コヒーレント輻射

吾郷 智紀*

Coherent Synchrotron Radiation

Tomonori AGOH*

Abstract

This article presents basic properties of coherent synchrotron radiation (CSR) with numerical examples and introduces the reader to important aspects of CSR in future accelerators with short bunches. We show interesting features of the single bunch instability due to CSR in storage rings and discuss the longitudinal CSR field via the impedance representation.

1. バンチ長

バンチ長の話を割愛してコヒーレント輻射を語るこ とはできない.先ずバンチ長から話を始めることにし よう.ILC (International Linear Collider)や KEKB (KEKB factory)などの電子・陽電子衝突器では,衝 突頻度を上げるために衝突点におけるバンチ長を短く することが望まれる.放射光施設では化学変化のよう な時間変化する試料に対し,測定の時間分解能を上げ るために持続時間(パルス長)の短い光が求められる が,これはバンチを短くすることで可能となる.バン チ長は加速器の性能を決める最も重要な要素のひとつ であり,短いバンチは加速器の種類を問わず求められ ている.また,衝突器でも放射光施設でも目的こそ違 えども電流を上げることも望まれる.大電流・短バン チは将来の加速器の性能を決める重要な鍵となる.

高エネルギーの電子は偏向磁石で曲げられると,幅 広い周波数を含むシンクロトロン輻射を出すが,この スペクトルのうち波長がバンチ長より長い周波数成分



^{*} 高エネルギー加速器研究機構 KEK (E-mail: agoh@post.kek.jp)

24 J. Particle Accelerator Society of Japan, Vol. 3, No. 1, 2006 - 24 -

は図1の下のように位相がそろうために干渉性を有す る.干渉性のある輻射の低周波成分はコヒーレントシ ンクロトロン輻射 (coherent synchrotron radiation: CSR) と呼ばれ,バンチを成す十億から百億に及ぶ 電子からの電磁波がほぼ同位相になり強め合うため に,バンチ長よりも波長が長い低周波成分は図2のよ うに大強度になる.

1946年 Schwinger によるシンクロトロン輻射の定 式化¹⁾で長波長域の干渉効果も議論されたのが CSR の研究の原点であるが,初めて CSR が観測される 1989年までに永い歳月を要している. CSR 研究の経 緯については高橋俊晴氏が学会誌²⁾にて主に実験の面 から詳しくまとめておられるので御覧頂きたい.ま た,光源やビーム診断など CSR の応用についても興



味深い解説をされているので一読されたい. CSR に よるビーム不安定性の仕事をしている私にとって CSR はどちらかと言うと悪者の印象が強い.本記事 では蓄積リングにおける CSR による単バンチの不安 定性や CSR のインピーダンスを眺めながら CSR の 基本的な性質を紹介したい.

2. CSR の性質

2.1 個人と集団 -ISR と CSR-

蓄積リングにおける(非可干渉性の)シンクロトロ ン輻射 (incoherent synchrotron radiation: ISR) は個 々の電子がエネルギーを放出する現象であり, ISR は 電子の振動を減衰する効果がある.輻射に伴う確率的 な揺らぎのために、位相空間におけるビームの広がり は零にはならずリングの設計で決まる平衡状態に落ち 着くが、ISR には路面の摩擦のような役割があり、個 々の電子はエネルギーを吐き出すことで安定になると いうありがたい効用がある.一方, CSR の干渉性は 本質的に電子の集群に起因するものであり、輻射方向 の集団の形(バンチの電荷分布)で決まる電磁場が集 団の構成員である電子に影響を及ぼす集団としての作 用である. CSR は電磁波には違いないが、個々の電 子の立場からすると波というよりはむしろ空間電荷の 描像が似つかわしいかもしれない. ISR とは異なり CSR はバンチ内の電子を縦方向の位置に依って減速 または加速し,電子にエネルギー変化を与えてしま う. 強度が強い場合にはバンチに含まれる電子を引っ 掻き回し, その結果バンチが引き伸ばされたり, 電荷 分布に濃淡ができたり, エネルギー幅が拡がったりす る.

ERL (Energy Recovery Linac) では、バンチは同じ ビームラインを一度(Linac は二度)しか通過しない ため、あるひとつのバンチが通過する偏向磁石の数は それほど多くない. それゆえ CSR のバンチへの影響 はエミッタンスの増大など限定的である(もちろん ERL ではビームの質が肝である).一方,蓄積リング では ERL などに比べバンチ長がずっと長いために1 台の偏向磁石における CSR の強度は弱いものの,バ ンチは恒常的に偏向磁石を通過しているので、周回を 重ねるごとに CSR による作用が累積していく.序章 でバンチ長より波長の長い輻射成分を CSR と定義し たが、CSR や他の電磁場の影響でバンチに構造(電 荷密度の濃淡)ができると、その構造一つ一つが言わ ば短いバンチであり、可干渉の周波数領域が高周波側 へ拡がる.後で解説するように,波長が短い CSR は 真空ダクトによる遮蔽効果が弱いため強度が強く、バ ンチ内の電子を強く揺さぶる.その結果生じたバンチ の構造がさらに短波長の CSR を発生する.このよう に真空ダクトによる遮蔽に打ち勝って,CSR により バンチが一気に不安定になる現象が CSR のバースト と呼ばれるものであり,ここ数年いくつかの蓄積リン グで観測され注目を集めている³⁻⁵⁾.

2.2 蓄積リングにおける CSR による単バンチ不 安定性

将来計画されている SuperKEKB の陽電子リング のパラメータを用いて, CSR による単バンチの不安 定性を見てみよう.陽電子のエネルギーは 3.5 GeV, バンチ長は 3 mm,偏向磁石の軌道半径は 16.3 m,磁 石の台数は 134 台とする.真空ダクトは現在使用し ている物が ϕ = 94 mm の丸パイプなので,一辺が 94



 図3 CSR の影響を受けて振動するバンチ長(CSR が 無い場合の自然長で規格化). 横軸はリングの周
回数



図4 CSRの影響を受けて振動するバンチのエネル ギーの広がり(CSRが無い場合の広がりで規格 化). 横軸はリングの周回数

-25 -

mmの正方角パイプで計算をした.図3,図4はそれ ぞれバンチ長とエネルギーの広がりをリング周回数に 対して描いたものである.

CSR が無ければバンチ長とエネルギーの広がりは 輻射減衰と量子揺らぎが平衡する値(縦軸の値が1.0 のところ)に落ち着くが、CSR を考慮に入れると図 3,図4のようにバンチは不安定になり平衡値から数 十パーセント広がったところで激しく振動してしまう. CSR によって不安定になる時間よりも ISR による減 衰時間の方が長いため,バンチ長,エネルギー分布と もに鋸の歯のような振動を繰り返している. このよう に輻射の低周波成分はバンチを不安定にし、高周波成 分は電子の不安定な振動を減衰し平衡状態に戻そうと する. バンチ長やエネルギーの鋸の歯のような振る舞 いは低周波成分 CSR と高周波成分 ISR の攻防の跡で ある. CSR による単バンチの不安定性を外部から抑 えることはバンチ内の電荷密度を制御することであり 非常に難しい.したがって、CSRによるビーム不安 定性を抑えるためにはバンチを長くする、バンチ電流 を減らす、あるいは真空ダクトによる遮蔽を利用する など、CSR そのものを小さくする以外に術がないだ ろう.

それでは、バンチ電流と真空ダクトの太さを変えて SuperKEKB 陽電子リングにおける単バンチ不安定性 を見てみよう、バンチ電流 I_b に対するバンチ長とエ ネルギーの広がりをそれぞれ図 5、図 6 に示す、横軸 のバンチ電流を 0 mA から 2.5 mA (=バンチ電荷約 25 nC) まで変え、真空ダクトの全高・全幅は 50, 60, 70, 80, 94 mm について計算を行った.

図5に示すバンチ長はバンチ電流が増えていくにつ れて徐々に長くなるが,ある電流を超えると電流に対 する勾配が大きくなりバンチ長の変化が大きくなる. 例えば真空ダクトの太さが94mmの場合(図中○ 印),バンチ電流が0.9mAを超えた辺りからバンチ が急激に引き伸ばされる.この電流に対する閾値はバ ンチのエネルギーの広がりを見た方が判りやすい.図 6 が示すように、電流が低いとエネルギーの広がりは 平衡状態の値(縦軸1.0)を保持しているが,閾値を 超えるとバンチのエネルギー広がりが増え始める.こ のように蓄積リングでは CSR によってバンチが不安 定になり始める閾値電流が存在する.この閾値は CSR の場に依存するので、図6 が示すように細いダ クトを選ぶなどして CSR を小さくすれば, 閾値が上 がりバンチを安定な状態に保つことができる. 例え ば、ダクトの太さが50mmの場合、バンチ電流が 2.5 mA でもバンチは安定である. しかしながら, ダ



図5 SuperKEKB におけるバンチ長とバンチ電流の関係



図6 SuperKEKB におけるバンチのエネルギーの広が りとバンチ電流の関係

クトを細くすると resistive wall やベローズなど加速 器が持つ CSR 以外のインピーダンスの影響が大きく なり,単バンチ不安定性や結合バンチ不安定性などの 副作用が生ずる可能性があるので,闇雲にダクトを細 くすればよいわけではない.したがって,蓄積リング におけるバンチ長の限界は CSR によって決まる.

2.3 電子のエネルギーと CSR の影響

よく知られているように ISR の強度は電子(陽電 子)のエネルギーの4 乗に比例する.スペクトルの 主成分は臨界周波数の周辺にあり,この周波数帯が輻 射強度を支配している.電子のエネルギーが高くなる と強度スペクトルは高周波側へ伸びていくが,スペク トルの低周波領域は相対論的な電子であればそのエネ ルギーに依存しない.つまり,CSR の電磁場は輻射 する電子のエネルギーに依らず,電子のエネルギーが 低いほど CSR のビームへの影響は大きくなる. CSR の強度はバンチの電子数 N の自乗に比例し, その電磁場は電子数 N に比例する.この性質のお陰 で CSR は加速器では馴染み深いインピーダンスで表 現することができ,ビームラインやリングの設計が与 えられれば,バンチ形状やビーム強度,電子のエネル ギーに依らない加速器固有の量として CSR が与えら れることになる.CSR のインピーダンスを決める要 素を具体的に列挙すると,(1)偏向磁石におけるビーム 軌道の曲率半径,(2)軌道に沿った磁石の長さ,(3)磁石 の台数,(4)真空ダクトの断面寸法(丸パイプの場合は 半径)である.

2.4 真空ダクトによる CSR の遮蔽

CSR の最も重要な性質のひとつが真空ダクトによ る電磁場の遮蔽である. 偏向磁石の中で放出された CSR は金属製のダクトの壁で反射しながら前方へ伝 播する. 簡単のために真空ダクトは完全導体であると しよう. 壁面での反射は固定端反射であり、反射の際 に電磁場の振動位相は反転する. 低周波領域では壁で 反射した波は反射していない波と干渉し、両者は打ち 消しあう.これが CSR の遮蔽効果であり、銅など電 気伝導率の高い真空ダクトによって CSR の電磁場を 小さくすることができる.ダクトが細いほど、反射波 と非反射波の経路差が小さくなるため、図7に示すよ うにダクトの高さhに依存して CSR の電場が小さく 抑えられる.図7の横軸はバンチの進行方向の座標で, z=0がバンチの中心,右側がバンチ前方,左側が後 方である.ダクトで反射した CSR はダクト中心を走 るバンチよりも長い行路を伝播するため、バンチより も縦方向に少し遅れをとる.このため,CSR は前方 (進行方向) に輻射されているにもかかわらず, 真空 ダクトでの反射によって,バンチ前方にいる電子から

の輻射がバンチ後方に影響を及ぼす.図7が示すよう に、バンチ後方(z<0)で電場の値が0にならず、 尾を引いているのはこの反射のためである.

遮蔽効果の程度は反射波と非反射波の波長に対する 相対的な行路差で決まるため,真空ダクトの寸法だけ でなくビーム軌道の曲率にも依存する.波長が長いほ ど反射波と非反射波の位相差が小さくなるので,周波 数が低いほど抑止効果が強く,ある周波数より低周波 の電磁波はほとんど存在できない.この遮蔽の目安と なる周波数を遮蔽周波数という.遮蔽と周波数の関係 は後ほど CSR のインピーダンスの章で詳しく見てい ただこう.ここで注意したいのは,CSR 関連の文献 で遮蔽を論ずる際に見かける"cutoff frequency"とい う言葉であるが,これは導波管などのカットオフ周波 数とは物理的にまったく異なるものである.いわゆる



図7 遮蔽された CSR の電場の縦方向成分

カットオフ周波数というのは導波管の断面形状に適合 した電磁波の伝播モードのうち最小の周波数を指し, 導波管の寸法だけで決まるものである.一方,CSR の遮蔽周波数はダクトの寸法と軌道の曲率で決まる. 真空ダクトを単純化して完全導体の平板を考えてみる と,この金属板の効果はバンチと逆符号の鏡像電荷が 平板を挟んで向かいに存在しているのと等価であり, 逆符号の鏡像電荷からのCSR が真電荷のCSR を一 部相殺し電磁場が小さくなると解釈することもできる.

蓄積リングで盛んに CSR が観測されるようになっ たのはここ数年のことであり、そのほとんどがバンチ を意図的に不安定な状態にして、バンチに構造をつく り捕らえられたものである.蓄積リングでは線形加速 器に比べバンチが長いため真空ダクトによる遮蔽が強 く、観測できるような CSR を発生させることがこれ までは難しかった.言い換えれば、世の蓄積リングが CSR の影響を受けることなく安定に稼動しているの は真空ダクトによる遮蔽効果のお陰であり、蓄積リン グにおける真空ダクトはただ単にビームラインを真空 に保つためにあるのではなく、はからずも CSR を抑 制する役割も果たしている.

2.5 CSR の時間発展

CSR のもうひとつの重要な性質は偏向磁石内での 電磁場の発展である.本質を理解するため,真空ダク トによる遮蔽は忘れて,偏向磁石の磁場のみが存在す る空間を考えよう.通常の ISR の電磁場は磁石の入 り口付近と出口で同じであるが,バンチを成す多数の 電子から輻射される場の集積である CSR はそうでは ない.

図8のように偏向磁石の中ではバンチの軌道は曲がっているのに対し,輻射された CSR は真っ直ぐ伝播

-27 -



図9 偏向磁石における CSR の発展

するため,バンチが光速に近い速度で走っているにも かかわらず、バンチ後方にいる電子からの輻射はバン チの前方に追いつくことができる.要するにCSRは 通常の wakefield と違い因果律に従わない.バンチの 最後方にいる電子からの輻射がバンチの最先端のそれ と干渉するまで CSR の場は発展し続け、それ以降は 定常状態に落ち着く. 例えば, 縦方向にガウス分布を しているバンチを考えると、バンチ後方 -3σ にいる 電子からの輻射がバンチ前方3σの位置に達すればほ ぼ定常状態と考えてよい. CSR が定常状態に達する までにバンチが走る距離よりも磁石の長さが短けれ ば、バンチが磁石の中を通過する間中 CSR の場は成 長し続ける. ビームの軌道半径にも依るが, 蓄積リン グのようにバンチ長が1mm~1cm で磁石長が1m 程度の場合, CSR は非定常であることがほとんどで あり,バンチが偏向磁石を通過している間,図9が示 すように徐々にその大きさを増していく.

3. 〈余談〉放射と輻射

radiation は放射または輻射と訳されている.物理 学辞典⁶⁾では放射で統一されており,今日では放射と 呼ぶのが一般的であろう.一方,矢から派生した輻射 の「輻」の字は矢と同じく「や」と訓読みするが,こ の字は馬車や荷車などの"車輪の矢",すなわちスポー クを意味する.車輪のスポークのように,ある一点か ら四方八方へ直線状に広がっていくさまを思い浮かべ ると,輻射は radiation の訳語として正鵠を射てお り,今日一般的に用いられる「放射」よりもずっと優 れた学術用語であると言えよう.

radiation の語源はラテン語のラディウス(radius) であるが, ラディウスは棒(staff, rod)や車輪のス ポークを意味し, 漢字の矢や輻とまったく同じ概念を 持つ.そして車輪のスポークの形象から radius は円 の半径という意味で用いられる.ラテン語のラディウ スから派生した言葉はたくさんあるが,英語で線・光 線を意味する ray もいにしえのフランスを経由してラ ディウスから派生した言葉で,(なぜか radius の"d" が落ちているが)radiationの親戚にあたる.フラン ス語で光線は rayon, 縞模様は rayure という.光線 のように輝く人工絹のレーヨン(rayon)も同源であ る.これらの言葉を見渡してみると, radiation がラ ディウスから輻の概念を継承したのに対し, ray は一 次元で直線的であり, ラディウスの棒の形を受け継い でいるように思われる.

さて、輻射がradiationの適訳であることはご理解 いただけたと思うが、輻が当用漢字でないせいであろ うか、現在この言葉を使う人は少ない.かく言う私も 長いものに巻かれ、輻射光ではなく放射光、輻射状で はなく放射状と日常何気なく口にしている.高エネル ギー加速器におけるシンクロトロン輻射は極めて指向 性が強いためradiationよりもrayの幾何学に近い が、一点から四方八方へ広がる概念を実に上手く表現 した輻射という言葉があまり使われていないのはいさ さか残念である.ちなみに中国語では synchrotron radiation を同歩輻射, CSR を相干同歩輻射と書き、 今もそこには車輪の面影が残っている.

4. CSR のインピーダンス

前述のように CSR はインピーダンスで表現することができる.一台の偏向磁石で発生する CSR の縦方向のインピーダンスを見てみよう.計算は近軸光線近似に基づく輻射場のグリッド計算^{7,8)}により行い,場の時間発展と真空ダクトによる遮蔽効果が考慮されて



図10 偏向磁石1台あたりのCSR および resistive wall のインピーダンスの実数部:絶対値をとって両対 数目盛で示してある. 横軸は波数 [1/m].



図11 偏向磁石1台あたりの CSR および resistive wall のインピーダンスの虚数部

いる. 偏向磁場中のビーム軌道の半径を10m, 軌道 に沿った磁石の長さを1mとし,真空ダクトは一辺 が10cmの正方形断面をもつ角パイプを考えた. 真 空ダクトの材質は完全導体または銅(resistive wall) の二通りについて計算を行った.

図10,図11はCSRのインピーダンスの実数部, 虚数部であり,絶対値をとって対数目盛で示してある.各々の図には以下に示す7本の線が描いてある.

- 完全導体のダクトで遮蔽された CSR (数値計 算)
- 2. 銅のダクトで遮蔽された CSR (数値計算)
- 2 で磁石を出て伝播する CSR を考慮したもの (数値計算)
- 4. 自由空間における定常状態の CSR (解析解⁹⁾)

- 5. 自由空間における非定常状態の CSR (解析解¹⁰⁾)
- 銅製の丸パイプの resistive wall インピーダンス(解析解¹¹⁾)
- 7. 遮蔽波数 (解析解¹²⁾)

先ずは完全導体のダクト中のCSR(線1)に着目 してみよう.インピーダンスの低周波成分は真空ダク トによる遮蔽の為に強く抑えられ,波数について実数 部は指数関数的に,虚数部は波数Rの3乗に比例し て小さくなる.これは完全導体の平行平板で遮蔽され た定常状態のCSRの理論¹²⁾を定性的に再現してい る.実数部の低周波領域(k<100/m)は小さい値な がらも0の周りで有限の値を持っており,対数目盛 では線1のような山と谷のような形になる.波数で はなく波長を横軸にとると山の頂点は等間隔になって おり,その間隔はダクトの太さと磁石の長さに依存す るが,波長に対するスペクトルの周期性が現れる理由 はよく解らない.

銅製の真空ダクトを考慮した CSR のインピーダン スを図中の2の線で示す.低周波領域では遮蔽によ り CSR が存在できず、周波数が低くなるにしたがっ て,波数の平方根に比例する resistive wall のイン ピーダンスに漸近する.波数がk=100/mよりも大 きい領域では, resistive wall の場は CSR のそれに比 べてずっと小さいため、完全導体と銅の差はほとんど なくなる.ただし,説明の便宜上CSRとresistive wallの場を分けて考えたが、2の線が示すのは resistive wallのダクトによって遮蔽された干渉性輻射場 であって、実際の電磁場に CSR と resistive wall 場の 区別があるわけではない.しかしながら特筆すべき は、完全導体で遮蔽された CSR のインピーダンス (線1) と直線パイプの resistive wall インピーダンス (点線6)を足し合わせると resistive wall で遮蔽され た CSR のインピーダンス(線2)によく一致すると いうことである. つまり, もし完全導体のダクトで遮 蔽された CSR が得られたならば,それに別途計算し た resistive wall の電磁場を重ねあわせることによっ て近似的に resistive wall のダクトで遮蔽された CSR を得ることができる.

次にインピーダンスの高周波側に目を向けてみよう. CSR の高周波成分は遮蔽の効果が弱いために,実・ 虚数部ともにダクトのない自由空間における非定常の CSR (点線5)に漸近し,遮蔽波数(点線7)k=454 /mの2倍程度の波数で両者はほとんど同じ値にな る.したがって,バンチ長の逆数が遮蔽波数よりもず っと大きいような超短バンチの場合,真空ダクトの遮 蔽効果を無視することができる.換言すると,ERL



図12 偏向磁石を出て drift space を伝播する CSR

のようにバンチ長が 0.1~1 ps と非常に短い場合に は,真空ダクトによる遮蔽効果で CSR を小さくする ことはあまり期待できない.

真空ダクトの存在により CSR の電磁場が遮蔽され ビームの不安定が抑えられるという認識はおおむね正 しいが,真空ダクトによる場の遮蔽があるからといっ て全周波数領域において CSR のインピーダンスの値 が小さくなるわけではない.この計算ではおよそ k= 100~800/m の波数でインピーダンスの実数部は自由 空間(点線5)よりも遮蔽がある場合(線2)の方が 大きく,k=200/m 辺りではその比が10倍に達する.

線2で示されるインピーダンス実数部の値は常に 正であるが、虚数部は約k=240/mで0となり(対 数目盛なので深い谷になっている),これより低周波 の領域ではインピーダンスは負の値,高い周波数では 正の値をとる.

さて、CSR は偏向磁石で放出され、ある角度の広 がりをもって前方へと進むが,図12のように,やが て偏向磁石を出て drift space を伝播する. 磁石を出 ると軌道は真っ直ぐになっているので、ダクトは真っ 直ぐな導波管のようなものを想像してもらえばよい. drift space で CSR は発生しないが, 偏向磁石で発生 した CSR が磁石を出て、しばらくの間ビームに影響 を及ぼす.図12のようにCSRは真空ダクトの壁で 反射しながら伝播するため、ダクト中心を直進する ビームに比べて長い経路を伝うことになる. これによ り CSR はビームに対し縦方向に徐々に遅れをとり、 ある距離(5~10m程度)だけ直線部を走るとビーム への作用は終息する. また, 直線部を伝播するにつれ て CSR が正弦波に近づいていき,加速・減速が相殺 することもビームへの影響が終息する理由のひとつで ある. ビームが偏向磁石を出た後の影響も考慮に入れ た CSR のインピーダンスが図 10・図 11 における 3 の線である. 偏向磁石中のみの CSR のインピーダン

スとの違いは主に高周波成分に現れ,この計算例では 磁石中のみのインピーダンスの実数部(線2)の約3 倍になる.逆に虚数部は磁石以降の作用を考慮すると 値が小さくなるが,負の値の波数帯が高い方へ伸びて いることが分る(k=240→1100/m).したがって, 特に短バンチの CSR の影響を調べる際には,"偏向 磁石中"の CSR の影響のみならず,"磁石を出た後" のビームへの影響も考慮に入れなければならない.偏 向磁石より先の drift space を伝播する CSR も磁石内 と同様に時々刻々変化しているので,場の時間発展お よび真空ダクトによる遮蔽を同時に考慮入れて CSR のインピーダンスを評価することが必要である.

5. 後 記

ここ数年,いくつかの蓄積リングで CSR の観測が 行われ,理論では説明できない現象が観測されてい る.例えば UV-SOR II の実験³⁾では電流に対する バーストの閾値が2つあるという大変興味深い実験結 果が報告されているが,現在のところこれを説明する 理論はなく,数値計算でも再現することができない. 今後実験と平行して理論や計算による理解も進めてい くことが必要であろう.

参考文献

- 1) J. Schwinger, Phys. Rev. 70, p. 798 (1946).
- 2) 高橋俊晴, "コヒーレント放射光"日本加速器学会誌 2巻1号11-19頁2005年
- Y. Takashima et al., Jpn. J. Apple. Phys. 44, L1131 (2006).
- 4) J. M. Byrd et al., Phys. Rev. Lett. 89, 224801 (2002).
- 5) M. Abo-bakr, et al., Phys. Rev. Lett. 88, 254801 (2002).
- 6) 物理学辞典 改訂版 (1994) 培風館.
- T. Agoh, "Dynamics of coherent synchrotron radiation by paraxial approximation" 東京大学博士論文 (2004).
- 8) T. Agoh and K. Yokoya, Phys. Rev. ST–AB, 7, 054403 (2004).
- 9) Ya. S. Derbenev et al., TESLA-FEL 95-05 (1995).
- E. L. Salidin et al., Nucl. Inst. Meth. A398, p373 (1997).
- A. W. Chao, "Physics of collective beam instabilities in high energy accelerators", John Wiley & Sons (1993).
- 12) R. Warnock, SLAC-PUB-5375 (1990).