

## 解 説

## 重イオン・シンクロトロンの加速器技術と物理・その3 —電磁石の設計と製作のための新たな提案： ヒステリシス特性との格闘—

佐藤 健次\*

### Accelerator Engineering and Physics for Heavy-Ion Synchrotron (3<sup>rd</sup> Part) —A Proposal for Design and Fabrication of Synchrotron Magnets: A Battle against Hysteresis Characteristics—

Kenji SATO\*

## Abstract

The maximum of permeability of such ferromagnetic materials as lamination for magnets appears at a middle excitation level between a positive coercive force and saturation magnetization. In addition, an equation of  $\text{rot}\vec{B}=0$  is possibly valid at not only the boundary between iron core and magnet gap but also the boundary between the iron core surrounded by coils and its outer area in a unique point of magnetization curve around a middle excitation level despite the fact that magnets are energized by coil current although a proof will be given somewhere else; so that a field distribution of magnets at the unique point is expressed by a gradient of scalar potential. It is proposed for synchrotron magnets with wide range from low to high excitation levels that three-dimensional shape of magnets is based on equi-potential surface of the scalar potential at the unique point.

日本加速器学会誌「加速器」第3巻第2号の解説では「重イオン・シンクロトロンの加速器技術と物理・その2—HIMAC 電磁石の設計と製作：ヒステリシス特性との格闘—」<sup>17)</sup>（以下では解説「その2」と略称する）と題して、HIMAC シンクロトロンの建設に携わった経験として、強磁性体においては、乗り移り磁化曲線と大ヒステリシス曲線では物理が異なると考えれば良いことを紹介した。しかし、励起関数を分数関数の和として書き表すと、それなりに成功する理由や、GSI の SIS でスカラー・ポテンシャルの等ポテンシャル面で四極電磁石の3次元磁極形状を定めると、それなりに満足出来る磁場分布が得られる理由が、異なる物理に求められるにしても、明らかではなかった。阪大核物セに転任した後、気掛かりな事柄に関連する幾つかの課題について、大学院生と共に研究に取り組んだ。また、サイクロトロンの性能向上に際して取り組んだ課題の1つである、電磁石の一般的な特性である過渡的渦電流が、気掛かりであった事柄

とも関係していることにも気付いた。さらに、HIMAC シンクロトロンの建設当時には気付かず、最近になって、繋がりが見えて来た物理がある。乗り移り磁化曲線と右側の大ヒステリシス曲線とがぶつかる辺りの1点で、鉄芯と磁極間隙の境界、及び、励磁コイルが巻かれた鉄芯とその外側の空間との境界で、 $\text{rot}\vec{B}=0$  が成立し、外側の空間での磁束密度に対してスカラー・ポテンシャルが存在出来ると言う物理である。さらに、外側の空間では  $\text{div}\vec{B}=0$  も成立しているので、ラプラス方程式の解が磁束密度の分布を与えると同時に、等ポテンシャル面が3次元磁極形状を与え、SIS の四極電磁石がそれなりに成功した理由が明らかになって来た。境界で  $\text{rot}\vec{B}=0$  が成立することは別の機会に証明することにして、本稿では、スカラー・ポテンシャルに基づいて、広い励磁範囲を持つ電磁石の設計方法を提案する。

\* 大阪電気通信大学短期大学部  
Osaka Electro-Communication Junior College  
(E-mail: k-sato@isc.osakac.ac.jp)

## 5. 序論（本稿に限る）：ヒステリシス特性との格闘

まず最初にお断り。本稿の完成間際になって、解説「その2」の図6(a)で定義した乗り移り磁化曲線が、右側の大ヒステリシス曲線にぶつかる辺りの1点で、鉄芯と磁極間隙の境界、及び、励磁コイルが巻かれた鉄芯とその外側の空間との境界で、

$$\text{rot}\vec{B}=0 \quad (13)$$

が成立出来ることに気付いた。その結果、外側の空間での磁束密度はスカラー・ポテンシャル（解説「その2」では磁位ポテンシャルと呼んだが、それとは異なるようなので、以降は、その呼び方を変更する）で表される。ところで、その磁化曲線上の1点は、鉄芯の形状、起磁力であるアンペア・ターン、及び、鉄芯の中心軸と側面とでヒステリシス・ループが異なる（ループが異なることからして磁化曲線上の1点と呼ぶのは誤りと言えれば誤りである。しかし、本稿では簡単のため1点と呼ぶことにする）こと、等々との兼ね合いで定まり、そうした特異な状態が存在することを証明するのは簡単ではない。それに加えて、我々が日ごろ慣れ親しんでいる静磁気学では磁束密度  $\vec{B}$  と磁場の強さ  $\vec{H}$  を独立の物理量とする枠組みを、磁場  $\vec{B}$  と磁化  $\vec{M}$  が独立な物理量とする枠組みに変更する必要がある、その証明は別の機会に譲る。また、透磁率が無限大のとき、やはり、鉄芯と磁極間隙の境界で、(13)式が成立することを、本稿で証明する積もりで、その準備として、解説「その2」では(4)式に言及しておいた。しかし、新たな枠組みの物理が明快であるので、透磁率が無限大としたときの証明は割愛する。このように路線を変更する点についても、お断りしておきたい。いずれにしろ、本稿では、(13)式が成立出来るとし、それに基づいて、解説を行う。

HIMAC シンクロトロンの建設に取り組んだ際、磁場測定に基づいて、磁極端部の厚さや形状を調整することで、偏向電磁石のBL積を揃えることが出来、四極電磁石のGL積の分布を高性能化出来る、実践的な方法があることを、解説「その2」で紹介した。しかし、その方法に頼る限りは、製作に先立って最良の電磁石を設計する手法が見当たらず、それはそれで苛立たしく、潔しとはしないと述べた。

その一方で、電磁石に関しては、幾つかの腑に落ちない事柄があることが気掛かりであった。解説「その2」の各節でばらばらに述べた諸々の事柄を、ここでは、本稿との関連において、先ず最初に、簡単に纏め

ておく。シンクロトロンの電磁石では、低い磁場から高い磁場までの広い励磁範囲を使用する必要があり、そのとき、保磁力に近い左側の大ヒステリシス曲線から始まって、乗り移り磁化曲線を経由して、右側の大ヒステリシス曲線に乗り、飽和磁化に近付いて行く。このとき、解説「その2」の図1に示した、熊谷寛夫先生の実測データによれば、保磁力に近い左側では凹みのある皿型の、飽和磁化に近い右側では上に凸の帽子型のゆがみのある磁場分布になる。これに対して、透磁率は、乗り移り磁化曲線が右側の大ヒステリシス曲線にぶつかる辺りで最大になり、そこを境にして強磁性体の物理が異なるとして、励起関数を2つの分数関数の和とすれば、測定データを少ない個数の係数で再現出来ることを紹介した。さらに、当時、GSIのSISの四極電磁石は、鉄芯の透磁率を無限大としたとき得られるスカラー・ポテンシャルを用いて設計・製作された。純粋な四極の磁場分布のみを与え、それによりスカラー・ポテンシャルを定め、その等ポテンシャル面として磁極の3次元形状を定めてやる訳であるが、実物の測定データとして、低い励磁では皿型で、高い励磁では帽子型ではあるものの、それなりに満足出来る磁場分布が得られていた。

以上が気掛かりであった事柄の纏めであるが、これらの一連の事柄が相互に関係していることに気付いたのは最近のことである。左側の大ヒステリシス曲線では皿型で、右側の大ヒステリシス曲線では帽子型の磁場分布であるが、その途中では、平坦な磁場分布が実現されると素直に考えれば良いだけのことである。しかも、そうした平坦な磁場分布は、乗り移り磁化曲線が右側の大ヒステリシス曲線にぶつかる辺りで現われ、そこでは透磁率が大きい。通常は、磁極間隙や励磁コイルの外側の空間での磁束密度はベクトル・ポテンシャルで表されるのに対して、透磁率が大きいときには、磁束密度に対してスカラー・ポテンシャルが存在出来、それを境にして、強磁性体の物理が異なり、また、励起関数を2つの分数関数の和として表すことが出来ると考える。

このスカラー・ポテンシャルは、励磁コイルの巻かれている鉄芯の外側の空間でも、巻かれていない磁極間隙でも、境界では、磁束密度の法線成分のみをノンゼロにするので、磁場分布として、多重極の1つの次数の、双極なら双極のみ、四極なら四極のみ、また、六極なら六極のみを選択出来ることになっている優れたものである。ただし、等ポテンシャル面として定めた3次元磁極形状は、透磁率が大きいところ、即ち、乗り移り磁化曲線が右側の大ヒステリシス曲線に

ぶつかる辺りで、当初与えた磁場分布を再現出来るだけであり、低い励磁では皿型の、高い励磁では帽子型の磁場分布を与えることは避けられない。しかし、両者の途中で、良好な磁場分布が実現されるように3次元磁極形状を定めてあるので、GSIのSISの例のように、低い励磁でも高い励磁でも、それなりに満足出来る磁場分布が実現されると考えられる。

以上により、解説「その2」で述べた全ての事柄が統一的に理解出来るようになるが、さらに、3次元磁場解析プログラムによる数値計算の果たす役割も明らかになりそうである。3次元磁場解析プログラムによる数値計算は右側の大ヒステリシス曲線の高い励磁に対して適用可能と考えて良いので、それにより、スカラー・ポテンシャルに基づいて定められた3次元磁極形状の下で、励磁コイルの配置を含めて磁場分布の数値計算を行い、磁極形状や励磁コイルの配置の良し悪しを判断すれば良い。もし、悪ければ、再び、スカラー・ポテンシャルに戻って、例えば、四極電磁石の場合には、ボア径を広げ、磁場分布を与え、そのときの磁極形状を定めてやれば良い。こうした手順を繰り返せば、最良の電磁石を設計出来るそうであり、筆者の苛立たしさも和らぎそうである。

ただし、この手順で設計出来る電磁石は、シンクロトロンのように、大ヒステリシス曲線の左側から始まる乗り移り磁化曲線と右側のヒステリシス曲線を利用する場合であり、繰り返すことになるが、その励磁範囲の全てで平坦な磁場分布が実現される訳ではない。その点では、これこそ次善の策と呼べるものであり、最良の妥協点としての3次元磁極形状を素直に受け入れようということになる。くどいようであるが、この手順が合理的に思えるのは、透磁率が高いときの磁場分布を与えてスカラー・ポテンシャルで磁極形状の出発点を知り、その磁極形状に対して、3次元磁場解析プログラムによる数値計算で励磁が高いときの磁場分布を確認出来るからである。言い換えれば、シンクロトロン電磁石に対しては、磁極形状の出発点を与える方法を入手出来たことになる。

もちろん、この手順をうまく利用すれば、低い励磁でのみ使用する電磁石であっても、高い励磁でのみ使用する電磁石であっても、良好な磁場分布を与える3次元形状の電磁石を設計出来る可能性もなきにしもあらずと、夢見ている。即ち、磁場分布を与えてスカラー・ポテンシャルを求めて磁極形状を定める。その磁極形状の下で、励磁が高いときの磁場分布を、3次元磁場解析プログラムによる数値計算で求める。その磁場分布が例えば帽子型であれば、スカラー・ポテン

シャルを求めるための磁場分布の肩を少し上げてやり、そのときの、磁極形状を求める。その結果、励磁が高いときの磁場分布も平坦になることが期待出来るというシナリオである。

しかし、この手法が適用出来そうにない、似たような例が他にも独立して考えられる。鉄芯が飽和する高い励磁で、しかも、それを時間的に変化させない状態で使用する偏向電磁石で、磁場分布を一様にする場合である。もちろん、このときは、本稿で取り扱うスカラー・ポテンシャルの方法は無力である。通常の磁極形状を持つ電磁石の場合には、高い励磁では帽子型の磁場分布になるが、それを一様にするためには、半径の大きいところで磁極間隙を狭くする必要があり、そのときの磁極形状を知りたい訳である。それは、一様に分極した誘電体の中に設けた空洞の中に発生する電場、即ち、Lorentzの電場<sup>18)</sup>の問題に酷似している。一様に磁化した強磁性体の中に設けた空洞の中に発生する磁束密度が一様になる空洞の形状があり、空洞であるから、その両端に向けて磁極間隙は狭くなり、当然、両端ではゼロにまでなる。通常の電磁石では、筆者の知る限りでは、両端に向けて磁極間隙を狭くして行くと、磁極間隙の磁束密度は強くなるとされているのに、鉄芯である強磁性体が飽和していると、一様になる空洞の形状があるということである。これまでとは何かが違うことになるが、飽和は右側のヒステリシス曲線で起こると考えると、励磁コイルの配置を含め、その形状の良し悪しは、3次元磁場解析プログラムによる数値計算で評価することが出来ると考えられる。それにしても、Lorentzの電場と類似した方法で、磁極形状の出発点を与える方法を入手出来るという点では、スカラー・ポテンシャルの場合と似た事情にある。こうした設計方法に基づく磁極形状を持つ電磁石を用いたサイクロトロンが作られていると聞き、物理の重要性と筆者の非力さを改めて思い知らされている。しかし、この方法を四極電磁石に適用することなど筆者には想像も及ばず、本稿では、鉄芯が飽和する場合の電磁石の設計方法の詳細には触れないことにする。

さて、筆者が阪大核物セに転任した後、この節の頭書で気掛かりと述べた幾つかの事柄について、大学院生と共に研究に取り組んだ。その1つとして、偏向電磁石や四極電磁石の3次元磁極形状をスカラー・ポテンシャルで計算し、それを設計・製作して磁場分布を測定したことが挙げられる。そのときの計算によれば、1台の電磁石で、磁極形状はRose shim, B-constant型、及び、Rogowski cutのような形状が一

度に含まれており、磁極形状のオン・パレードである。

また、筆者が阪大核物セに転任した当時、サイクロトロンでは、前段の加速器である AVF サイクロトロンと後段の主加速器であるリング・サイクロトロンで、例えば、400 MeV の陽子が、世界最高のエネルギー幅で加速されていた。ただ、良くある話であるが、この値は短時間の間だけ持続され、筆者は「瞬間最大風速」と呼んだりしていたが、実際、いったん行方不明になると、なかなか元のエネルギー幅に戻せない類のものであった。例によって、慌て者の筆者の早とちりで、最初は、磁場が時間的に変化するのは、過渡的渦電流が原因であると考えた。渦電流の文献調査をしているうちに、渦電流もあるが、それにも増して、鉄芯温度の変化であることを気付かせてくれた報告<sup>23)</sup>（後に紹介する過渡的渦電流に関する論文であるが、最後の章に鉄芯温度の影響が報告されていた）に出会った。結局、阪大核物セのサイクロトロンでは、磁場が時間的に変化するときの主たる原因は、解説「その2」でも述べたように、鉄芯温度の変化であったことになり、鉄芯温度が安定化された後は、世界最高のエネルギー幅が長時間安定に持続されるようになった。「磁場よりも鉄芯温度」という訳である。

過渡的渦電流は実際に存在するので、その話は全くのでたらめと言うほどの間違いではなかったが、過渡的渦電流の時定数と大ヒステリシス曲線とを関係付ける物理についての考察から、磁場が時間的に変化する原因について見直す機会を得た。

そこで、本稿では、スカラー・ポテンシャルを用いた電磁石の設計方法と過渡的渦電流に重点を置いて解説する。

## 6. 広い励磁範囲を持つ電磁石の実現に向けてのスカラー・ポテンシャルの薦め

3次元磁場解析プログラムを用いて、電磁石の3次元形状と磁場分布の数値計算が盛んである。そして、計算と測定とが良く一致するとの報告が多い。しかし、シンクロトロン電磁石では、左側の大ヒステリシス曲線では磁場分布が皿型になり、右側の大ヒステリシス曲線では帽子型になるため、3次元磁場解析プログラムによる数値計算で最良の磁極形状を持つ電磁石が設計出来るとは思えない。この場合は、実物での磁場測定に基づいて磁極端部の形状を調整することが必須であり、実際、解説「その2」では、実践的な調整方法が可能であることを示した。

前者の立場に立てば、電磁石は既に分かった装置で

あり機器であるだろうし、実物を製作し、磁場測定により磁極端部の形状を調整することなど、お金の無駄遣いとさえ言えよう。しかし、後者の立場に立てば、電磁石は測定した結果に基づいて初めて完成度が高く出来る装置であり機器と言うことであるから、その手間とお金を掛けざるを得ない。

ここで筆者が思うことは、磁場測定に基づく磁極端部の形状の調整で、それなりの解が得られる訳であるから、その磁極形状が前以って計算出来る、何等かの設計方法があつてしかるべきと言うことである。実際、GSI の SIS の四極電磁石の磁極端部の形状はスカラー・ポテンシャルの等ポテンシャル面で可としている。スカラー・ポテンシャルに基づく計算と実践的な方法と3次元磁場解析プログラムによる数値計算との間の壁を埋める物理は何であるかを本章で検討し、そして、スカラー・ポテンシャルの薦めとしたい。

### 6.1 3次元磁極形状のスカラー・ポテンシャルによる計算の基礎

阪大核物セに転任した後も、GSI の SIS の四極電磁石の設計方法と、その結果の素晴らしさに感銘を受け、その原理の理解が深まっていないにも拘わらず、兎にも角にも、四極電磁石の他に、偏向電磁石に対しても、スカラー・ポテンシャルで電磁石の3次元磁極形状を設計し、磁場測定を行いたくなった。

幸運なことに、メーカーさんの協力が得られ、博士課程前期課程の大学院生の研究課題として研究が行えることになった。

ただし、前期課程の2年間の間に、電磁石と電源を入手し、磁場測定装置を準備し、磁極端部の形状を変えては磁場測定する必要があったが、目指すところの全ては完了しなかった。そのため、最終的な結果としての、磁極形状の決定には成功していない。本稿では、参考のため、スカラー・ポテンシャルによる磁極形状の計算式だけを示すことにする。詳細については、修士学位論文を参照して頂きたい。

(13)式が成立すれば、磁極間隙や励磁コイルの外側の空間での磁束密度はスカラー・ポテンシャル  $\tilde{\phi}^*$  (電磁場を表現するスカラー・ポテンシャルは複数あり、それらと区別するため、特有の記号を用いている) で

$$\vec{B} = -\text{grad}\tilde{\phi}^* \quad (14)$$

と与えられる。また、単極磁荷が存在しないので、真磁荷体積密度がゼロであり、

$$\operatorname{div}\vec{B}=0 \quad (15)$$

が成立する.

磁極間隙や励磁コイルの外側の空間での磁束密度を与えるスカラー・ポテンシャル  $\phi^*$  を以下では簡単のため  $\phi$  と書き表すことにすると, スカラー・ポテンシャルはラプラス方程式を満たし, 磁束密度はスカラー・ポテンシャルの勾配で与えられる.

$$\Delta\phi=0 \quad (16)$$

$$\vec{B}=-\operatorname{grad}\phi=-\vec{\nabla}\phi \quad (17)$$

ここで, 磁極間隙や励磁コイルの外側の空間での磁場分布を与えればスカラー・ポテンシャルが求まり, その等ポテンシャル面として磁極の3次元形状が定まることを, 偏向電磁石と四極電磁石のそれぞれについて, 大学院生の修士論文に基づいて示す.

### 6.2 多重極の1つの次数を選択することが可能

磁束密度が(13)式を満たすことを証明するに際して, 磁化曲線上の1点と呼んでいる特殊な条件を満たす場合には, 磁束密度は, 励磁コイルの巻かれた鉄芯の側面や磁極先端部の境界のいずれでも, 接線成分がゼロで, 法線成分のみ存在することを示すことが出来る. その結果, 磁極の3次元形状は, スカラー・ポテンシャルの等ポテンシャル面として定まることになる. そのとき, 磁極間隙での磁場分布として, 双極なら双極のみ, 四極なら四極のみ, また, 六極なら六極のみと言うように, 多重極の1つの次数を選び出しても良く, 従って, 特定の次数の純粋な多重極のみを実現出来る3次元磁極形状を知ることが出来る.

ただし, スカラー・ポテンシャルが存在するのは, 磁化曲線の特定の, しかも, 唯一の点であるため, それより低い磁場や高い磁場では, 磁場分布がゆがむことは避けられない. しかし, そのゆがみは最小限に低減され抑制されるものとする.

### 6.3 矩形偏向電磁石: 大学院生による高性能偏向電磁石の開発研究<sup>19)</sup>

矩形の偏向電磁石を考え, 直交座標系  $(x, y, z)$  で,  $z$  方向を粒子の進行方向,  $x$  方向を粒子の進行方向に垂直な横方向とし,  $y$  方向を磁極間隙の磁場の方向とする. 偏向電磁石の磁極間隙を  $d$  とし, その中央部の  $x=0, z=0$  では,  $y$  方向に対して一様で純粋な双極成分の磁場  $B_0$  しか存在しないと, また,  $y=0$  では, 磁場分布は  $x$  の関数  $g(x)$  と  $z$  の関数  $G(z)$  の積で与えられるとする.

$$B_y(x, y, z)=B_0 g(x) G(z) \quad (18)$$

ただし,

$$g(x=0)=1 \quad (19)$$

$$G(z=0)=1 \quad (20)$$

これを(16)式のラプラス方程式に代入すると漸化式が得られ, それより, 次の式を得る.

$$\begin{aligned} \phi(x, y, z) = & -B_0 \sum_{\mu=0}^{\infty} y^{2\mu+1} (-1)^\mu \frac{1}{(2\mu+1)!} \\ & \times \left\{ \sum_{i=0}^{\mu} {}_{\mu}C_i g^{2(\mu-i)}(x) G^{2i}(z) \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

ただし,

$$g^{2(\mu-i)}(x) = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right)^{\mu-i} g(x) \quad (22)$$

$$G^{2i}(z) = \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^i G(z) \quad (23)$$

と定義する.

ここで, 磁極表面が  $y=(d/2)$  にあるとし, また,  $\mu=0$  のみが存在するとして, 磁極表面のスカラー・ポテンシャルの値を定める.

$$\phi\left(x=0, y=\frac{d}{2}, z=0\right) = -B_0 \frac{d}{2} \quad (24)$$

この値になる等ポテンシャル面が磁極形状であるとすると,

$$\begin{aligned} \frac{d}{2} = & \sum_{\mu=0}^{\infty} y^{2\mu+1} (-1)^\mu \frac{1}{(2\mu+1)!} \\ & \times \left\{ \sum_{i=0}^{\mu} {}_{\mu}C_i g^{2(\mu-i)}(x) G^{2i}(z) \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

で, 3次元磁極形状が定まる.

大学院生の研究では, GSI の例に倣って, 磁場分布を誤差関数で与えた.

$$g(x) = \frac{1}{2\operatorname{erf}\left(\frac{x_0}{\sigma_x}\right)} \left\{ \operatorname{erf}\left(\frac{x+x_0}{\sigma_x}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{x-x_0}{\sigma_x}\right) \right\} \quad (26)$$

$$G(x) = \frac{1}{2\operatorname{erf}\left(\frac{z_0}{\sigma_z}\right)} \left\{ \operatorname{erf}\left(\frac{z+z_0}{\sigma_z}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z-z_0}{\sigma_z}\right) \right\} \quad (27)$$

ただし, 誤差関数は

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (28)$$

と定義する.

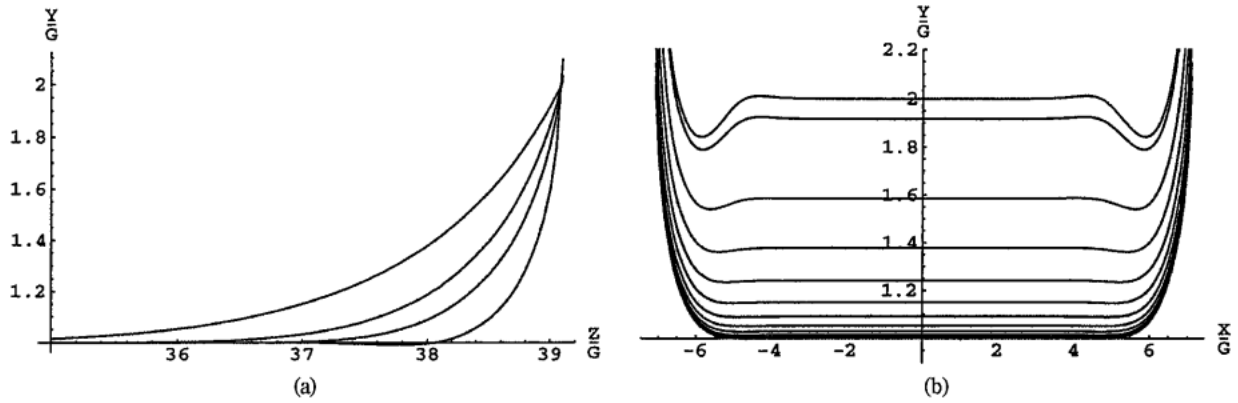


図8 矩形偏向電磁石のスカラー・ポテンシャルに基づいて計算された3次元磁極形状<sup>19)</sup>  
 (a) 側面形状：Y/Gが負になる領域があることに注目  
 (b) 断面形状：|X/G|の大きいところで牙のような突起物が現れることに注目

磁極形状を正しく知るためには、 $\mu$  に対して、0 から $\infty$ までの和をとる必要がある。しかし、それは困難であるために、大学院生の研究では、双極成分と六極成分のみを対象として、 $\mu$  の値を0 から1 までとる場合と、さらに、十極成分も対象としたとき、 $\mu$  の値を0, 1, 及び、2 までとる場合とを計算し、両者の比較を行った。

詳しくは修士論文を参照して頂くことにして、ここでは、 $\mu$  の値を0, 1, 及び、2 までとしたとき計算された磁極の側面と磁極先端部の断面の3次元形状を、図8(a)と図8(b)とに示す。これらの図を定性的な目で見れば、磁極端部では、ビームの進行方向に沿って徐々に角が生えて来るような、あるいは、牙が生えて来るような形状があり、Rose shim と呼べそうな箇所がある。即ち、磁極端部で突起物が必要となっている。また、そこに至るまでには、B-constant 型や Rogowski cut のような形状も見当たる。要は、形状のオン・パレードであるが、それも、 $\sigma_x$  や  $\sigma_z$  の大きさに依存して変化するものである。

#### 6.4 四極電磁石：大学院生による高性能四極電磁石の研究開発<sup>20)</sup>

四極電磁石に対しては、円柱座標系  $(r, \theta, z)$  を採用し、ビームの進行方向を  $z$  とし、 $\theta=0$  を水平面とする。このとき、スカラー・ポテンシャルは、一般的には、

$$\phi(r, \theta, z) = - \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} r^n \{ -a_m \cos(m\theta) + b_m \sin(m\theta) \} g_n(z) \right] \quad (29)$$

と書き表せる。ここで、 $a_m$  は skew 成分で、 $b_m$  は

normal 成分であるが、normal 成分のみを取り扱うことにする。

$$\phi(r, \theta, z) = - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} r^n b_m \sin(m\theta) g_n(z) \quad (30)$$

さらに、四極電磁石のボア半径を  $R$  とし、 $\theta=0$  の平面内で、 $z$  方向に対して  $m=2$  のみの純粋な四極成分の磁場しか存在しないものとし、また、その磁場分布は  $z$  の関数  $g(z)$  で与えられるとする。

$$B(r, \theta=0, z) = 2b_2 r g(z) \quad (31)$$

ただし、

$$g(z=0) = 1 \quad (32)$$

$$g_2(z) = g(z) \quad (33)$$

が成立する。

以上より、(29)式のスカラー・ポテンシャルは  $m=2$  のみを考えれば良い。

$$\phi(r, \theta, z) = - \sum_{n=0}^{\infty} b_2 \sin(2\theta) r^n g_n(z) \quad (34)$$

これを(16)式のラプラス方程式に代入すると漸化式が得られ、それより、次の式を得る。

$$\phi(r, \theta, z) = 2b_2 \sin(2\theta) \sum_{\mu=1}^{\infty} k(\mu) r^{2\mu} g^{(2\mu-2)}(z) \quad (35)$$

ただし、

$$k(\mu) = (-1)^\mu \frac{1}{4^{\mu-1}} \frac{1}{(\mu-1)!(\mu+1)!} \quad (36)$$

$$g^{(2\mu-2)}(z) = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)^{(\mu-1)} g(z) \quad (37)$$

と定義する.

ここで、ボア半径を  $R$  とし、 $\theta = (\pi/4)$  のところに磁極表面があるとして、磁極表面のポテンシャルの値を定める.

$$\phi\left(r=R, \theta=\frac{\pi}{4}, z=0\right) = -b_2 R^2 \quad (38)$$

この値になる等ポテンシャル面が磁極形状であるとすると、

$$\frac{1}{\sin(2\theta)} = -2 \sum_{\mu=1}^{\infty} k(\mu) \frac{r^{2\mu}}{R^2} g^{(2\mu-2)}(z) \quad (39)$$

で、3次元磁極形状が定まる.

大学院生の研究では、GSIの例に倣って、磁場分布を(28)式の誤差関数で与えた.

$$g(z) = \frac{1}{2\operatorname{erf}\left(\frac{z_0}{\sigma}\right)} \left\{ \operatorname{erf}\left(\frac{z+z_0}{\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z-z_0}{\sigma}\right) \right\} \quad (40)$$

磁極形状を正しく知るためには、 $\mu$  に対して、0 から  $\infty$  までの和をとる必要がある. しかし、それは困難であるために、大学院生の研究では、 $\mu$  の値を1から5までとって計算した.

詳しくは修士論文を参照して頂くことにして、こ

では、 $\mu$  の値を1から5までとって計算された磁極の側面と磁極先端部の断面の3次元形状を、**図9(a)**と**図9(b)**に示す. これらの図から、偏向電磁石の節でも述べたのと同じく、形状のオン・パレードであり、Rose shim を始めとして、B-constant 型や Rogowski cut のような形状が見当たる. こうした形状は、 $\sigma$  の大きさに依存して変化するものと考えられるが、その変化については、四極電磁石の場合、スカラー・ポテンシャルの方法を考案した Langenbeck さんの論文<sup>21)</sup>に詳しい.

### 6.5 今になって勉強不足が判明：もっと大きな $\mu$ の値まで足し上げられる可能性あり！

スカラー・ポテンシャルにより磁極形状を求めるに当り、磁場分布を平坦なものとして、誤差関数の和で与えたが、必ずしも、そう選ぶ必要はなく、他の関数でも良いことを強調したいと考えていた. しかし、磁場分布を与えるに際して、やはり誤差関数が良いらしいと言うことに最近気付いた. 今になって、勉強不足が判明しただけのことである.

磁場分布の関数を  $g(x)$  で代表させれば、(25)式や(39)式により3次元磁極形状を知るためには、(22)式や(23)式あるいは(37)式のように、関数  $g(x)$  の高階微分を求めて和を取る必要がある. 筆者はこれまで、数値的に微分しては和を取るものと思い込んでいたが、関数  $g(x)$  が誤差関数で与えられる場合は、その高階微分は Hermite の多項式で与えられることが、Langenbeck さんの論文<sup>21)</sup>で報告 (筆者はこの論文の

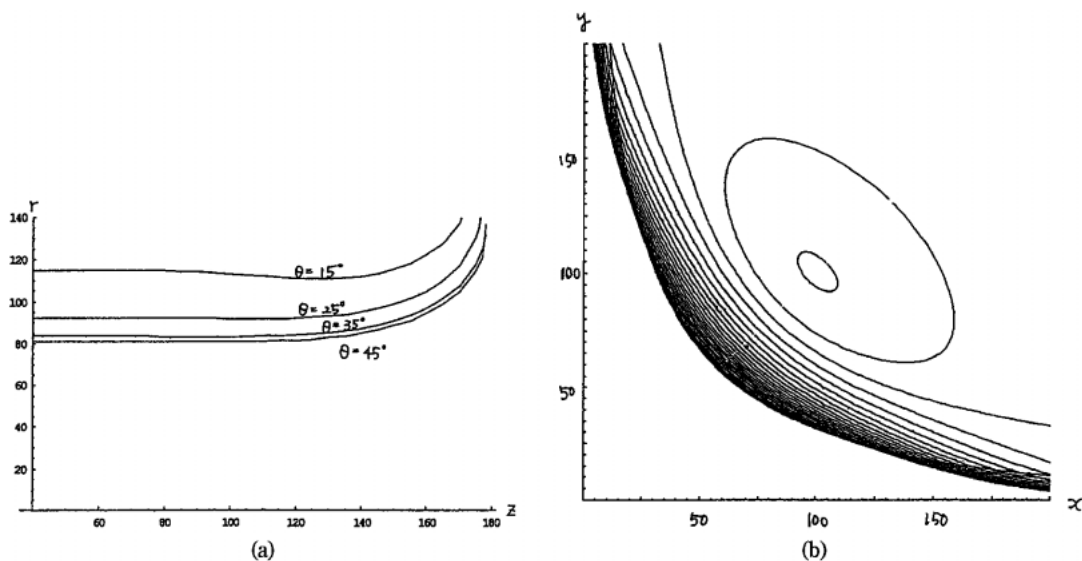


図9 四極電磁石のスカラー・ポテンシャルに基づいて計算された3次元磁極形状<sup>20)</sup>

- (a) 側面形状：Yが、小さなZでの値よりも、大きなZでの値が小さくなる場合があることに注目
- (b) 断面形状：磁極先端部がお碗を伏せたような形になることに注目

3年前の年報、即ち、解説「その2」の参考文献<sup>14)</sup>でスカラー・ポテンシャルの方法を知ったため読みこなしが甘くなっていた!) されていることを、今になって、知った。

即ち、磁場分布を与える関数

$$g(x) = \frac{1}{2\operatorname{erf}\left(\frac{x_0}{\sigma_x}\right)} \left\{ \operatorname{erf}\left(\frac{x+x_0}{\sigma_x}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{x-x_0}{\sigma_x}\right) \right\} \quad (41)$$

の高階微分は、

$$\begin{aligned} g^{(\lambda)}(x) &= \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^\lambda g(x) \\ &= (-1)^{\lambda-1} \frac{1}{\sqrt{\pi} \sigma^\lambda \operatorname{erf}\left(\frac{x_0}{\sigma}\right)} \\ &\quad \times \left[ H_{\lambda-1}\left(\frac{x+x_0}{\sigma}\right) \exp\left\{-\left(\frac{x+x_0}{\sigma}\right)^2\right\} \right. \\ &\quad \left. - H_{\lambda-1}\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right) \exp\left\{-\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right)^2\right\} \right] \end{aligned} \quad (42)$$

と与えられる。従って、サブルーチンとして Hermite の多項式さえ入手出来れば、大学院生が行った計算よりも、もっと大きな  $\mu$  の値まで足し上げられそうである。Mathematica には Hermite 多項式がある。

元々磁場分布をどう与えても良いと考えていたが、こう言うことが分かると、その分布の高階微分がサブルーチンとして与えられている関数が望ましいとおきたい。もちろん、その場合には、誤差関数に限らないとも言える。

### 6.6 3次元磁場解析プログラムによる数値計算の助けを借りた電磁石設計方法の提案

低い励磁から高い励磁までを利用するシンクロトロン電磁石では、その途中の励磁でスカラー・ポテンシャルが存在出来ることを利用して、3次元磁極形状を定めるのが良いことを、縷々、述べて来た。その場合には、磁場分布は、途中の励磁では平坦になるものの、低い励磁では皿型になり、高い励磁では帽子型になることは避けられない。そうしたゆがみが小さければ実用上受け入れ可能と判断する訳であるが、実際のゆがみがどの程度になるのかを、実物での磁場測定で確認せざるを得ないのでは、些か、心もとない設計方法と言えよう。

この時点で、3次元磁場解析プログラムによる数値計算に登場して頂くと言うのが、筆者の提案である。3次元磁場解析プログラムによる数値計算は盛んであ

り、計算と実測とが一致するとの報告が多い。筆者のようにスカラー・ポテンシャルが有効と考える者にとっては、一致しない励磁範囲を知りたいのであるが、そんな報告にはなかなかお目に掛かれない。そこで、3次元磁場解析プログラムによる数値計算が測定と一致する励磁範囲は、乗り移り磁化曲線が右側の大ヒステリシス曲線にぶつかる辺りよりも高い励磁で、飽和よりも低い励磁であると考えことにする。この話は些か微妙であり、ヒステリシス特性は履歴現象であり、ヒステリシス・ループが変化すると、乗り移り磁化曲線が右側の大ヒステリシス曲線にぶつかる点が変わってしまうことには要注意である。しかし、3次元磁場解析プログラムによる数値計算は右側の大ヒステリシス曲線上の高い励磁に対するものであり、ヒステリシス・ループに依存しないと考えれば良く、そこでの計算と実測とが一致すると考えれば良い。ところで、一致するとは言っても、3次元磁場解析プログラムによる数値計算では、磁極の3次元形状を始めとして、励磁コイルの配置を与える必要があり、その配置に対する磁場分布を数値計算出来るのであり、これらの配置を教えてくれるものではない。

以上より、スカラー・ポテンシャルと3次元磁場解析プログラムとはお互いを補完する関係にあると考えられる。前者では磁極の3次元形状を知ることが出来るのが自慢である。また、それぞれの計算で得意な励磁の範囲が異なることには要注意であり、前者が途中の励磁で平坦な磁場分布を与え、後者が高い励磁で帽子型の磁場分布を与えるが、後者は、ヒステリシス・ループには依存しない、磁場分布を高い精度で数値計算出来るのが自慢である。

そこで、スカラー・ポテンシャルを用いて3次元磁極形状を定め、また、それまでの経験や文献調査等を動員して、励磁コイルの配置等を定める。こうして定めた配置に対して、3次元磁場解析プログラムによる数値計算で、高い励磁での磁場分布を求める。そのときの帽子型のゆがみが小さいと判断された場合には、それにて、設計完了となる。しかし、ゆがみが大きい場合には、スカラー・ポテンシャルに戻って、例えば、四極電磁石のときには、ボア径を大きくする等して、新たな3次元磁極形状を定める。そして、再び、3次元磁場解析プログラムによる数値計算で磁場分布を求める。ゆがみが小さく合格となるまで、こうした手続きを繰り返せば良い。スカラー・ポテンシャルが3次元磁極形状を与えることに着目すれば、3次元磁場解析プログラムによる数値計算は、スカラー・ポテンシャルの助けになると言えよう。



こうなると、高い励磁専用の電磁石の3次元磁極形状を定める手続きを考えてみたくなる。やはり、ここはスカラー・ポテンシャルに登場してもらおう。3次元磁場分布を与えてスカラー・ポテンシャルを定め、その等ポテンシャル面として3次元磁極形状を定める。この磁極形状に対して、高い励磁での磁場分布を3次元磁場解析プログラムの数値計算で求める。その磁場分布が不満足なものであれば、例えば、帽子型のゆがみが大きいときには、スカラー・ポテンシャルに戻って、磁場分布の肩を上げて、即ち、皿型の磁場分布を与えて、3次元磁極形状を定める。この磁極形状に対して、3次元磁場解析プログラムによる数値計算で磁場分布を求めると、平坦な分布に近づくと考えられる。これを繰り返すことで、高い励磁でも平坦な磁場分布の電磁石を設計出来る可能性がある。もちろん、この場合には、誤差関数とは異なる関数が必要であり、また、その高階微分がサブルーチンで与えられている必要があるが、今のところ、筆者にはそうした関数のアイデアはない。

これに対して、鉄芯が飽和する場合は、磁気現象の物理が異なっていて、この手続きではうまく行かない気がする。また、低い励磁のときには、3次元磁場解析プログラムによる数値計算では、これまた、磁場分布を知ることは出来ない気がする。飽和の場合や低い励磁の場合については、今のところ、その磁場分布を知る手続きを筆者は知らず、今後の課題であると思える。

## 7. 鉄ブロック電磁石の過渡的渦電流の時定数と大ヒステリシス曲線の関係

### 7.1 過渡的渦電流の時定数

HIMAC シンクロトロン設計に当たって、偏向電磁石の磁極間隙に挿入する真空ダクトを、従来にない構造の薄肉リブ付きダクトとして製作して貰った。筆者には発想出来なかった、また、世界にも例のない製法による構造で、ただただ感心させられるものであり、その後、SPring-8の電子シンクロトロンにも採用された優れたものである。いずれにしても、磁場が時間的に変化する場所に真空ダクトを挿入すると、その金属導体壁に誘導される渦電流が磁場を発生させる。台形波形のパルス励磁では、荒っぽく言って、磁場は時間に比例して変化し、従って、渦電流は定常的な状態になり、それが発生させる磁場分布の中でも、特に、六極磁場がビームの安定性に影響する。それを低減し抑制するため、真空ダクトは厚さが0.3 mmのSUS316Lで製作している。

東大核研のSFサイクロトロンでの筆者の経験では、サイクロトロンでビームの調子が狂いだすと、多くの場合、磁場の調整を行った。磁場を測定していた訳ではないので、ビームに聞きながらの磁場調整であったが、再現性のない、これと言った当てのない調整であった。この調整手順が、磁場の時間変化に付随して発生する過渡的渦電流と、阪大核物セにおいて、慌て者で早とちりする筆者の頭の中で繋がってしまった。即ち、励磁電流を調整すると、その絶対値が変化するので、当然磁場の値が変化するが、磁場の変化により、真空ダクトどころではない、猛烈な厚さの金属導体である、鉄ブロックで出来たサイクロトロン電磁石の中に渦電流が発生し、それも過渡現象として、六極磁場が発生する。もちろん、過渡現象であるから、時間と共に、六極磁場は消滅して行く。もし、六極磁場の時定数が長く、ビームが、その六極磁場を含む磁場分布で良い品質のビームが加速されることがあれば（それに類したことがあったことを第7.3節で「その昔の Alvarez さんの幸運」として紹介する）、六極磁場が消滅した暁には、良い品質のビームが失われてしまう。その結果、再び、磁場の調整を行うことになり、何時まで経っても、安定しないという筋書きである。

要は、アンペールの法則とファラディの電磁誘導の法則で、変位電流の項を無視した式に、渦電流が従う話である。

$$\text{rot}\vec{H}=\vec{i} \quad (43)$$

$$\text{rot}\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (44)$$

さらに、鉄ブロックに対して、透磁率を用いて

$$\vec{B}=\mu\vec{H} \quad (45)$$

及び、電気伝導率を用いて

$$\vec{i}=\sigma\vec{E} \quad (46)$$

が成立し、例えば、 $\vec{B}$ 、 $\vec{H}$ 、及び、 $\vec{E}$ を消去すると、鉄ブロックの中の渦電流 $\vec{i}$ に対して、フーリエの熱伝導の方程式が得られる。

$$\Delta\vec{i}-\sigma\mu\frac{\partial\vec{i}}{\partial t}=0 \quad (47)$$

これを磁極の表面に励磁コイルが巻かれていて、その電流が変化すると言う境界条件で、過渡的渦電流の時定数を求めれば良い。

もちろん、この式は時間的な変化が交流の場合にも

適用出来、その場合は、

$$\frac{\partial \vec{i}}{\partial t} = j\omega \vec{i} \quad (48)$$

と置き換え、虚数を

$$-j = \left( \frac{1-j}{\sqrt{2}} \right)^2 \quad (49)$$

と書き直すことで、交流に対する表皮効果の表皮の厚さ

$$\delta = \sqrt{\frac{\omega \sigma \mu}{2}} \quad (50)$$

が得られる。この表皮効果の取り扱いが平面波のときの荒っぽい話であり、正しくは、ケルビン関数を用いる必要があると思う。しかし、かなり面倒な式になり、筆者の力では直ちに解いて見せることが出来ない難しい世界である（渦電流の研究者は素晴らしいことにケルビン関数を取り扱っていることを最近知った）ので、本稿では、ここまでの話とする。

フーリエさん自身は、この式の解を得るため、フーリエ級数展開を考案したのであろうから、過渡的な現象に対しては、空間分布が得られ、例えば、六極磁場が発生する。

そうこうしているうちに、CERNのイエローレポートで、Bryantさんにより、鉄ブロック中に発生する渦電流の時定数の計算<sup>22)</sup>が、「12 EDDY CURRENTS AND THEIR EFFECT ON FIELD STABILITY AND SHAPE」の章に与えられていることを知った。断面が  $a \times b$  の矩形で、鉄ブロックのヨークの長さが  $l$  で、磁極間隙が長さ  $L$  の場合、

$$\frac{1}{\tau_{m,n}} = \frac{\mu_0 \mu}{\sigma l} \left\{ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\} \quad (51)$$

$$B = \sum_m \sum_n B_{m,n} e^{-\frac{t}{\tau_{m,n}}} \cos \left( \frac{m\pi}{a} x \right) \cos \left( \frac{n\pi}{b} y \right) \quad (52)$$

が得られる。

ところで、今は解体されてしまったCERNのISRでは、ヨークは積層された電磁鋼帯であるが、どう言う訳か、磁極先端部は鉄ブロックであり、Bryantさんは、過渡的な渦電流の時定数を測定されたようである。筆者は、それを知って、CERNに出掛けて行って、直接時定数の大きさを教えて貰うことにした。彼は測定データを書き込んだノートを引っ張り出して来てはくれたものの、整理はされておらず、結局、時定

数として確たる値を知ることは出来なかった。

何とかして、サイクロトロンのように鉄ブロックで出来た電磁石で、励磁電流を変化させたときに発生する過渡的渦電流の時定数を知りたいと言うことで、やはり、サイクロトロンしかないと言うことで、磁場測定の論文を探し回った。それが何とあったのである。やはり世界は広い。サイクロトロン国際会議の報告書を手掛かりにして、結局、磁石技術国際会議に報告されていた、JungwirthさんのNACのリング・サイクロトロンの磁場測定の論文<sup>23)</sup>に辿り着いた。

NACリング・サイクロトロンの1つのセクターは重量にして約200 tonである。そのセクターの一つを1.2 Tに励磁しておき、励磁電流を下げる。最終的な電流の値を変えては、磁極間隙での磁場の時間的な変化が測定されていた。最後の励磁電流をゼロにすると、即ち、電源をオフにすると、時定数として約46分と言う過渡現象が観測されていた。また、最後の磁場の強さ  $B$  に対して、

$$T(B) = A \sec h(\alpha B^\beta) \quad (53)$$

ただし、

$$A \approx 46 \text{ min}, \quad \alpha \approx 1.88, \quad \beta \approx 1.41 \quad (54)$$

と時定数が実測により求められていた。

この論文そのものでは、過渡現象の原因は渦電流であるとの指摘はなかった。しかし、その後のサイクロトロン国際会議で、筆者が渦電流という言葉が発するや否や、Jungwirthさんから、渦電流であるとの説明を始められてしまった。こうして、過渡的渦電流が実在することが明らかになった。

## 7.2 微分透磁率の登場と大ヒステリシス曲線

時定数が長いのは、それを主張したい筆者にとっては、それなりに嬉しいことではあるが、何故そんなに長いのか、一体全体、何がどうなっているのかがさっぱり理解出来なかった。そうこうしているところに、幸運なことに、博士課程後期課程に、持箸晃さんが進学して来てくれた。彼は、ファラディの電磁誘導の法則を一目見るなり、 $\vec{B}$  を  $\vec{H}$  で書き換える必要があることを見抜いた<sup>24)</sup>。

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{dB}{dH} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (55)$$

その結果、渦電流の式は

$$\Delta \vec{i} - \sigma \frac{dB}{dH} \frac{\partial \vec{i}}{\partial t} = 0 \quad (56)$$

となり、時定数は

$$\frac{1}{\tau_{m,n}} = \frac{\frac{L}{\mu_0} + \frac{l}{dB}}{\sigma l} \left\{ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\} \quad (57)$$

と求まる。

これなら、NACの測定データの解釈が可能となる。左側の大ヒステリシス曲線（例えば、解説「その2」の図6(a)参照）を、1.2 Tのところから降りて来たときの測定であり、最後の励磁が低いほど、微分透磁率が大きく、時定数が長くなるということである。

そこで、簡単のため、 $L \ll l$ ,  $a = b$ ,  $m = n = 1$  とすると、

$$\tau_{1,1} = \frac{1}{2} \sigma \frac{dB}{dH} \frac{a^2}{\pi^2} \quad (58)$$

となるから、微分透磁率は

$$\frac{dB}{dH} = K \sec h(\alpha B^\beta) \quad (59)$$

ただし、

$$K = \frac{2}{\sigma} \frac{\pi^2}{a^2} A \quad (60)$$

と与えられ、従って、次の微分方程式を解けば、左側の大ヒステリシス曲線の形が求まる。

$$\frac{dH}{dB} = \frac{1}{K} \cosh(\alpha B^\beta) \quad (61)$$

この微分方程式を解きたい。数学公式集を探し回るが、直ぐには、積分が見付からない。仕方がないので、簡単に解けるように、

$$\beta \approx 1 \quad (62)$$

と近似する。

$$\frac{dH}{dB} = \frac{1}{K} \cosh(\alpha B) \quad (63)$$

この微分方程式なら解が直ちに得られる。

$$H + H_0 = \frac{1}{\alpha K} \operatorname{sonh}(\alpha B) \quad (64)$$

双曲線正弦関数であり、そうなることを唱えていたことからして、雰囲気は出ている。測定条件から、当然、大ヒステリシス曲線の左側を表しており、 $H_0$ は保磁力と言うことになる。

過渡的渦電流の時定数の測定データと、強磁性体の大ヒステリシス曲線とが、物理として結び付いた。定量的な検討には着手していないが、本節で紹介した流れからして、大きな間違いはない気がする。これで、励磁電流を変化させたときの、過渡的渦電流の時定数が求まることになり、それなりの評価が可能になった。しかし、(61)式が厳密に解けた訳ではないので、ちょっと口惜しいと言うことで、本節はお終い。

### 7.3 その昔の Alvarez さんの幸運<sup>25)</sup>：永宮正治さんに教えて貰った話

サイクロトロンでは渦電流が磁場の安定性を損なっていると、例によって、慌て者で早とちりする筆者は騒ぎ立てるようになった。そんなあるとき、永宮正治さんから、コロムビア大学の講義で必ず話していたと言う、Alvarez さんの<sup>3</sup>Heの発見と、その幸運に際しての、サイクロトロンの渦電流の話の話を聞かせて貰った。

Bethe さんが、研究対象を分光学から核物理学に変えて間もない頃の話らしいが、<sup>3</sup>Heが不安定で $t$ が安定と言う計算をしていたそうである。そこで、Alvarez さんは<sup>3</sup>Heの質量を測定すべく、それまで<sup>4</sup>Heを加速していたサイクロトロンの励磁電流をゆっくりと下げ、<sup>3</sup>Heが取り出される共鳴を探した。しかし、見付からなかった。そんなあるとき、突然、カウンターが鳴った。オペレータに何をしたのかを尋ねると、励磁電流をオフにしたとのことであった。

Alvarez さんは、Wilson さん (FNAL 初代所長) と共に、励磁電流をオフにすると、弱集束の条件が<sup>3</sup>Heに対して成立したことに、直ちに、気付いた (サイクロトロンの考案者の Lawrence さんはなかなか弱集束の原理を認めなかったと、最近、誰かに教えて貰った)。<sup>4</sup>Heを加速する場合、可能な限り磁場を強くするので、軌道半径の大きいところで磁化の飽和で磁場が下がる。弱集束としても下がり過ぎるので、シムを設ける。そんな磁極形状で、<sup>3</sup>Heの加速のために励磁電流を下げると、今度は、軌道半径の大きいところで、磁場が上がり (解説「その2」の図1の測定データにおいて、左側の大ヒステリシス曲線に沿って磁場が下がったときの、皿型の磁場分布に相当する現象)、弱集束が破れる。ところが、励磁電流をオフにすると、過渡的渦電流が発生し、過渡的な六極磁場として軌道半径の大きいところで下がる磁場が重なって

来る。軌道半径の大きいところで、上がる磁場と下がる磁場との重なりで、幸運なことに、限られた時間の間だけ、弱集束を満たす磁場分布が出来上がり、 $^3\text{He}$ が加速されたと言う次第である。

Wilsonさんはシムの名人と言うことで、 $^3\text{He}$ の弱集束を満たすシムを実現させ、 $^3\text{He}$ の質量が定められた。加速器質量分析の始まりでもあったと言うことのようにである。

#### 7.4 補足：渦電流よりも鉄芯温度

確かに、サイクロトロンで過渡的渦電流が発生することは分かった。しかし、阪大核物セのサイクロトロンでは、現在、ほとんど、関心が持たれていない。「磁場よりも鉄芯温度」に加えて「渦電流よりも鉄芯温度」と言えるように、磁場の変化の最大の原因は鉄芯温度の変化であり、鉄芯温度を長時間安定に保てるようになったので、励磁電流を調整する必要もほとんどなくなり、従って、過渡的渦電流を発生させる機会も少なくなったためである。もちろん、励磁電流を変化させると過渡的渦電流は発生するので、ゆっくりと時間を掛けて調整するように注意している。

#### 7.5 謎：励磁を高めて行く立ち上げでの過渡的渦電流の時定数

シンクロトロンで励磁電流をパルス的に立ち上げて行くときにも、過渡的渦電流は発生すると思える。他方、立ち上げたときのフラット・トップで、磁場の過渡現象が発生しているデータが得られたとの連絡もあり、その原因は過渡的渦電流かとの質問もある。ところで、NACリング・サイクロトロンでは、励磁電流がゼロのときから立ち上げて、磁場を1.2 Tにするときに、時定数が測定されており、7分程度で、最長の46分と比較すると約1/7で、余り長くないのである<sup>23)</sup>。

時定数が、第7.2節で述べたように、微分透磁率 $dB/dH$ に比例するのであれば、左側の大ヒステリシス曲線の傾きと右側の傾きは同じ程度に見えるから、立ち上げでも、時定数が長い可能性がある。解説「その2」の図6(b)には、初期磁化曲線に対する微分透磁率が示されているが、初期磁化曲線が右側の大ヒステリシス曲線にぶつかる辺りで、その値が大きくなっている。荒っぽく数値的に評価すると、解説「その2」の図6(a)の左側の大ヒステリシス曲線からは $dB/dH \approx 0.0215$ であり、図6(b)からは $dB/dH \approx 0.0144$ となり、両者の比は2/3程度であり、前者が46分であれば、後者は30分程度であっても良い。微分透磁率のこの振る舞いからすれば、長い時定数の過渡的渦電流が発生しても良い気がするが、NACの立ち上げで

の測定値は長くないと思える。

何がどうなっているのか、今の筆者には謎である。立ち上げでの時定数が長いと言うことになれば、フラット・トップでは、電源の性能とは異なる、渦電流を原因とする過渡現象が発生することになる。そんなことになっていけば、「電源よりも渦電流」とでも呼ぶのであろうか。いずれにしろ、励磁電流を立ち上げ、微分透磁率が大きくなる辺りで電流を止め、過渡現象の時定数の長短を測定して決着をつける必要があるであろう。または、フラット・ベースでの過渡的渦電流の時定数を、フラット・ベースの時間を長くして、測定し、その1/7程度の時定数の過渡現象がフラット・トップで発生すると考えれば良さそうである。

#### 7.6 サイクリングは果たして必要な手続きなのか

ヒステリシス特性は履歴現象であり、エネルギーや粒子を変えると、励磁の履歴が変わり、従って、小ヒステリシス・ループが変わるので、励磁電流の値を同じにしても、実現される磁場の強度が変わり、また、磁場分布が変わると考えられている。これを避けるため、励磁電流を変化させてある値に設定する場合には、一度、励磁電流を最小の値にし、次に、最大の値にし、また、最小の値にしてやり、これを何回か繰り返すことで、文字通り大ヒステリシス・ループを描かせ、履歴を消した後で、励磁電流をある値に設定する。この手続きをサイクリングと呼んでいる。要は、飽和の状態は唯一無二と考えての手続きである。

最近、このサイクリングの手続きが省略される例が散見され、筆者の知る限りでは2件ある。1つはNACのサイクロトロンで、もう1つはHIMACのシンクロトロンである。サイクリングに要する時間は長く、省略出来るものなら省略して、運転効率を高めた。その可能性について考察しておこう。

##### 7.6.1 サイクリングを取り止めた例：NACサイクロトロン<sup>26)</sup>とHIMACシンクロトロン<sup>27)</sup>

NACサイクロトロンで行われていたサイクリングは本格的なもので、サイクリング時の励磁電流の正負が反転され、それこそ、文字通りの大ヒステリシス・ループを描かせていた。しかし、NACこそ、励磁電流をオフにしたときの過渡的渦電流の時定数が46分と長いことを測定したサイクロトロンの研究所であり、渦電流が消滅するのを待つ手順では、エネルギーの変更に際して磁場の強さを変えるのに要する時間が長いことを熟知している。サイクリングの途中で一たび時定数の長い渦電流が流れると、その後、励磁電流の値を変えたときに発生する渦電流の時定数が例え短いとしても、以前に発生した時定数の長い渦電流は流

れ続ける。そこで、最近<sup>26)</sup>では、サイクリングの手続きを省略し、単純に励磁電流の値を変えている。ただし、時定数が短いとは言え過渡的渦電流は発生するので、お互いが相殺して、いち早く消滅するように、励磁パターンを工夫している。NACでは、66 MeVと200 MeVの2点の間でエネルギーが変更される。66 MeVから200 MeVへの変更は、サイクリングを行っていたときは2時間要したが、サイクリングなしで40分に短縮され、200 MeVから66 MeVへの変更は3.5時間が60分に短縮されている。これを見る限り、サイクリングは止めても良いが、過渡的渦電流は強制的に消す必要があるであろう。

しかし、それで全てが十分うまく行っている訳ではないようで、その原因が不明であると聞いている。鉄芯温度は管理されているが、それでも、筆者は、鉄芯温度の変化ではないかと考えている。

HIMACのシンクロトロンの当初の設計では、筆者は、エネルギーの変更に際して磁場を変えるときには、必ずサイクリング(HIMACでは初期化運転と呼んでいる)を行う手順を制御に組み込んでおいた。このサイクリングに要する時間は約1時間半であり、短くはない。これに対して、例えば、午前と午後とで、異なるエネルギーで患者さんを照射したいとの要求が高まり、数年前、サイクリングを省略してエネルギーを変更して見たとのことである。特段の不具合は見当たらず、従来の運転条件でビーム加速は可能であることが判明し、それ以来、サイクリングが省略されている<sup>27)</sup>とのことである。ただし、こうしたエネルギー変更の限りでは、サイクリングなしでも、それなりの再現性はあるようであるが、他の運転モードでは、サイクリングが必須であるとの指摘もある。

### 7.6.2 サイクリングを巡る国内での議論と諸現象との関係

本稿と解説「その1」で、磁場の値が変化する原因として、鉄芯温度の変化、過渡的渦電流の時定数、電源電流の安定性と再現性、そして、ヒステリシス・ループの変化を紹介して来た。さらに、磁気余効と呼ばれる現象があるとされているが、参考書等で文献調査をしてはみたものの、本当にあるのか、それともないのか、今のところ、筆者にはさっぱり分からない。

サイクリングは、どう見ても、いずれの原因とも密接不可分と思える。励磁電流を大きくすると励磁コイルが発熱し、それが鉄芯に伝わって鉄芯温度は変化する。励磁電流を高い値から低い値にすると、過渡的渦電流の時定数は長い。また、電源電流の値が最終値に到達する時間は、電源方式にも依るであろうが、長い

ものもあろう。加えて、磁気余効と来た。それにも拘わらず、サイクリングは、複数の原因の1つである、ヒステリシス・ループの変化を避けるために行うとされている。

筆者が文献調査で知る限りでは、国内でサイクリングが議論されたのは、1959年、日本物理学会誌第14巻、第4号、特集、「磁場生成と測定」(解説「その2」の参考文献<sup>13)</sup>)ではないかと思われる。柿内賢信さんと南雲道彦さんの共著の「核磁気共鳴用磁石の均一度について」の論文で触れられており、また、伊藤順吉さんがコメントで触れられている。いずれの論文でも、平坦な磁場分布を得るための巧妙な手順として、サイクリングが語られているが、伊藤さんは履歴現象ではないかとされている。また、伊藤さんは温度の変化にも触れられており、ヨークに風が当たっただけでも、一度実現された均一度の高い磁場分布も変化してしまうことを指摘されている。さらに、近角さん、高橋(秀俊?)さん、伊藤さん、及び、熊谷さんが質疑応答を行っているが、その出だしは近角さんで、サイクリングは渦電流を利用しているのだと思うと発言されている。しかし、過渡現象である(筆者による補足:いずれは消え去る)と言う理由でほとんどその後質疑応答がなされていない。熊谷さんは、磁極の真中と端では磁場が異なるので、サイクリングの際に異なるヒステリシス・サイクルを描き、そのため、磁場分布が変わる可能性があることを指摘されている。

本節の頭書に述べた諸現象がサイクリングと関連して、既に、議論や検討が行われていた。ここは、伊藤順吉先生に直接お尋ねするのが良いと思い、阪大理・物理の同窓会で質問してみたが、「そんな古い話は忘れてしまったよ」と言う返事であった。これにて、この節はお終い。

### 7.6.3 蛇足: スカラー・ポテンシャルに対する筆者の夢

乗り移り磁化曲線が右側の大ヒステリシス曲線にぶつかる辺りの、磁化曲線上の唯一の点で、磁極間隙や励磁コイルの外側の空間での磁束密度に対して、スカラー・ポテンシャルが存在することを述べた。唯一と言うことで、非常に特異な状態であるが、そんな状態が出現するのも、例えば、磁気エネルギーが低く、安定な状態であるためかも知れない。

エイッとばかりに、筆者が夢見erことは、乗り移り磁化曲線は、その唯一の特異な状態を目指して変化すると言うことである。その状態は、鉄芯の形状、起磁力であるアンペア・ターン、及び、鉄芯の中心軸と側面とでヒステリシス・ループが異なること、等々との

兼ね合いで定まると述べたが、その電磁石にとっては唯一の点である。従って、ヒステリシス・ループの途中では必ずその点を通ることになり、ループは安定する。その場合には、サイクリングは不要であると結論出来る。

我々が通常サイクリングを取り入れるのも、飽和の状態は唯一無二で再現性が高く、ループは安定すると考えるためであり、それと同じことが起こる可能性があると考えられる。

果たして、ヒステリシス・ループはスカラー・ポテンシャルを目指すのであろうか。

## 8. ま と め

解説「その2」と本稿で紹介した項目を整理し、順序を入れ替えて、その要約を列挙し、まとめに代える。

### 8.1 電磁鋼帯の特性

8.1.1 強磁性体の電磁鋼帯では、ヒステリシス特性に関連する物理量である、保磁力と最大透磁率と飽和磁化との間には相関がある。荒っぽく言えば、保磁力が小さければ、低い磁場での磁化が大きく、初期磁化曲線での最大透磁率が大きく、飽和磁化は小さい。従って、透磁率が高くなるのは、低い励磁と高い励磁の途中の励磁のときである。

8.1.2 これらの物理量のばらつきを低減するためには、全ての電磁石を製作するに足る総量を一度に製作する。

8.1.3 これらの物理量には相関があるので、電磁石を製作するに当たっては、電磁鋼帯のシャッフリングはそれなりにとどめておいて良い。

### 8.2 磁場分布

8.2.1 電磁石では、強磁性体の磁化曲線と磁束のもれの因子を含む起磁力直線との交点として、磁極間隙での磁束密度が定まる。このとき、もれの大きさは、透磁率の大きさと磁極の形状で定まり、透磁率が大きいほどもれが大きい。透磁率が大きく、もれが大きくても、磁極間隙での磁束密度は通常の強さになる。

8.2.2 低い励磁から高い励磁まで連続的に使用するシンクロトロン電磁石を、通常の磁極形状とする設計に基づいて製作する場合には、低い励磁では皿型の磁場分布が、高い励磁では帽子型の磁場分布が、そして、その途中の励磁で、透磁率が最大になる辺りでは平坦な磁場分布が実現される。

8.2.3 これを素直に事実として認めれば、低い励磁から高い励磁まで、必要とされる水平方向変位あるいは垂直方向変位に対して、平坦で良好な磁場分布を確保するためには、その途中の励磁で、平坦な磁場分

布が実現される形状にすれば良い。例えば、磁極径あるいはボア径をそれ相応に大きくする必要がある。

8.2.4 もれの少ない磁極形状であるためには、励磁コイルは磁極を隙間なく取り囲むのが良い。ただし、電磁石は電源の負荷である電気回路であり、コイルの空間占積率が高い場合には、コイルとヨークとの間の静電容量が大きく、電気回路的な特性が悪くなる。

### 8.3 磁極端部形状の磁場測定に基づく実践的な調整方法とスカラー・ポテンシャルを用いて設計する方法

磁極端部を直線的に切り欠いた形状としただけでは、低い励磁から高い励磁までの広い範囲に対して、平坦な分布を得るには限界がある。それに対して、有力な実践的な磁極端部の調整方法がある。その一方で、磁極間隙や励磁コイルの外側の空間での磁束密度に対するスカラー・ポテンシャルに基づいて、3次元磁極形状を計算で定める方法もある。

8.3.1 磁極端部は踏み面と蹴上げを持つ階段状の形状として、電磁鋼帯を積層することで製作しておく。もし、BL積やGL積の分布を調整する場合には、各階段の積層した電磁鋼帯の枚数を増減させて、BL積やGL積を測定する。これにより、枚数の変化に対応するBL積やGL積の分布の変化のデータを知り、低い励磁でも、高い励磁でも、また、その途中の励磁でも、分布が平坦になる踏み面と蹴上げを決定し、それを磁極端部形状とする。この方法は、磁極端部と端板との間にふところがある場合成功する確率が高い、実践的な解である。

8.3.2 磁極端部の形状を磁場測定に基づいて調整する方法以外に、スカラー・ポテンシャルに基づいて磁極形状を定める方法があり、お勧めである。ただし、今のところ、この方法では、磁極端部の形状を大幅に変えることは想定されていない。

### 8.4 励起関数は分数関数の和

8.4.1 磁場測定から、 $BL/I$ を $I$ の関数として、 $GL/I$ を $I$ の関数として、 $I/BL$ を $BL$ の関数として、また、 $I/GL$ を $GL$ の関数として表すと、透磁率が高くなる磁場の辺りで、これらの関数は、直線状の平坦な箇所として変曲点が現われる。この変曲点を境界にして物理が異なると考え、これらの関数は直線部を漸近線とする分数関数の和で表されると考える。この励起関数は強磁性体の磁気的特性に関する物理に基づいて得られると考えられるので、少ない測定点数でも、精度が高い。

8.4.2 最適の値の係数を得るため、分数関数にも適用可能なフィッティング計算プログラムを利用すれ

ば良い。

**8.4.3** 分数関数の和とするととき、その一方は、低い励磁に対する励起関数であるため、保磁力と残留磁化を結ぶ左側の大ヒステリシス曲線と起磁力直線との交点を表す。それを評価すれば、磁場測定の精度、励磁電流の読みの精度、NMRの読みの精度、及び、電磁石の磁極間隙の仕上がりの精度を知ることが出来る。

## 8.5 電磁石の製法の一般論

**8.5.1** 電磁石本体の磁極の両端はグルーイングして固めておき、積層する電磁鋼帯の押さえとする。

**8.5.2** 積層した電磁鋼帯を側板と溶接する場合、全周溶接した後ピニングで歪み取りする方法や、千鳥溶接してピニングを不要とする方法もある。後者の場合、柔らかく構造の電磁石となるので、しっかりした頑丈な架台に固定する。

**8.5.3** セクター型偏向電磁石を製作するに当たっては、電磁鋼帯を楔形に積層してグルーイングで固めた塊りを、電磁鋼帯を積層する際に、ところどころに挿入する。このとき、側板は千鳥溶接し、柔らかく構造の電磁石とする。

**8.5.4** 長尺の偏向電磁石の励磁コイルは、パルス励磁により動く可能性があるので、ビーム進行方向の適当な位置で固定する。

## 8.6 電源の負荷としての電磁石の電気回路

**8.6.1** 励磁コイルの空間占積率を高くすると、磁場のもれが少なく、磁場分布が良好とされている。しかし、その一方で、励磁コイルとヨークとの間の電気回路としてのコンデンサーが大きくなり、電源の負荷としては、問題なしとは言えない。

**8.6.2** 縦長の四極電磁石でも磁場分布としては満足出来るようであるが、電気回路的には、4つの磁極が相互インダクタンスで結合し、電源電流のノーマル・モードとコモン・モードの結合が起こるので、要注意である。

## 8.7 鉄芯温度

**8.7.1** 鉄芯温度の変化により、磁場は大いに变化する。運転中はもちろんのことであるが、磁場測定するときにも、鉄芯温度が変化したのでは、測定データの信頼性は低い。信頼性の低い測定データは何の役にも立たない。

**8.7.2** 運転中に鉄芯温度が原因で磁場がずれた場合、鉄芯の熱変形が起こっている。その場合、励磁コイルの電流を調整して、ある1点での磁場測定の値を元に戻しても、磁場分布を元に戻すことは出来ないと考えるべきである。

## 8.8 偏向電磁石

ここでは、偏向電磁石のBL積の水平方向変位に対する分布の平坦化について論じないことにする。

**8.8.1** BL積の測定は、励磁電流を一定にしておいてロング・サーチ・コイルを引き抜く方法が最善である。次善の測定方法は、ロング・サーチ・コイルを固定しておいて励磁電流を時間的に変化させる。

**8.8.2** BL積については、基準電磁石に対する差を測定する。そのため、基準電磁石と被測定電磁石を直列に繋いで、同じ電流で励磁する。差を測定することで、基準電磁石と被測定電磁石に対して鉄芯温度が同じ環境が整うものとする。

**8.8.3** 透磁率が最大になる磁場でBL積が一致するように、被測定電磁石の磁極端部の厚さを調整する。さらに、低い励磁と高い励磁でBL積の差を測定し、2次元スキャット・プロットにより、2つの励磁でのずれの直線的な相関を確認する。

**8.8.4** 2次元スキャット・プロットの直線的な相関を利用して、低い励磁、透磁率が最大になる励磁、及び、高い励磁でのCODが小さくなるように、電磁石を組み合わせ、リングに配置する。

## 8.9 四極電磁石

ここでは、四極電磁石のGL積を全ての四極電磁石に対して揃えることについては論じないものとする。

**8.9.1** 1台の四極電磁石のGL積の水平方向変位または垂直方向変位に対する分布の調整については、磁極端部を階段状に製作しておいて、その蹴上げと踏み面を調整するのが良い。

**8.9.2** 縦長の断面の四極電磁石の場合、電気回路的に4つの励磁コイルが結合することを考慮し、縦横を可能な限り正方形にする。

## 8.10 スカラー・ポテンシャルの勧め

### 8.10.1 強磁性体を用いた電磁石の磁氣的現象では2つの異なる物理が存在

低い励磁から高い励磁まで連続的に運転するシンクロトロン電磁石を、通常的设计に基づいて製作する場合には、低い励磁では皿型の磁場分布が、高い励磁では帽子型の磁場分布が、そして、その途中の励磁で、透磁率が最大になる辺りでは平坦な磁場分布が実現される。これを素直に事実として認め、平坦になる励磁のときを境として、少なくとも2つの異なる物理があるとする。

また、励起関数も、異なる2つの分数関数の和とすると、少ない個数の係数で、広い励磁範囲で再現されるが、それも、磁氣的現象には異なる2つの物理があるからと考える。



さらに、磁極間隙や励磁コイルの外側の空間での磁束密度に対するスカラー・ポテンシャルに基づいて設計され製作された GSI の SIS の四極電磁石は、中間の励磁で平坦な磁場分布を実現出来ており、スカラー・ポテンシャルは有意であると理解する。

### 8.10.2 磁束密度がスカラー・ポテンシャルで表される磁化曲線上の唯一の点の存在

乗り移り磁化曲線が右側の大ヒステリシス曲線にぶつかる辺りでは透磁率が大きい、その近辺の磁化曲線状の唯一の点で、鉄芯と磁極間隙の境界、及び、励磁コイルが巻かれた鉄芯とその外側の空間との境界で、 $\text{rot}\vec{B}=0$  が成立し、スカラー・ポテンシャルが存在出来る。その証明は機会を改めて筆者により与えられる。

### 8.10.3 磁場分布を与えて 3 次元磁極形状を定める

シンクロトロン電磁石は、低い励磁から高い励磁までの、広い励磁範囲で運転されるので、その途中の励磁で最良の磁場分布を与えれば良いと考える。そこで、スカラー・ポテンシャルを用いて、平坦な磁場分布を実現する 3 次元磁極形状を、等ポテンシャル面として定めることにする。

### 8.10.4 3 次元磁場解析プログラムによる数値計算の助け

スカラー・ポテンシャルの等ポテンシャル面として定めた、電磁石の 3 次元磁極形状に基づいて、励磁コイルの位置や断面形状を定める。この配置の下での、高い励磁での磁場分布を、3 次元磁場解析プログラムで数値計算し、その良し悪しを確認する。もし、悪ければ、再び、スカラー・ポテンシャルに戻って、ボア径を大きくするなどして磁極形状を再び定め、3 次元磁場解析プログラムの数値計算を繰り返す。

### 8.10.5 NC レーザー・カッターの登場

本論では触れなかったが、この設計手順に基づいて 3 次元磁極形状を決定し、実際に、その形状の電磁石を製作するに当たっては、磁極端部の 3 次元 NC 加工が必要となり、NC レーザー・カッターに登場してもらう必要がある。NC レーザー・カッターで電磁鋼帯を加工する技術の開発と確立が望まれるが、そうすると、磁場測定に基づいて磁極端部を調整することが容易ではなくなる。GSI の SIS の四極電磁石の例では、半径のかなり大きいところで、磁極端部がやすり掛けされていただけであることを筆者は目視により確認してはいるが、現時点では、常に、その程度で済むかどうかは定かではない。

## 8.11 過渡的渦電流の時定数とヒステリシス曲線

### 8.11.1 励磁が時間的に変化するときの渦電流は、

フーリエの熱伝導方程式に従う。過渡的渦電流の時定数は磁化曲線の微分透磁率に比例し、空間的に分布する。

8.11.2 高い励磁から低い励磁に変化させたとき、左側の大ヒステリシス曲線に沿って励磁が立ち下がり、そのとき測定された時定数は双曲線関数であり、これより、大ヒステリシス曲線は双曲線関数で表現出来ると考えられる。

8.11.3 励磁の時間的な変化の途中で、過渡的渦電流の時定数が長い状態が発生すると、それが、その後の過渡現象の主たる成分になると考えられる。

8.11.4 励磁を立ち上げる場合、立ち上がりの途中で、微分透磁率が大きくなるので、過渡的渦電流の時定数の長い状態が発生する可能性があるが、それを確認できる測定が、今のところ、不十分である。

## 8.12 サイクリング

サイクリングはヒステリシス・ループが履歴現象で変化する現象を最小限にとどめるために必要とされている。しかし、サイクリングの手続きに付随して、鉄芯温度が変化し、過渡的渦電流が発生し、電源の励磁電流の過渡現象も起り得るし、磁気余効もあるとされている。このことからして、主たる原因はヒステリシス・ループの変化とは断定出来ないと考えられる。変化の原因が明らかにされた暁には、その変化を低減させる方法が考案され、サイクリングの手続きを取り止めることが出来る可能性があり、エネルギーの変更に要する時間等が短縮出来る可能性がある。

## 8.13 キャッチ・フリーズ

### 8.13.1 これまで

「磁場よりも電源」. 「磁場よりも鉄芯温度」. 「コモン・モードは電源の全て」.

### 8.13.2 今回 (ただし、「?」マーク付きのものあり)

「シンクロトロンでは 3 次元磁場解析プログラムはスカラー・ポテンシャルの補助」.

「渦電流よりも鉄芯温度」. 「サイクリングよりも渦電流」.

## 9. 謝 辞

またしても、とんでもなく長い話を書き綴ってしまった。阪大核物セに転任後した後は、「紙と鉛筆で計算したがる加速器のノンプロ」を自称し、「物理学に根ざした加速器の研究」に取り組んで来た積りの筆者が、ここまで長い話を書くことが出来たのも、東大核研、放医研、及び、阪大核物セの、多くの皆さんのお陰である。特に、板野明史さんと垣内俊二さん(故人)には、筆者の思い付きを、HIMAC の実物の電磁石に



において、形にして頂いた。心から感謝します。また、阪大核物セでは、その原理が明らかでもないのに、スカラー・ポテンシャルで計算した3次元磁極形状の良し悪しの研究に取り組み、それは一所懸命だった、大学院生の中曽聡さんと大石忠弘さんに感謝します（鉄芯と磁極間隙の境界、及び、励磁コイルが巻かれた鉄芯とその外側の空間との境界で、 $\text{rot}\vec{B}=0$ が成立することの証明に成功したら、現在企業で活躍中の2人には、直ちに報告します）。解説「その1」の電源と、解説「その2」及び本稿の電磁石に関しては、GSIの年報や月報（GSI Nachrichten：現在廃刊のはず）のSISとESRの報告から多くを学んだ。Franzkeさんとの立ち話で、GSIから多くを学んだことに感謝すると伝えたところ、筆者がSISの高周波加速空洞の寄生共振の問題を解決したことに、逆に、感謝されてしまった。渦電流に関しては、NACのJungwirthさん（故人）には、彼の生前に、素晴らしい測定データの転載を許可して頂いており、感謝します。

#### 参考文献

- 17) 佐藤健次「重イオン・シンクロトロン加速器技術と物理・その2—HIMAC電磁石の設計と製作：コモン・モード・ノイズとの格闘—」日本加速器学会誌「加速器」第3巻第2号，(2006) 102-120.
- 18) 高橋秀俊，「電磁気学」，物理学選書3，1959年，裳華房.
- 19) 大石忠宏，「高性能偏向電磁石の開発研究」，修士論文，大阪大学，1999年.
- 20) 中曽 聡，「高性能四極電磁石の研究開発」，修士論文，大阪大学，1999年.
- 21) B. Langenbeck and B. Franczak, "SHAPING OF POLE ENDS TO MINIMIZE FIELD ERRORS IN QUADRUPOLE MAGNETS", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 24, NO. 2 (1988) pp. 1369-1372.
- 22) P. J. Bryant, "BASIC THEORY FOR MAGNETIC MEASUREMENTS", Proc. of CERN ACCELERATOR SCHOOL, "MAGNETIC MEASUREMENT AND ALIGNMENT", CERN 92-05, (1992) pp. 52-69.
- 23) H. N. Jungwirth, "FIELD SETTING FOR A CYCLOTRON SECTOR MAGNET", Proc. of the 9<sup>th</sup> Int'l Conf. on Magnet Technology, Zurich, Switzerland, 1985, pp. 138-141.
- 24) A. Mochiashi and K. Sato, "Analytical Expression of Transient Eddy Current Effect in Iron-Solid Magnet", Proc. of the 15<sup>th</sup> Int'l Conf. on Cyclotrons and Their Applications, Caen, France, 1998, pp. 522-525.
- 25) 永宮正治さんに教えて貰った文献.  
L. W. Alvarez, "The early days of accelerator mass spectroscopy", PHYSICS TODAY, JANUARY (1982) pp. 25-32.
- 26) H. F. WEEHUIZEN et al., "BEAM CONTROL FOR PROTON THERAPY", Proc. of the 14<sup>th</sup> Int'l Conf. on Cyclotrons and Their Applications, Cape Town, South Africa, 1995, pp. 322-325.
- 27) 私信：佐野悦信さん（AEC：加速器エンジニアリング株式会社）との立ち話.