はされてはいるがその計算方法はどこにも与えられていないコモンモード（裏の世界）の関係をあらわに表現することである．ノーマルモードとコモンモードが始めて正確に議論出来るのが3導体伝送線路である．すなわち，3本線を流れる電流の和が0（$I_1+I_2+I_3=0$）である場合でも，二つの独立な電流が定義出来る．それらをノーマルモード電流（電流の差）とコモンモード電流（電流の和）と呼び次のように定義する．

$$\begin{aligned} I_n&=\frac{1}{2}(I_1-I_2)\\ I_c&=I_1+I_2 \end{aligned} \tag{8}$$

それに応じてノーマルモード電圧とコモンモード電圧を次のように定義する．

$$\begin{aligned} V_n&=V_1+V_2\\ V_c&=\frac{1}{2}(V_1-V_2) \end{aligned} \tag{9}$$

新多導体伝送線路理論の基本方程式(1)(7)で電線の数が3とし，電流の和が0であるという条件をいれる．その上で，ノーマルモードとコモンモードの電位（V_n, V_c）と電流（I_n, I_c）を使うと基本方程式は次のように書かれる．

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_n(x,t)}{\partial t}&=-P_n\frac{\partial I_n(x,t)}{\partial x}-P_{nc}\frac{\partial I_c(x,t)}{\partial x}\\ \frac{\partial V_n(x,t)}{\partial x}&=-L_n\frac{\partial I_n(x,t)}{\partial t}-L_{nc}\frac{\partial I_c(x,t)}{\partial t}\\ \frac{\partial V_c(x,t)}{\partial t}&=-P_{cn}\frac{\partial I_n(x,t)}{\partial x}-P_c\frac{\partial I_c(x,t)}{\partial x}\\ \frac{\partial V_c(x,t)}{\partial x}&=-L_{cn}\frac{\partial I_n(x,t)}{\partial t}-L_c\frac{\partial I_c(x,t)}{\partial t} \end{aligned} \tag{10}$$

このように4つの式が対称の形に書けるのは電位係数 P を導入したことによる．電気容量 C を使った従来の基本方程式で2つのモードを導入するともっと複雑な式になる．ここで n と c の添字をつけてある物理量はノーマルモードとコモンモードに対する物理量を表している．二つのモードの誘導係数や電位係数は次のようにやはり対称の形で書ける．

$$\begin{aligned} L_n&=L_{11}+L_{22}-2L_{12}\\ L_c&=\frac{1}{4}(L_{11}+L_{22}+2L_{12}-4L_{13}-4L_{23}+4L_{33})\\ L_{nc}&=\frac{1}{2}(L_{11}-L_{22})-L_{13}+L_{23}=L_{cn}\\ P_n&=P_{11}+P_{22}-2P_{12}\\ P_c&=\frac{1}{4}(P_{11}+P_{22}+2P_{12}-4P_{13}-4P_{23}+4P_{33})\\ P_{nc}&=\frac{1}{2}(P_{11}-P_{22})-P_{13}+P_{23}=P_{cn} \end{aligned} \tag{11}$$

まずはこの式を理解するために二つのモードが結合しない場合を考える．そのためには4つの方程式で非対角成分が0になるように係数を取る．その条件は $P_{nc}=L_{nc}=0$ である．即ち，$P_{11}=P_{22}$，$L_{11}=L_{22}$ が成立すると同時に，$P_{13}=P_{23}$，$L_{13}=L_{23}$ が成立することであり，「配線の対称化」と呼ぶ．この場合のノーマルモードは

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_n(x,t)}{\partial t}&=-P_n\frac{\partial I_n(x,t)}{\partial x}\\ \frac{\partial V_n(x,t)}{\partial x}&=-L_n\frac{\partial I_n(x,t)}{\partial t} \end{aligned} \tag{12}$$

と書かれる．後に P_n と L_n を計算するが，この式は波動方程式になっており，通常の2本線の場合の伝送線路理論の方程式であり，光の速度で伝搬することが分る．この式が大学の電磁気学の教科書に書かれている式である．一方で裏の世界を与えるコモンモードも

$$\frac{\partial V_c(x,t)}{\partial t} = -P_c \frac{\partial I_c(x,t)}{\partial x}$$
$$\frac{\partial V_c(x,t)}{\partial x} = -L_c \frac{\partial I_c(x,t)}{\partial t} \tag{13}$$

と書かれる．次の章でこれらの係数を計算するがコモンモードも光の速度で伝搬することが示される．

この段階で重要なことは微分方程式の係数である誘導係数と電位係数を求めることであり，どんな場合にノーマルモードとコモンモードの結合が切れるのかを明らかにすることである．このようにコモンモードの存在をあらわに扱い，独立なモードとして計算されるノーマルモードの物理と区別しながら議論するのは始めてのことである．

5.　誘導係数と電位係数

この章では誘導係数 L と電位係数 P を計算する．そのさいに誘導係数は電流の間の相互作用であるアンペールの法則と関係しており，電位係数は電荷の間の相互作用であるクーロンの法則と関係していることに気づくことである．

$$V_I = \frac{\mu}{4\pi}\frac{I_1 I_2}{r} \tag{14}$$

$$V_Q = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1 Q_2}{r} \tag{15}$$

つまり上の式は二つの平行な電流を距離 r 離した時のポテンシャルエネルギーであり，下の式は二つの電荷を距離 r 離した時のポテンシャルエネルギーを与えている．重要なことはこの二つの式は全く同じ形をしていることである．

二つの電線の間の関係を与えるのにノイマンの公式を使う．一般の教科書では誘導係数 L_{12} が次の式で与えられている．この式も教科書に与えられているということで，あえて細部を書かないことにする．

$$L_{12} = \frac{\mu}{4\pi l}\frac{1}{S_1 S_2}\int d\mathbf{s}_1 \int d\mathbf{s}_2 \int dx_1 \int dx_2 \frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \tag{16}$$

この式は上のアンペールの法則を二つの電線に当てはめて計算したと考えると理解出来る．即ち $\mathbf{r}_1$ は電線1の中の一つの点の座標であり，$\mathbf{r}_2$ は電線2の中の一つの点の座標である．この絶対値の差は二つの点の距離を表す．電流が有限の太さ S_1 と S_2 をもつ電線の全ての位置を準定常的に流れているという全空間での積分を取っており，電流間のポテンシャルエネルギーと関係づけるのに必要な透磁率 μ を含む係数がついている．l で割っているのは単位長さあたりの係数であるということで誘導係数が与えられている．この線方向の積分をすると

$$L_{12} = \frac{\mu}{2\pi}\left(\ln 2l - 1 - \frac{1}{S_1 S_2}\int d\mathbf{s}_1 \int d\mathbf{s}_2 \ln|\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2|\right) \tag{17}$$

この段階で幾何学的平均距離（GMD）を次のように定義する．

$$\ln \tilde{a}_{12} = \frac{1}{S_1 S_2}\int d\mathbf{s}_1 \int d\mathbf{s}_2 \ln|\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2| \tag{18}$$

このように定義した GMD を使うと誘導係数は次のように書ける．

$$L_{12} = \frac{\mu}{2\pi}\left(\ln\frac{2l}{\tilde{a}_{12}} - 1\right) \tag{19}$$

電線 i と電線 j に対しては

$$L_{ij} = \frac{\mu}{2\pi}\left(\ln\frac{2l}{\tilde{a}_{ij}} - 1\right) \tag{20}$$

となる．この誘導係数は長さ l を含むが，この長さは交流の際には準定常近似が成り立つ範囲の長さだと理解される．つまりは l が波長 λ の長さにくらべて小さい場合には l であり，波長より長い場合には $l \sim \lambda$ となる．この方法を他の場合にも適応することで全ての誘導係数を計算することができる．

電位係数 P は式(15)と式(14)が同型であることから，誘導係数と同様の方法で計算出来る．そのさいに考慮するのは電流 I と電荷 Q の間には連続の方程式の関係があり，電線内での I と Q の空間的な分布は一致している．したがって，電位係数も同じようにノイマンの公式を使って計算出来る．その結果は一般の場合に次のように書ける．

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(\ln\frac{2l}{\tilde{a}_{ij}} - 1\right) \tag{21}$$

ここで $\tilde{a}_{ij}$ は電線 i と電線 j の間の幾何学的平均距離（GMD）であり，式(18)と同じような式で定義される．L も P も空間的には同型で，その比は全て光の速度で表現出来る．

$$\frac{P_{ij}}{L_{ij}} = \frac{1}{\varepsilon\mu} = c^2 \tag{22}$$

さらにそれらの積は特性インピーダンス Z_{ij} を与える．

$$P_{ij}L_{ij}=Z_{ij}^2 \tag{23}$$

このとき，電線を i 自身とすると，その電線の特性インピーダンス Z_{ii} が定まることを意味しており，電流が流れるときの電線に沿っての電圧変化が計算できることになるが，これまた初めてである．

電位係数と誘導係数は係数だけ違っていて空間的には同型なので，電位係数に対するノーマルモードやコモンモードの式のみを書く．

$$\begin{aligned}
P_n&=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{\tilde{b}^2}{\tilde{a}_1\tilde{a}_2}\\
P_c&=\frac{1}{8\pi\varepsilon}\ln\frac{\tilde{d}_1^4\tilde{d}_2^4}{\tilde{a}_1\tilde{a}_2\tilde{b}^2\tilde{a}_3^4}\\
P_{nc}&=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\ln\frac{\tilde{a}_2\tilde{d}_1^2}{\tilde{a}_1\tilde{d}_2^2}
\end{aligned} \tag{24}$$

誘導係数に対しても全く同形の式を書くことができる．この式では，式(20)や式(21)にあった定数の1や長さ l が消えており，ノーマルモードに関する表現は教科書に良く表れる式である．コモンモードに関する表現は初めて導出されたものである．結合項は電線1と電線2の太さを表すGMDの比と，電線1と環境線のGMDである $\tilde{d}_1$ の2乗と電線2と環境線のGMDである $\tilde{d}_2$ の2乗の比の積であたえられる．すなわち，この結合項は二つの線の形状が等しく，二つの線と環境線との距離が等しい時には0になる．従って，「配線の対称化」の条件が1つの式で表わされたことになる．

6. 二つのモードが結合している場合の微分方程式と一般解

ノーマルモードやコモンモードの特性インピーダンス $Z_i=P_i/c=L_ic$ を使って伝送線路方程式を書く．

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V_n(x,t)}{\partial t}&=-cZ_n\frac{\partial I_n(x,t)}{\partial x}-cZ_{nc}\frac{\partial I_c(x,t)}{\partial x}\\
\frac{\partial V_n(x,t)}{\partial x}&=-\frac{Z_n}{c}\frac{\partial I_n(x,t)}{\partial t}-\frac{Z_{nc}}{c}\frac{\partial I_c(x,t)}{\partial t}\\
\frac{\partial V_c(x,t)}{\partial t}&=-cZ_{cn}\frac{\partial I_n(x,t)}{\partial x}-cZ_c\frac{\partial I_c(x,t)}{\partial x}\\
\frac{\partial V_c(x,t)}{\partial x}&=-\frac{Z_{cn}}{c}\frac{\partial I_n(x,t)}{\partial t}-\frac{Z_c}{c}\frac{\partial I_c(x,t)}{\partial t}
\end{aligned} \tag{25}$$

4つの連立微分方程式は3つの特性インピーダンスで書かれている．ここで $Z_{cn}=Z_{nc}$ である．この方程式を解くのに，この式に平面波の関数を代入し一般解を求める．

$$\begin{aligned}
V_n(x,t)&=v_ne^{j\omega t-jkx}\\
I_n(x,t)&=i_ne^{j\omega t-jkx}
\end{aligned} \tag{26}$$

さらに同様の関係式をコモンモードでも定義する．

$$\begin{aligned}
j\omega v_n&=cZ_njki_n+cZ_{nc}jki_c\\
-jkv_n&=-\frac{Z_n}{c}j\omega i_n-\frac{Z_{nc}}{c}j\omega i_c\\
j\omega v_c&=cZ_{nc}jki_n+cZ_cjki_c\\
-jkv_c&=-\frac{Z_{nc}}{c}j\omega i_n-\frac{Z_c}{c}j\omega i_c
\end{aligned} \tag{27}$$

この方程式は係数を与える線形方程式の形で表現出来る．

$$\begin{pmatrix}\omega & 0 & -kcZ_n & -kcZ_{nc}\\ kc & 0 & -Z_n\omega & -Z_{nc}\omega\\ 0 & \omega & -kcZ_{nc} & -kcZ_c\\ 0 & kc & -Z_{nc}\omega & -Z_c\omega\end{pmatrix}\begin{pmatrix}v_n\\ v_c\\ i_n\\ i_c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix} \tag{28}$$

この式で有限の解を持つためには係数の行列式が0にならないといけない．

$$\det|M|=0 \tag{29}$$

これから伝送線の振動の分散式を得ることができる．二つの解は $k=\pm\omega/c=\pm k_0$ と書ける．ただし $k_0=\omega/c$ で c は光の速度である．したがって，結合した場合でも光の速度で信号は伝わることが導出される．

$$\begin{aligned}
v_n&=Z_ni_n+Z_{nc}i_c\\
v_c&=Z_{nc}i_n+Z_ci_c\\
v_n'&=Z_ni_n'-Z_{nc}i_c'\\
v_c'&=Z_{nc}i_n'-Z_ci_c'
\end{aligned} \tag{30}$$

したがって，場所に依存する解は下の様に書ける．

$$\begin{aligned}
V_n(x)&=v_ne^{-jk_0x}+v_n'e^{jk_0x}\\
I_n(x)&=i_ne^{-jk_0x}+i_n'e^{jk_0x}\\
V_c(x)&=v_ce^{-jk_0x}+v_c'e^{jk_0x}\\
I_c(x)&=i_ce^{-jk_0x}+i_c'e^{jk_0x}
\end{aligned} \tag{31}$$

この一般解を使ってエネルギーの移行を計算すると，非常に重要な結果を得ることが出来る．結合がない時（$Z_{nc}=0$）にはコモンモードのエネルギーは最初の点（$x=0$）でゼロならばずっとゼロである．一方で結合がある時にはコモンモードのエネルギーは場所とともに増加する．そのエネルギーはノーマルモードが持っているエネルギーが減少することでまかなわれる．即ちノーマルモードからコモンモードへエネルギーが移ったことになる[2)]．

7.　新理論による電磁ノイズの発生原理とその制御方法

新しい伝送線路理論はJPSJに論文（以下では土岐・佐藤JPSJ論文と呼ぶ）として発表した[2]．新しい理論では3導体伝送線の計算により，ノーマルモードとコモンモードを導入し，これらのモードは一般的には結合することを示した．これまでの電気回路理論ではノーマルモード（表の世界）の動作は計算するが，コモンモード(裏の世界)の動作は計算しない．このコモンモードは2本の主線を流れる行きと帰りの電流が等しくない時に有限となり，その有限で残った電流は環境をコントロールなしで走る．したがって，コモンモードの存在が環境との結合を意味している．つまりは，コモンモードの存在が環境における電磁ノイズの原因となる．この環境との結合を切るためには二つの主線の太さを同じにし，環境との距離も同じにすることが必要である．ところが伝送線（主線である2本線）はどのようにするかは電気回路の設計者の意思で決定出来るが，環境には他の電気回路や色々な形の伝導体があり，設計者の意思でコントロールすることができない．そのために一般には2本の主線だけの伝送線路回路ではノイズを発生するし，その回路はノイズを吸収する．

それではどのようにすれば伝送線と環境との結合を切ることができるのか．そのためには自らでコントロール出来ない環境の影響が最小限になるように，まわりの環境に打ち勝つような“環境線”を主線の近くに別途導入し，それを自分でコントロール出来る環境線として2つの主線からの距離が等しい位置に導入する．このことにより，主線からの電磁波の漏れを3番めの線（自分でコントロールする環境線）ができるかぎり吸収するようにする．さらにこの3本めの電線の役割を確実なものにするために3番めの線を回路の中に取り込む．そのため，電源を上下に二分割して中点を設け，そこに中線を繋ぎこめば良い．そのように考えて描かれた回路が**図5**である．3本めの線は2つの電線から見て中心の位置におくと，回路の中心線となる．この場合には2本の主電線で生じたコモンモードは回路内に導入された中心線を通ることになるので電磁ノイズを回路内に閉じ込めることが出来たことになる．

このように伝送線を回路内に取り込むと，この中心線のまわりに対称の位置に電源や負荷を配置することが可能になる．すなわち，積極的に対称化を行うことでノーマルモードとコモンモードの分離が電源や負荷

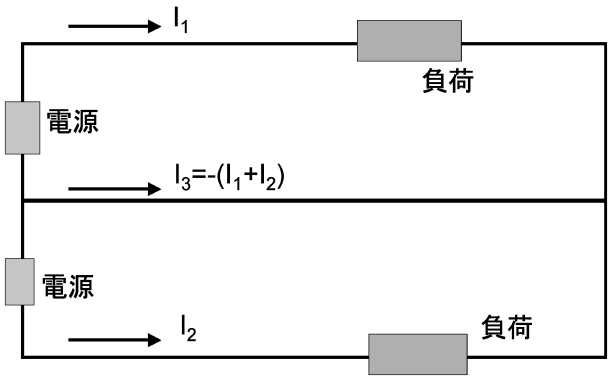

図5　1本めと2本めの線は主線であり，3本めの線は伝送線の議論では環境線としていたが電気回路では回路に実際に繋ぎ込むので電気回路の中心線とする．さらにこの中心線の上下対称の位置に電源や負荷を配置することで外界との結合を切ることができる

がある場合でも出来るようになる．3本線対称化電気回路はノーマルモードもコモンモードも自らがコントロール出来るように出来るので高周波電磁ノイズが問題となる場合にはノイズフィルターを対称の位置に挿入することで高周波のノイズも激減することが可能となる．

8.　HIMAC方式の電源加速器回路

千葉の放医研のHIMAC加速器では加速器電源回路としては，今回の多導体伝送線路理論で分ったことが先取りされている．**図6**のHIMAC電源回路の概念図にあるように，電源と一連の電磁石コイルさらにはノイズフィルターが中心線の周りに対称に配置されている．実際のHIMACの電源ではコモンチョークコイルとノーマルチョークコイルを直列に繋いでフィルターとしているが，その動作は**図6**のフィルターと同じである．この3本線対称回路の動作については佐藤・土岐NIM論文で議論されている[4]．3本線集中定数回路では負荷に入力する側の電流と電位，さらには負荷から出力する側の電流と電位の間の関係は行列で表現出来る．この場合の負荷の役割は一般に次のように定義されるM行列で与えられる．

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V'_1 \\ V'_2 \\ I'_1 \\ I'_2 \end{pmatrix} \tag{33}$$

その上でこれまでと同じようにノーマルモードとコモンモードに対する電位と電流を導入する．

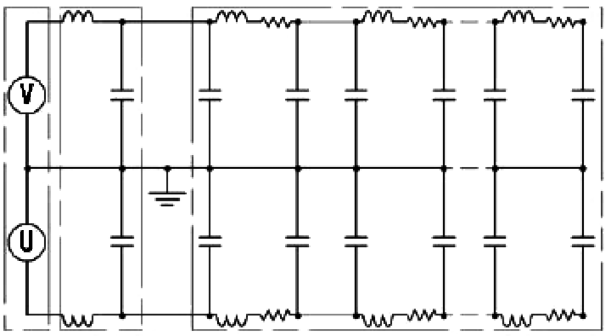

図6　HIMACで使われている佐藤方式電源加速器回路で中心線の周りに電源，ノイズフィルター，一連の磁石（負荷）が対称の位置に配置されている．この方式により数ppmのノイズレベルが実現されている．なお，この図は配線が3導体伝送線路として機能することを示した土岐・佐藤JPSJ論文以前に描かれたものである．そのため，この図からは，その論文や本論文で示したコモンモードノイズとノーマルモードノイズとの結合があらわに読み取れない．読者諸兄妹自ら想像を逞しくしてそれを読み取って頂きたい

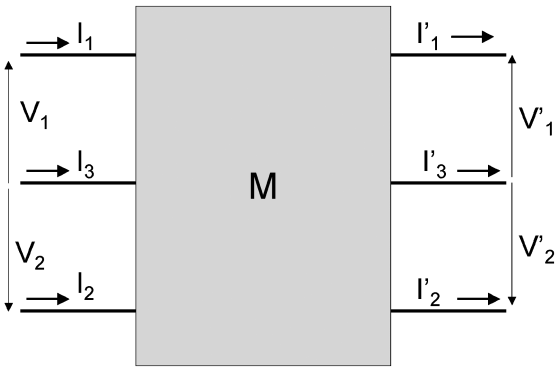

図7　3本線回路に負荷を繋いだ場合の負荷があることによる入力と出力の関係はM行列で表現される．ここで電流の和は0なので，$I_3=-(I_1+I_2)$および$I'_3=-(I'_1+I'_2)$．下の電線の電流の方向と電位の方向がもとの論文から逆の方向になっている[4)]

$$\begin{pmatrix} V_n \\ I_n \\ V_c \\ I_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V'_n \\ I'_n \\ V'_c \\ I'_c \end{pmatrix} \tag{33}$$

その上で象徴的な負荷を**図8**にあるように上下の伝送線に入れた場合のM行列を求めてみる．

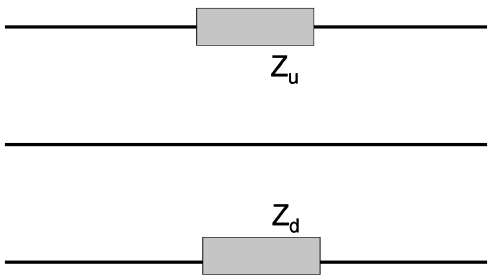

図8　3本線回路の上線にインピーダンスZ_uを下線にインピーダンスZ_dを繋いだ場合

$$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Z_u+Z_d & 0 & \frac{1}{2}(Z_u-Z_d) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(Z_u-Z_d) & 1 & \frac{1}{4}(Z_u+Z_d) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{34}$$

したがって，中心線から上下の負荷の値が等しい時には$Z_u=Z_d$となり，ノーマルモードとコモンモードの非対角要素が0になり，これらの二つのモードは結合しない．すなわち，集中定数回路においても負荷を中心線のまわりに対称に配置するとノーマルモードはコモンモードとは独立に計算が可能になる．

負荷を中心線の上下で対称に配置することでノーマルモードとコモンモードが結合しない．したがって，上下対称に配置した3本線回路ではノーマルモードとコモンモードを完全に分離することができて，ノーマルモードに関しては従来の方法で回路の動作の計算が可能である．その結果，電源の中点に中心線を繋ぎ込むことによりコモンモードの流れを確保し，電磁場を回路内に閉じ込めることが可能である．さらには負荷を対称に配置することでコモンモードとノーマルモードの結合を切ることができ，そのどちらにも静的なノイズフィルターを導入することで高周波ノイズを減少することができる．上下対称3本線回路では回路の動作の計算が可能であるため，HIMAC加速器で採用されているように，さらにアクティブフィルターを入れて決定的にノイズを削減することが可能になる．

さらにはノーマルモード電流のみで動作する磁石の電線の結び方が提案されている．**図9**で示してある電磁石の配線ではノーマルモード電流のみが使われている．上の部分は上の電線を流れる電流を使い下の部分は下の電線を流れる電流を使うことで磁場はノーマルモード電流のみで作動する．したがって，たとえコモ

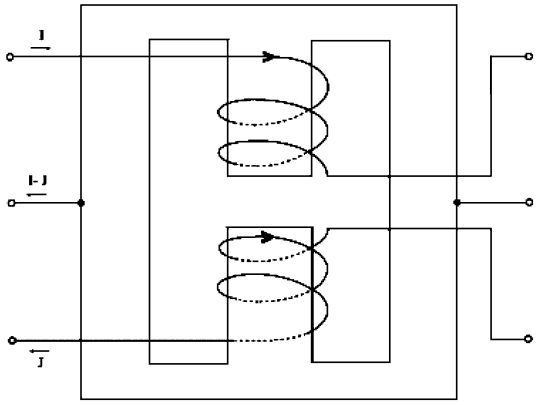

図9　HIMAC で導入されたノーマルモード電流のみを使った電磁石である．上の部分は上の電線を流れる電流を使い下の部分は下の電線を流れる電流を使うことで磁場はノーマルモード電流のみで作動する

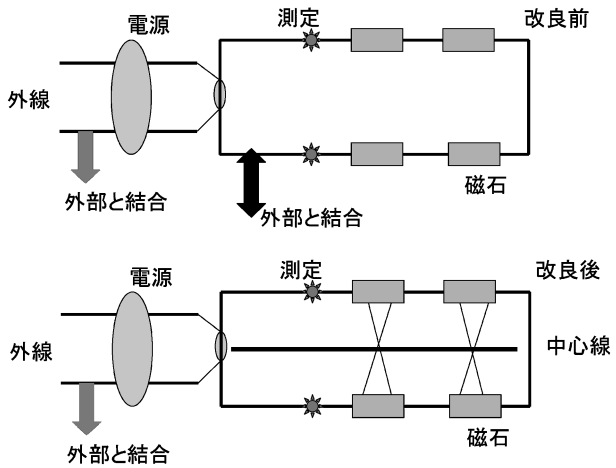

図10　JPARC-MR での加速器電磁石回路の概念図．改良前（上図）には一つの電源から出てくる電線に磁石が串刺しの形で配置されており，測定は最初と最後の電磁石のところで行われている．改良後（下図）には中心線を導入し上下に対称の位置に配置されている電磁石がノーマルモード磁石の配線を行い，ノーマルモード電流のみを使う方式を採用している[1)]

ンモードに大きなノイズが存在していても，このようなノーマルモード磁石を使うとノーマルモード電流のみで磁石は動作する．中心線は電磁石のまわりの鉄と接続され対称の関係が保たれている．

以上を纏めると，「電源と負荷と配線の対称化＋コモンモードフィルターとノーマルモードフィルター」を実現することがノイズを減らすことための必須の条件と言えよう．

9.　J-PARC の MR での電磁石回路の対称化

J-PARC の MR では電磁石回路の対称化を行うことでノイズレベルを大幅に減少することができ，シンクロトロンで陽子ビームを加速することに成功した．そのさいに使った加速器電磁石回路の概念図を**図10**に示す．改良前には一つの電源から出てくる電線に磁石が串刺しの形で配置されており，測定は最初と最後の電磁石のところで行われている．改良後には中心線を導入し，**図9**のように，上下に対称の位置に配置されている電磁石がノーマルモード磁石の配線を行い，ノーマルモード電流のみを使う方式を採用している．測定点ではノーマルモード電流を測定しており，**図1**に示すように改良前に存在していた大きなノイズは激減している．低い周波数のところは一桁ノイズレベルが減少しており，高い周波数のところではほとんどのスパイク状のノイズが除かれている．この改良後の測定で観測されているノイズは全てがノーマルモードに存在するノイズで，これらのノイズは電源部から入って来たもので電源部の環境との結合を切ることが必要であることを示している．

この改良では電磁石側での3本線対称化回路が使われている．しかし，電源に中点があるものの，現時点では，中点に直接中線は繋ぎ込まれておらず，従って，コモンモードフィルターも設けられていない．それでも，配線を対称化することでコモンモードとノーマルモードが分離され，ノーマルモード磁石ではそのノーマルモード成分のみを使っていることになる．恐らくは改良後にはコモンモードのノイズも大幅に減少していると思われる．ノーマルモードノイズは電源から入っていると考えられる．現在は電源に中点はあり，また，**図10**に示した中心線はあるものの，中点と中線は直接繋がれていないため，厳密な意味での3本線回路になってはおらず，環境との結合さらにはノーマルモードとコモンモードの結合を通してコモンモード側のノイズが発生していると考えられる．高周波のノイズは HIMAC で使ったような静的なフィルター（上下対称に配置する）を使うことにより高周波成分を大幅に減少することが可能である．

10.　結　　論

電磁ノイズの発生原因を理解するために環境の効果を取り入れた新3導体伝送線路理論の構築を行った．言い換えれば，新3導体伝送線路理論を構築できたことにより，電磁ノイズの発生機構が明らかに出来た．ノイズにはコモンモードとノーマルモードの2種類があり，かつ，コモンモード電流は地球と言う環境をコントロールなしで走るため，コモンモードと

ノーマルモードとが結合し，その結果，ノイズは複雑な振る舞いを示すことが判明した．ところで，通常の多導体伝送線路理論の基本方程式ではその係数として電気容量 C を使っているが，新多導体伝送線路理論ではその逆数である電位係数 P を使った方程式を基本方程式とする．2 本の主線に加えて 3 本めの環境線を導入した 3 導体伝送線路の場合にはノーマルモード（表の世界）とコモンモード（裏の世界）を導入することが可能であり，基本方程式をこれらの二つのモードの電位と電流を使って表現した．これら二つのモードの振舞いを理解するのに電位係数 P で表現された式と，誘導係数である L で表現された式が同じ形になっており，両者で同形式の方程式を得ることが可能である．誘導係数 L と電位係数 P は一方は電流が与えるポテンシャルエネルギー，もう一方は電荷が与えるポテンシャルエネルギーになっていることを使って，同等の考察により電線の形状とお互いの距離の関数としてノイマンの公式を使って計算出来ることを示した．

新多導体伝送線路理論を使って，最初に考察したのはどの場合にノーマルモードとコモンモードが分離するかということである．結合を切るには二つのモードが結合した方程式で結合項を 0 にすることでこの条件が得られるが，そのためには二つの主線の太さなどの形状を等しくすることと，さらには環境との距離も等しくすることが必要であることを示した．環境には他の回路の存在や環境の不均一性が存在しており，この第 2 の条件を満たすことは難しい．したがって，一般には通常の回路ではノイズを発生・吸収することになる．このノイズの問題を解決するためには“環境線”を自らの回路に取り込むことでノイズを回路内に閉じ込め，さらにはこの新しく持ち込んだ環境線を中心線として負荷や電源を対称に配置することでノーマルモードとコモンモードの分離を行うことが可能になる．

電磁ノイズは考察している電気回路と乱雑でコントロール出来ない環境が結合することで発生する．そのために 3 本めの電線を主線である 2 つの電線の近くに入れる．この 3 本めの線を伝送線の中心線として積極的に導入し，電源に中点を設け，そこに中心線を直接繋ぎこみ，負荷や電源を上下対称の位置に配置することでノイズをコントロールし，電磁ノイズのない電気回路を実現出来る．電磁ノイズは自らが放出しており，他の電気回路に迷惑を与えている．一方で他の電気回路が放出する電磁ノイズは自らの電気回路に影響を及ぼしている．一つの電気回路が放出する電磁ノイズは微々たるものだが，それが集積すると環境に置かれた全ての電子機器に影響を与える．全ての 2 本線電気回路を 3 本線対称電気回路に変更することにより電磁ノイズの無い社会を取り戻すことを願っている．

この論文では，交流を直流に変換する電源の直流出力側のノイズの発生機構について論じた．しかし，当然のことであるが，交流側でもノイズが観測されており，そのノイズは電源の交流の上流にある交流系統全般に漏れ出していることは想像に難くない．そのような交流側のノイズも「配線の対称化＋コモンモードフィルターとノーマルモードフィルター」と言う考え方で低減できると考えて良い．

謝辞

J-PARC の MR の加速器部の皆様に感謝します．特に小林仁氏，中村衆氏には電源加速器回路の細部にわたる情報をいただき深く感謝しています．この論文は 2009 年 8 月の日本加速器学会年会の技術研修会で土岐が行なった講演をもとに書かれたものです．講演を可能にしてくださった花木博文氏，招待講演に推薦してくださった畑中吉治氏，福田光宏氏に感謝します．

参 考 文 献

1) H. Kobayashi, Proc. Part. Accel. Conf. (2009).
2) H. Toki and K. Sato, J. Phys. Soc. Jpn. 78 (2009) 094201.
3) C. R. Paul, ‘Analysis of multiconductor transmission lines’ (2008) 1.
4) K. Sato and H. Toki, Nucl. Inst. Meth. A565 (2006) 351.