

## KEK-PS の設計と共鳴及びビーム不安定性の理論

鈴木 敏郎\*

## Design of KEK-PS and Theories of Resonances and Collective Beam Instabilities

Toshio SUZUKI\*

## Abstract

Design works of the KEK-PS (Proton Synchrotron and Booster Complex) are outlined. Related works on betatron resonances and collective beam instabilities are sketched. The present paper is based on a talk at my retirement and emphasis is on my contributions.

## 1. はじめに

私は大学院では東京大学の西川—平川研究室に入り主に  $\gamma$  線による核子からの  $\pi$  中間子発生の実験と理論的解析を行った。博士論文では、重陽子ターゲットを用い中性子からの負  $\pi$  中間子発生の実験を滝川紘治君と一緒に行った。主に、滝川君は実験について、私は理論的解析についてまとめた。1400 MeV 位の質量だったかとおもうが Roper Resonance と呼ばれる核子の励起状態が、今で言う pentaquark の粒子ではないかとの Donachie 達の理論を否定した仕事であった。これは原子核研究所の電子シンクロトロンでの実験で初めて Physical Review Letters に載った仕事である (T. Nishikawa et al. PRL21, 1288 (1968))。この際近藤都登先生が中心となって開発したシリコン単結晶による制動放射 (Ueberall Effect) を用いた。  $\gamma$  線は偏極し且つ準単色になる。解析に用いた  $\chi$  自乗検定の方法や周期性のある結晶等は加速器物理にも役立つ物である。その後、原子核研究所に設置されていた素粒子研究所準備室のポストドックになったのが加速器物理を始めるきっかけとなった。

KEK の PS (陽子シンクロトロン) は、エネルギーを 40 GeV と設定した素粒子研究所の計画を基にしている。いわゆる 1/4 縮小案で予算を減らして出発する事になり、色々な加速器が提案・検討された。最終的に 12 GeV slow-cycling, separated-function 型の主リング, 500 MeV rapid-cycling (20 Hz) combined-function 型のブースターのリングと、20 MeV ライナックを入射器とする、カスケード方式が選ばれた。エ

ネルギーは低くてもビーム強度を高くしておこうという考えであった。当時、rapid-cycling booster は難しいと考えられており、BNL では 200 MeV-Linac を、CERN では 4 階建ての slow-cycling booster を採用していた。NAL (現 Fermilab) では rapid-cycling booster を採用していたが、当初困難に直面していた。1972 年に Fermilab から来日された Lee Teng 先生はブースター方式でビーム強度を上げるのには懐疑的になっておられた。Space-charge limit の Teng-formula (Laslett-formula で image force を無視した場合) でも有名な人ではあるが、

エネルギーを達成するのは、比較的易しい。しかし、強度を上げるのは、集団運動の不安定性等から色々難しい点が多い。一応、主リングで  $2 \times 10^{12}$  ppp 以上という値が設定された。しかし、私は小林喜幸先生にならない主リングで  $1 \times 10^{13}$  ppp を達成目標にして、アパーチャーを決めた。故諏訪繁樹先生が、原理的に  $10^{13}$  ppp を目指せる設計にしようという事が基になっていた。小林喜幸先生は、これに基づき計算をして簡単なメモにした。準備研究の始まった 1970 年のことである。私は、同年夏頃、西川哲治先生に勧められて小林先生の設計の仕事を引き継ぐこととなった。私自身、実験家には向かないと思っていた事も大きな理由のひとつであった。

## 2. ビーム光学 (ブースター)

まず、Courant-Snyder の論文を読み、加速器理論に興味を抱いた。次に、実際問題にどういう風に用いればよいかを Regensreif の CERN-PS の設計をまと

\* KEK, High Energy Accelerator Research Organization

めたレポートを読み設計のコツを学んだ。又、丁度良い具合に Bovet 達の公式集も手に入り、これ等は大いに参考になった。ビーム光学の計算機のプログラムに LBNL の A. Garren の SYNCH というプログラムがあったが、これは Fortran だけで書いているプログラムではなかった。その上、fitting の subroutine がついてなかった。そこで SYNCH の最小限必要な subroutine を用い、fitting の subroutine を書き加え設計に用いた。ここで主に用いられているのは、行列の計算である。これは計算機が得意とするもので、Courant-Snyder の理論を出来るだけ行列の計算で説明する試みを KEK のサマースクール (KEK 76-10) で述べた。このような手法は、非線型の問題でも拡張して用いられている。最初の試みは、Karl Brown による second-order optics だと思ふ。更に彼の作った TRANSPORT というプログラムは、ビームトランスポート系の設計に役立った。ブースター、主リング間のトランスポートラインは、鎌田進君が、thin-lens 近似の MAGIC を使って設計した。MAGIC は、Martin Lee 等によって大幅に拡張され、PF リングやトリスタンリングの設計に大いに役立った。

ブースターについては、小林先生の設計は DFDO であった。しかし、計算してみるとトランジションエネルギーは、取り出しエネルギーの 500 MeV にほぼ等しく、これではビームの受け渡しが出来ない。トランジションエネルギーの点では、等時性の条件となり、ブースターのバケツを主リングのバケツの位置に合わせるのが不可能となる。これは位相についてだが、エネルギーについても RF のバケツの中心近くに入れる為には、2つのリングの磁場を精度よく設定する必要がある。両者はシンクロトロン振動で結びついている。この問題は、故亀井亨先生が CERN の 300 GeV 計画のデザインレポートを読み提言された。トランジションエネルギーを上げるには、tune を 1.75 から 2.25 にすれば良い。しかし 2.25 にすると depolarization resonance が起こりビームの偏極が零となるという間違った理論解釈が巾をきかせていた。正しい理論は spin-flip が起こるというもので、1977 年に Saclay の人が指摘した。(これは、新しい事ではなく Froissard-Stora の理論を皆が誤解していたものである。) KEK ブースターでは最初 tune を 1.75 に選んでいたが tolerance を緩める為 2.25 にした。これは、2.25 でも偏極ビームが出来ると言う事が分かる以前の話である。

そこで、話は前後するが、故佐々木寛先生や木原元央先生と議論しながら、FDFO や FDO の lattice を検

討し、FDFO がトランジションエネルギーを一番高くできる事を見出した。これは計算機を使って簡単に出来た。丁度運良く、BNL の Morgan (IEEE-NS, p. 541, 1967) の解析的な計算をみつけ上記のこのチェックになった。更に DFDO では、同じ口径に対し垂直方向のアクセプタンスが大きく、水平方向のアクセプタンスが小さくなる事であった。小林先生は、垂直方向のアクセプタンスをライナックのエミッタンスの 2 倍にとり、垂直方向の位相空間を満たす事を提案された。しかし、具体的方法は、検討事項となった。その後、H<sup>-</sup> 入射がロシア・アメリカで提案され、KEK でも後になって linac のエネルギーを上げこの方法を用いる様になった。これに反して、FDFO のアクセプタンスは垂直方向に小さく、水平方向に大きい事が判った。単に  $\beta$ -関数を計算すればよい。従って垂直入射の必要がなくなり、この事は幸運なことであった。更に良い点は、水平方向の取り出しが容易になることであり、DFDO では垂直方向の取り出しをしなければならない。欠点は直線部のビームサイズが水平方向に大きく、キッカー等の水平方向のサイズが大きくなることであるが、これはうまくいった。FDFO の D の部分を分けて、FDODFO とすれば補正が容易になる。佐々木先生は、補正なしで作る自信があると云われたので FDFO になった。佐々木先生のグループは、入念にエッジのシェーピングをし、磁場をできるだけ線型に近くするように、私の計算と付き合いながら作った。一番難しいと考えられたブースターは、うまく働いて中性子物理、中間子物理、医学利用に道を拓いた。又、主リングの当初目標  $2 \times 10^{12}$  ppp の強度を大きく上回り、恒常的に  $6 \times 10^{12}$  ppp のビームを供給し、最大  $8 \times 10^{12}$  ppp を達成できた礎となった。

しかし、失敗もある。最大のものは、ベータトロンの TUNE を  $\nu_H = 2.2$ ,  $\nu_V = 2.3$  とした事である。Space charge limit を上げる為には  $\nu_V$  を大きくした方が、よいだらうと単純に考え決めてしまった。空間電荷効果は、斥力で tune は小さくなる。従って、線型の結合共鳴を横切ってしまう事である。実際入江吉郎君が、J-PARC の為の painting の予備実験でこの共鳴が不都合になる事を示した。更に佐々木先生達は、高い磁場での磁場測定をし、磁場の飽和により、500 MeV 近くで tune が  $\nu_V = 2.33$  の 3 次共鳴を横切る事を見つけ出した。私は若かったので、この共鳴は誤差 (skew 成分) による共鳴だから大問題にならないと思った。この問題は解決できたが、これは決して良い事ではなく、エミッタンス増大を引き起こしたか

もしれない。結合共鳴では、この他に空間電荷効果による  $2\nu_H - 2\nu_V = 0$  の共鳴が問題となる。Montague resonance と呼ばれている。Tune の  $\nu_H, \nu_V$  の整数部分を変えることが行なわれているが、これを避ける為である。更に、クロマティシティを打ち消すために、磁極に sextupole 成分を加えた。この際 Snowdon の式を用いた。しかしハミルトニアン形式で計算してみると (KEK-74-6) 異なる式が出て来た。そこでクロマティシティは零でなくなる。後に、宮原義一君が kicker magnet による head-tail 不安定性を見つけ sextupole magnet を挿入してこれを打ち消した。これで宮原君は良い論文を書く事ができた。

### 3. ビーム光学 (主リング)

主リングは separated function 型だから作れば何とかかなと言う人もいたが、そういう事はない。しっかりと考える必要があるが、ブースターの場合と異なり、他人との議論も余り無く、充分チェックする人がいなかった。1973 年頃には、TRISTAN の仕事が始まったのも大きな理由のひとつである。先ず小林先生のデザイン通りに  $\nu_H, \nu_V$  共 7.25 付近として、phase advance を  $90^\circ$  近くを選んだ。これは、ビームの入射、取り出しや closed orbit distortion の補正等に便利だが 4 次共鳴を強く励起する。1972 年に当時、Fermilab に在職の Lee Teng 先生が暫くの間 KEK に滞在されていた。彼は phase advance を  $70^\circ$  付近にすると、 $\beta$ -関数が最小になり、4 次共鳴も避けられると主張された。そこで tune を 6 付近にした方が良いという提言をした。これは super-period が 4 なので半整数共鳴を励起すると私が指摘して取り止める事になった。Teng 先生は、 $90^\circ$  lattice のビーム取り出しへの長所をいかす為、直線部が FBDBFODO だったものを、FODBFODB と変えるように提案し、これを採用した。更に Lagrangian-Hamiltonian 形式による加速器理論のすばらしい講義をされた。特に講義録はなかったが、私はこの講義を unpublished として引用した。そのお蔭で外国からもこの講義録についての問い合わせが多かった。遅い取り出しの問題には非線形力学の知識が不可欠である。小林先生ご推奨の Kolomensky-Lebedev の教科書や Schoch の CERN レポート、ポゴリュウボフミトロポリスキーの“非線形振動論”等を少しずつ読んでいたが、私には目の覚めるような講義であった。更に、3 次共鳴取り出しの基本的文献である Symon の論文 (NAL-FN-130, 134, 140, 144 (1968)) を教えていただいた。(Schoch の論文を読んでいればさほど目新しい物ではないが。)

KEK-PS では、半整数共鳴取り出しを用いているが、Teng の理論に Q-magnet による  $\beta$  関数のばたつきを入れた私の理論の方がトラッキングと良く合うと鎌田君が指摘したので論文にした。(KEK-76-7, (1976))。但し、これは原理を見るためのもので、実際の設計を目指したものではない。実際の設計は CERN の Steinbach の協力をえて主リングの人がした。

話は戻るが、phase advance は重要なパラメーターである。3 次共鳴を避けるには、 $60^\circ$  がよく  $120^\circ$  は駄目で、4 次共鳴を避けるには、 $45^\circ$  がよく  $90^\circ$  が駄目となる。これらは簡単な摂動論を用いるか位相空間の図をプロットしてみればすぐ解る。色収差補正の為に六極電磁石を用いるが、その後色々な人達が検討し、 $60^\circ$  lattice では周長が長くなる為、 $90^\circ$  lattice でよいというデザインも検討されている。八極電磁石を用いて Landau damping させる事は、dynamic aperture を狭くするので、技術的進歩もあり、feedback を多用するようになったことも大きな理由になるだろう。しかし、空間電荷効果の大きい KEK-PS 位の低エネルギーのハドロン加速器では問題となるだろう。

### 4. 主リングの口径と space charge limit

主リングの強度が上がらないのは、磁石の口径が足りないからだと言う人が以前からいた。しかし、K2K 実験などの為、故木代純逸君や高山健君などが中心になり、主リングのアクセプタンスのような基本的な事も含め、加速器実験を初めからやりなおした。その結果、microwave instability や head-tail effect 等を抑える等して、定常  $6 \times 10^{12}$  ppp のビームを供給できるようになった。最大値は  $8 \times 10^{12}$  ppp となり、目標値である  $10^{13}$  ppp をほぼ達成できた。これは口径を大きくしたわけではない。口径をもっと増やしておけばよかったと言う人もいるが、8 GeV の予算で 12 GeV を達成するだけでも予算的に苦しかったという事を忘れてはならない。垂直方向の口径を増やすと電力代がかさむ等と嫌がられた。水平方向の口径はもっと増やしておいた方がよかったかなという気もする。これは RF-Bucket や磁場の ripple の計算が少し甘かったかもしれないからである。付け加えるならば、口径は入射時のフラットボトムで決めている。加速が始まると運動量の広がりが増え、バンチングファクターも小さく成る。しかし、入射可能な強度は、 $1.3 \times 10^{13}$  ppp という事なので単純に physical aperture が不足とはいえないだろう。木代君はたぶんこれが space charge limit ではないかと言っていた。これ

は、もっともな事で、私の書いたデザインレポート (KEK 74-4) では、一様ビームの場合  $2 \times 10^{13}$  ppp あたりがリミットとした。Gaussian bunch ( $2\sigma$  をビームサイズとした場合) や parabolic bunch では、space charge limit は、半分の  $1 \times 10^{13}$  ppp になる。これは高山君が学生だった時に一緒に検討した事でもある。これらの事柄は、OHO '86 (夏の学校) で円型ビームの場合について書いておいた。moving bucket では Bunching factor も小さくなり、運動量の拡がりも大きくなるだろう。そこで本当のリミットは小さくなるだろう。尚、Sacherer の理論によればリミットは  $4/3$  だけ大きくなる。私見によれば加速開始時でのビーム損失は高強度の効果だと思う。実際 head tail 効果が見つかっている。

口径について付け加えれば、ここでいう口径とは good field region の事である。これの判定基準は、以前から色々と論文があったと思うが、これはいわゆる dynamic aperture の問題である。先ずは、Kolomensky-Lebedev の教科書に書いてあるような一次の摂動論で見当がつく。これは特に新しい事ではないと思うが、CERN の Guignard がいくつかの CERN-Report にしている。この方法で主リングの人が stopband 巾を計算した。現在では、高次の摂動計算に便利な Lie algebra の方法がある。後は、tracking でたしかめることである。この問題で口径を増やし予算がオーバーになり、アメリカの SSC 計画が駄目になった事は有名である。J-PARC のような大強度シンクロトロンでは、ビーム損失や損失の局所化等を考慮して口径を決めなければならない。しかし、磁石の口径を大きくすると fringing field の効果が大きくなる事に注意が必要になってくる。

ブースターと主リングは同じ条件で口径を決めたのに何故主リングは最初ビーム強度が少なかったのか？一つには、磁場の非線型性にあるだろう。実際、真空チャンバーのせいで磁場が大きく乱れている事が分かった。これはチャンバーを取り替えることでビーム強度が上がった。もう一つの原因は、共鳴やビーム不安定性には、rise-time があり、繰り返しの早い機械の方が楽になる点であろう。尤も今やストレージリングの時代であるが、加速器を始めて半年余り経た 1971 年春には optics の基本的な設計は完了した。この設計の話は 1971 年の CERN-HEAC に記しておいた。もっと詳しいレポートは、KEK-74-4 である。

その後、1976~77 年にかけて、文部省在外研究員として、CERN に 10 ヶ月、アメリカ、カナダに 2 ヶ月滞在し、BNL, Fermilab, TRIUMF, SLAC と研究

所訪問をした。LEP が B. Richter により提案され、設計が始まった頃である。私は beam-beam 効果の linear tune shift が lattice に与える影響や injection optics を collision optics に徐々に変えるいわゆる detuning の計算をした。次に cod (closed orbit distortion) のビームダイナミックスの研究をした (CERN/ISR-TH/77-64)。Sextupole magnet と cod の組み合わせで半整数共鳴が起こったり、Q-magnet と cod の組み合わせでシンクロトロン放射に anti-damping が起こったりする事がシミュレーションで見つかっていた。これは当時の大問題の一つであった。私は四極電磁石の設置誤差は相関ないとしても cod には相関があるという理論を作り、この問題は大きな問題とはならない事を示した。この問題は解決され、LEP はうまく動いた。SLAC では上記の延長として、誤差による dispersion function の理論を作った (PEP-259, (1977))。

1984~90 年にかけて、TRIUMF 研究所に度々招聘されて、KAON-FACTORY の設計研究及び理論的研究を行なった。色々と設計に則したデザインノートを書いた。主なものは、dispersion や space charge によるシンクロベータトロン共鳴、色収差による head-tail 効果や結合不安定性の計算等々である。1987~88 年に CERN に招聘され、局所的インピーダンスによるコヒーレント-シンクロベータトロン共鳴等の研究をした。

## 5. 共鳴とビーム不安定性の理論

円型加速器で先ず大切なことは、共鳴を避けることである。これは、磁石毎の磁場のばらつきや非線型磁場を小さくする事と tune diagram の中から良い tune を選ぶ事が必要である。先ず、磁石による共鳴現象を考えると横方向の運動量  $p_x$  が増大する。このエネルギーは何処から来るのか？ 静磁場では全運動量  $p_0$  は変わらない。しかし、ビームの進行方向を変え  $x' = p_x/p_0$  が変化する。ビームが中心軌道の外側に ( $x'$  の絶対値が大きくなるように) 曲げられると進行方向の運動量  $p_s$  が小さくなり、 $p_x$  が大きくなる。このようにビームが曲げられる度に横方向の運動と縦方向の運動の間にエネルギーが交換される。薄いレンズ近似では座標  $x$  は変わらず  $x'$  だけが変化する。この変化が回転毎に積み重なる時、共鳴となる。磁場は線型でも非線型でも根本は同じである。ただ解析が難しくなるかどうかである。非線型磁場を 1 回だけ通る時は問題ないという意見もあったが、これは偏見である。例えば六極電磁石では、 $\Delta x'$  は  $x^2$  に比例する。位相

空間で考えればすぐ分かるようにエミッタンスの形が変わり、実効的エミッタンスは増大となる。入射や取り出しの時、強い非線型の fringing field を1回通るだけでビーム損失が起きる。偏向電磁石では  $\Delta x'$  は  $x$  によらず、四極電磁石は  $x$  に比例し、六極電磁石は  $x^2$  に比例……等々である。

簡単の為整数共鳴を考える。線型の問題だから解析的に解ける。一つの磁石に誤差があるとする。これを一般の場合に拡張するのは容易である。Courant-Snyder 変換をし、normalized variable ( $X, P$ ) をとると、方程式は、

$$X'' + \nu^2 X = -\frac{\Delta B l}{B \rho} \nu \sqrt{\beta} \delta_p (\phi - \phi_0)$$

となる。

これは調和振動における強制振動の式である。加速器特有の計算も少しは必要だが大学初級で習う現象である。単振子に 1ヶ所 ( $\phi_0$ ) で 1 周毎 ( $\delta_p = \text{periodic delta function}$ ) に等しい力で kick を与えるものと考えればよい。但し、ここでは共鳴曲線を求めるのではなく、初期値問題として扱うのである。共鳴で  $\text{cod}$  が無限大になるという扱いはない。Kick の後、 $\sin \nu \phi$ ,  $\cos \nu \phi$  の自由ベータatron振動をする。 $\delta_p$  をフーリエ展開すると  $\sin n\phi$ ,  $\cos n\phi$  の和となり、 $\nu$  が整数  $n$  に近ければ次々と来る kick の効果が大きく積み重なって振幅が徐々に大きくなっていく事が見当つくだらう。付け加えれば、kick  $\Delta x'$  は  $x$  によらないので、エミッタンスの形が変わらず、rigid dipole oscillation をする。従って重心の運動だけを考えればよい。 $x'$  が増大すると別の場所で  $x$  が増大し、ビーム損失を引き起こす。このような扱いをすれば、resonance crossing の計算が出来る。以上は、1つの  $n$  に注目した近似だが、線型問題でよく使われる定数変化法やグリーン関数を用いる方法で厳密に解ける。 $\nu = n$  の時は、 $\Delta x' = \text{const}$  でターン毎に同じステップで  $x'$  が増え、無限大まで行く。 $\nu$  が  $n$  から少し外れると、 $x, x'$

は大きくなるが無限大にはならない。もう少し詳しく計算して和を取ると運動は閉軌道の周りのベータatron振動というよく知られた事実を導出できる。

この共鳴の理論をビーム不安定性の理論と結びつけられないか？ これは特に新しい事は出ないと思うがこれからの私の課題である。1987年、アメリカのマディソン・ワークショップで話した BBU (Beam Breakup) を申し上げよう。これは先頭の粒子が wakefield を作り、後の粒子に強制振動を引き起こすものである。粒子の tune が等しい時は、resonant blowup を起こし、tune にばらつきを作ると後の粒子の運動も無限大とはならないというものである。Two particle model では、Chao の教科書に載っているが多くの粒子を考えても同様である事を私は示した。線型化されたビーム不安定性の理論は Sacherer の理論に依っている。彼はコンピューターを使わずにすむ形まで理論を単純化した。フランスの Besnier はコンピューターを使う行列の固有値問題とする方法を展開した。現在、LBNL にいる西村弘志君がフランス語で書かれた彼の博士論文を日本語訳して輪講をした。彼が KEK に残っていれば、彼のライフワークの一つになっていたらう。CERN の Bruno Zotter も同様な仕事をし、1980年代に私達は競争しながら論文を書いたものであった。高山君や西村君や陳君のような優秀な学生がいて、楽しい時代のひとコマであった。これ等は主として電子ビームに関してのものである。KEK-PS については、宮原義一君のブースターでの head-tail effect の解析や高山君達の microwave instability や主リングの head-tail effect 等の解析がある。

本稿は 2005 年度に佐賀で行われた加速器学会の為の原稿に少し付け加えたものである。原稿を書き終わりファイルを送りホッとしたりとたん熱を出して出席不能となった為未発表となったものである。

最後に長年に亘って私の為にタイプをして下さった島崎佐知子さん、石井京子さんに感謝します。