

地面変動の時空発展と ATL 則の直接的検証

諏訪田 剛^{*1,2}

Spatiotemporal Evolution of Ground Motion and Direct Test of the ATL Law

Tsuyoshi SUWADA^{*1,2}

(Received June 30, 2017, Accepted January 5, 2018, Published April 30, 2018)

Abstract

Long-term variations in the spatial displacement of the tunnel floor at the KEKB injector linac have been analyzed based on spatiotemporal evolution of ground motion measured with a remote-controllable sensing system. The amount of the displacement data has been recorded at a fixed interval since January 2016 in order to directly validate random walk characteristics of the tunnel-floor displacement due to the complex ground motion. The ATL law is well known as an experimental rule in geophysics field, which describes stochastic spatiotemporal evolution of ground motion. Based on the stochastic spatiotemporal evolution of ground motion, displacement level of the tunnel floor may only increase without any periodicity nor reduction. If the spatiotemporal evolution of the displacement level is too large, we may have to discuss again about the high precision alignment required for the injector linac. In this report, based on the long-term dynamic variations in the spatiotemporal displacement of the tunnel floor measured at the injector linac, the spatiotemporal evolution of ground motion is investigated to test directly the ATL law, and the magnitude of the parameter in the ATL law is quantitatively evaluated.

1. はじめに

現在、入射器では、次期計画 SuperKEKB¹⁾に向けた入射器増強と高度化が進行中である²⁾。この中で高精度アライメントは、入射器の高度化に向けた重要項目の一つになっている。入射器のような長距離線形加速器では、大電流かつ高品質なビームを長距離にわたり安定に加速・輸送するために、高精度アライメントは欠かせない。レーザーアライメントは、レーザー長基線を墨入れの墨線に対応させ、光軸を基線として加速装置を直線上に並べる方法である。本方法によると、長距離を一度に見通せるので、従来の光学的なアライメントでは避けられないつなぎ合わせ誤差の心配がない。

筆者らは 2009 年に入射器においてレーザーア

ライメントの開発を開始した。2013 年には 500 m 長レーザー長基線の安定化に成功し^{3,4)}、引き続き加速ユニットの初期アライメントを開始した。2015 年には、計算機制御により自動駆動する四分割光ダイオード（自動 QPD）を導入し、床面変位の自動計測システムの開発に成功した⁵⁾。2016 年 1 月からは入射器のトンネル床面に複数台の自動 QPD を分散配置し、加速ユニットと床面の長期的な変動計測を本格的に開始した⁶⁾。

本システムの導入により、初期アライメント後の加速ユニットの局所的な変位傾向の定量化が可能となる。また、複数台の時系列データの相関解析を行うことで、トンネル全長にわたる床面変動の時空相関の定量化が可能となり、初期アライメントの有効性も議論できる⁶⁾。

*1 高エネルギー加速器研究機構 加速器研究施設
Accelerator Laboratory, High Energy Accelerator Research Organization (KEK)
(E-mail: tsuyoshi.suwada@kek.jp)

*2 総合研究大学院大学 加速器科学専攻
Department of Accelerator Science, Graduate University for Advanced Studies (SOKENDAI)

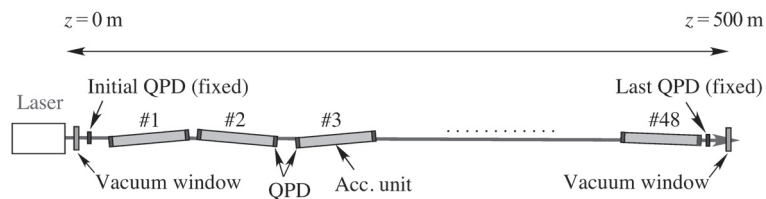


図1 入射器レーザーアライメントの概念図。

2016年1月から約半年にわたる計測結果を2016年の日本加速器学会（以下、本学会）年会⁶⁾に報告した。この報告により、入射器アライメントに対する要求値^{†1}を遥かに上回る床面の動的変動が、長期観測により明らかになった。さらに入射器全長にわたる変位ベクトルの相互相関を解析したところ、複雑に時空相関していることが明らかになった⁷⁾。この結果は、半年間でさえ初期アライメントの保持が極めて困難であることを示している。

長期にわたる変動計測により床面変動の時空発展が明らかになった。ATL則（後述）に従う地面変動の非周期的な時空発展^{†2}によれば、床面変位は元の位置に戻ることはなく増大するのみである。この非周期的成分の大きさによっては、入射器アライメントに大きな影響を与えることになる。

2017年の本学会年会⁸⁾で、得られた時系列データを基に床面変動の非周期的な時空発展の解析結果を報告したが、満足した結果を得ることができなかった（後述）。本報告は、2017年の本学会年会報告の解析をさらに発展させて、時系列データから非周期的成分の分離を行い、非周期的成分の時空発展がATL則に従うことを検証するものである。

比較的浅い地下に位置する入射器トンネルの床面変動の時空発展が、ATL則に従うことが入射器レーザーアライメントシステムを用いた長期連続観測により直接的に検証されたのは初めてのこ

とである。本報告はATL則の直接的検証と、入射器アライメントを再評価することにより、今回の成果は、SuperKEKBに向けた入射器のビーム安定性及びビーム制御への重要な指標を与える。

2. 入射器におけるレーザーアライメント

入射器におけるレーザーアライメントの原理を簡単に述べる。図1にレーザーアライメントの概念図を示す。光学系で生成されたレーザーは、真空中に引かれた光軸管（金属パイプ）に入射し、レーザー長基線として500 m長の光軸を形成する。光学系直後と入射器終端には光軸の基準点を決めるQPDが床面に固定されている。すなわち、光軸はその2台の基準QPDの中心を通過するように調整され、さらにフィードバックシステムにより光軸は安定化される。このようにレーザー長基線を光軸とすれば、加速ユニットの変位を機械的に調整することができる。

図2に入射器の全体構成図と2本の長直線部（ABラインとC5ライン）におけるレーザー長基線を示す。入射器は、180度偏向部（エネルギー1.5 GeV）を挟んで2本の直線部（125 m長ABライン及び488 m長C5ライン）からなる、総長約600 mの電子陽電子線形加速器²⁾である。各直線部の最上流にはレーザー光源（He-Neレーザー）が置かれ、独立してアライメントを行うことができる。レーザーアライメントシステム全体の技術報告はすでに他で報告しているのでそちらを参照してほしい^{3, 4, 7)}。ここでは表1に入射器トンネルに沿った自動QPDと建屋継目の空間的配置についてまとめておく。

自動QPD導入の時間的経緯の順序としては、まず2014年9月に遠隔制御が可能な自動QPD2台を入射器の500 m長直線部の中央に位置する建屋継目を挟んだ上下流に設置した。この自動QPDは開発器として設置され機械的及び電氣的

^{†1} 入射器長直線部（～500 m）（セクター長、～80 m）にわたるアライメントに対する要求値は $\sigma \leq 0.3$ mm（ $\sigma \leq 0.1$ mm）である。ここで σ は変位量の標準偏差を表す。したがってアライメントに対する目標精度は $\sigma \sim 0.1$ mmとしている。

^{†2} ここで言う“非周期的”とは“周期的”に対応するというより、むしろ“不規則”と同意語として用いられる。

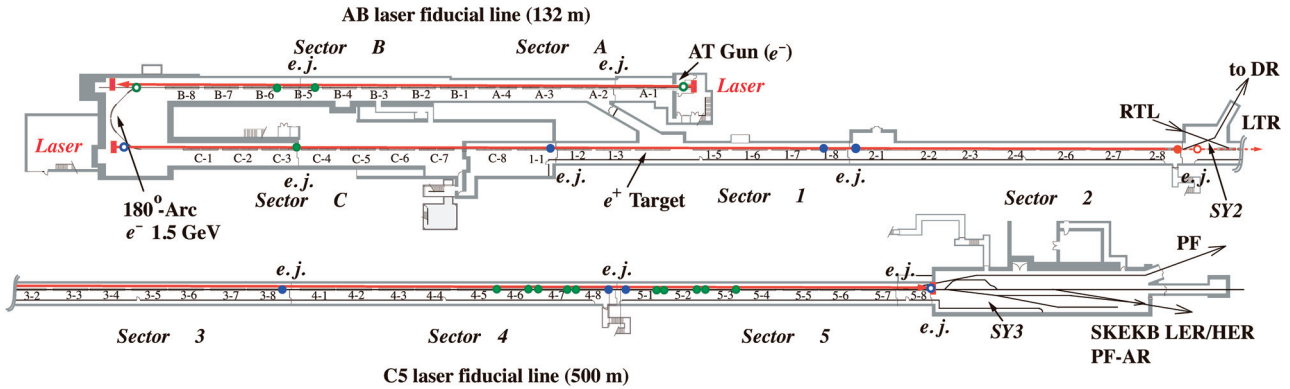


図2 入射器の全体構成図と2本の長直線部（ABラインとC5ライン）におけるレーザー長基線を示す。白抜き点は基準QPDを示し、実点（赤、青、緑、色の違いは設置時期の違いを示す。詳細は本文参照のこと）は新たに設置された自動QPDを示す。e.j. (expansion joint) は建屋継目の位置を示し最初の自動QPD（実点、青）は全て建屋継目近くに設置された。他方、他の自動QPD（実点、緑）は建屋継目から離れて設置された。

表1 入射器トンネルに沿った自動QPDと建屋継目（e.j.: expansion joint）の設置位置一覧。L[m]はレーザー光源からの距離。

QPD	e.j.	L [m]
REF1UA		1.74
C3DA		43.73
	C3D	44.31
11DA		106.11
	11D	106.72
1814DA		177.04
	1814D	178.39
21UA		180.17
28G6DA		259.07
	28G6D	259.64
28REFUA		263.32
38DA		339.58
	38G5U	341.60
46UA		391.52
46DA		399.88
47UA		401.73
47DA		410.09
48UA		410.71
48DA		419.08
	48G5U	421.11
51UA		423.65
51DA		432.02
52UA		432.64
52DA		441.00
53UA		442.84
53DA		451.21
	57G7U	498.01
584D		499.94

特性が試験された後、2015年1月から加速ユニットと床面の変位計測を部分的ではあるが開始した。

この試験結果を受けて、2015年9月にはさらに7台を最長直線部に沿って分散配置し、2016年1月から合計9台の自動QPDによる長期連続観測を開始している。本報告は、約8ヶ月間（2016年1月7日～8月26日）の入射器トンネルに設置された加速ユニットと床面の動的変動の連続観測の解析を行ったものである。

2017年1月には、主として4及び5セクターに自動QPD 11台を集中して増設した。増設の目的は、建屋継目からセクター中央に向かい連続的に設置することで、継目付近と継目から離れた箇所での床面変動の違いを調査することにある。またABラインにも最初の自動QPD 2台を設置し、2017年5月から連続観測を開始している。

自動QPDの設置は、従来の手動QPD（全加速ユニットには手動QPDが設置されている）との置き換えである。基準QPDとなるREF1UA、28REFUAの2台は床面に直接固定されたが、基準QPD584Dは、2017年9月に加速ユニットから独立化した後、床面に固定された。

3. 地面変動の時空発展とATL則

入射器トンネルの床面変動の要因は複雑な地面変動に起因する。しかし地面変動と一口に言っても、外気温、日照、気圧、地下水の変位、海洋潮汐、波浪、地盤拡散など、様々な要因の寄与が考

えられる。また地面変動による 500 m 長の入射器建屋の変形を通して、床面変動がさらに増幅され、最終的に加速ユニットの変位が増大するという、極めて複雑な過程が動的に作用すると考えられる。このような変動要因は、地盤拡散要因を省くと、短期的には複雑な変動を示すが、長期的には周期的変動として寄与すると考えられる^{†3}。

他方、ATL 則によると地盤拡散に基づく変動は非周期的変動として寄与する。周期関数を用いたフーリエ級数解析を適用すれば、周期的変動要因と非周期的変動要因を分離することができ、それぞれの要因の定量化が可能となる^{†4}。

地球物理学の分野では、地盤の不規則な拡散運動に基づく地面変動要因として、ATL 則と呼ばれる経験則が知られている⁹⁾。ここで不規則とは、確率的にランダムという意味である。このような拡散運動は、ランダムウォークあるいはブラウン運動¹⁰⁾とも呼ばれる。

ATL 則によると、任意に離れた 2 点間距離を L 、任意の時刻を基点とした経過時間を T とすると、任意の方向に対する 2 点間の変位の分散 $\langle dz^2 \rangle$ は近似的に式 (1) で与えられる。

$$\langle dz^2 \rangle \approx AT^\alpha L^\beta. \quad (1)$$

ここで $\alpha \approx 1$ と $\beta \approx 1$ が近似的によく成立することが検証されている⁹⁾。 A は地殻の特質に依存する比例定数である。世界各地におけるこれまでの測定によると、 $A \sim 10^{1 \pm 1} \text{ nm}^2/\text{s/m}$ として記述できることがフェルミ研究所の Shiltsev により検証されている¹¹⁾。Shiltsev によると、式 (1) が成立する時空発展の領域はかなり広く、目安として空間的には 1 m ~ 10 km、時間的には分 ~ 年の範囲で近似的に成立するとされている。本報

告の目的の一つは式 (1) を直接的に検証することにある。

不規則な拡散運動に基づく地面変動とは、物理的には古典的ブラウン運動のことで、式 (2) に示す拡散方程式 (一次元) により表される。

$$\frac{\partial \rho(t, z)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \rho(t, z)}{\partial z^2}. \quad (2)$$

ここで $\rho(t, z)$ は時刻 t 、座標点 z における粒子数密度 (総粒子数は N_0) を表し、 D は拡散度合いを表す拡散定数である。最も単純な拡散方程式の解は

$$\rho(t, z) = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left[-\frac{z^2}{4Dt}\right], \quad (3)$$

である。

ある時刻で空間的に広がった粒子数密度を持った粒子群の中の個別粒子の運動において、次の時刻では右に移動するか左に移動するかが確率的に不規則である場合、粒子群は時間と共に拡散していくことが示される。拡散の度合いは拡散定数の大きさで決まる。粒子群の空間的な広がりを表す分散 $\langle dz^2 \rangle$ を計算すると

$$\langle dz^2 \rangle \equiv \int_{-\infty}^{\infty} z^2 \rho(t, z) dz = 2Dt, \quad (4)$$

を得る。この関係式は、粒子群の空間的広がりの分散が時間に比例して発展することを意味している。 $AL^\beta = 2D$ とおけば、ATL 則により不規則な拡散運動に基づく地面変動が古典的ブラウン運動として記述できることが理解できる。

ATL 則によると、特別な力学モデルを導入することなく、外力のない粒子群のブラウン運動として地面変動が記述できることは驚くべきことである。すなわち、地殻を構成する微粒子が、水の中に浮かんだ花粉のごとく拡散しながら時空発展することを意味している^{12, 13)}。

真空管のショット雑音¹⁴⁾の解析に端を発して、自然界には様々な雑音が存在することがわかっている。例えば、地震強度に対する発生頻度、天体の放つ放射強度の時間変化、単細胞内の微粒子の

^{†3} 地盤拡散要因を省き、ここで取り上げた変動要因の全てが周期的であるという保証は何もなく、単なる仮定に過ぎない。周期的か非周期的かは様々な解析により吟味すべきである。ここでは時系列データを単に周期的成分、比例傾向成分及び非周期的成分に分離し、非周期的成分が ATL 則に従うかどうかを検証するのみで、個別の変動要因については問わない。したがって周期的変動要因であっても、何らかの物理過程を通して非周期的成分として寄与するならば ATL 則に寄与する成分として解析される。

^{†4} ここで述べるフーリエ級数解析による定量化の是非は自明ではなく、後述するように注意が必要である。

運動, 地球表面の温度変動, 地磁気の時間変化など豊富な事例が知られている. これらの事例は周波数領域で測定すると, ほぼ $1/f$ (f : 周波数) で減衰するので, $1/f$ 雑音とも呼ばれる. $1/f$ 雑音の解析では, これらの雑音は個別の物理過程を問うことなく, 古典的な確率過程として説明される. ATL 則も同様な雑音として説明される. 興味のある人は参考文献 15, 16) を参照してほしい.

4. 回帰モデルの導入

時系列データの解析に回帰分析を適用すれば, 過去のデータを再現するだけでなく, 将来のデータを予測することができる. ここでは最も単純な線形回帰モデルを導入する. n 番目の時系列データに対し目的変数を z_n とし, 複数の説明変数を v_{nk} としたとき, z_n を v_{nk} の線形和の形式で以下のように表す.

$$z_n = \sum_{k=1}^m a_k v_{nk} + \epsilon_n. \quad (5)$$

ここで a_k は v_{nk} に対する回帰係数を, m は v_{nk} の和の次数を表す. ϵ_n は v_{nk} の線形和では表すことができない残差 (一般に統計的変動を指す) を表す.

床面変動の時系列データに線形回帰モデルを適用し, 説明変数として周期関数と時間に関する比例傾向成分を適用すると

$$z_n = a + \sum_{k=1}^m b_k \sin\left(\frac{2\pi kn}{T_0}\right) + \sum_{k=1}^l c_k \cos\left(\frac{2\pi kn}{T_0}\right) + d \cdot n + \epsilon_n, \quad (6)$$

となる. ここで a は線形回帰モデルのオフセットを表し, b_k と c_k はそれぞれ正弦と余弦周期関数の係数を表し, l と m はそれぞれ正弦と余弦周期関数の次数 (和の個数, $l=m$ または $l=m-1$) を表す. また T_0 は基本周期を表し, $d \cdot n$ は比例傾向成分を表す. 時系列データをこのような周期関数と比例傾向成分の和として線形回帰させると, 拡散成分や統計的変動は ϵ_n として分離することができる.

5. 時系列データの解析

5.1 床面変動データの扱い

2016年1月から約8ヶ月にわたり連続計測した時系列データの解析を行う. 連続計測は12時を正時基準として4時間毎に行われた⁶⁾. この間に蓄積されたQPD当たりのデータ点数は1,364点である. 時系列データには主に計算機不調に伴う欠損や, 不適切データ (レーザー光軸安定化フィードバック不調など) が存在するが, これらについては, 回帰分析に基づきデータ点の補間を行い, できるかぎり復活させることにした⁶⁾. この補間操作はデータ解析に対し本質的な寄与はしないが, 後述する残差二乗の計算に影響を与えるので, 適切に復活させておく必要がある.

2017年の本学会年会⁸⁾では, 入射器中央に設置された基準QPD28REFUAにおける水平 (x), 垂直 (y) 方向の時系列データの解析結果を報告した. 時系列データの時間変化は一見すると複雑で不規則のようにも見え, この複雑な変動は, 建屋継目にある壁面に働く強い相互作用によるものと推定された. そこで x, y 方向の時系列データを直接扱うのではなく, 変位ベクトルに変換して解析することにした. 式 (7) に変位ベクトルのノルム (r) と回転角 (θ) を定義しておく.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \tan\theta = y/x. \quad (7)$$

このように床面変動を変位ベクトルとして扱えば, 複雑な床面の回転運動を分離できるのではないかというのがその狙いである. この狙いが正しいことは, 建屋に沿った局所的な位置にも関わらず, 床面の r 変位が全く相似的に時間変化していることが見いだされたからである⁷⁾. この観点がなかったことが, 2017年の本学会年会⁸⁾で報告した結果に欠けていた点である.

図3に, 入射器中央に設置された基準QPD28REFUAにおける変位ベクトルの r 変位の時系列データを示す. データ点は, 計測開始点をゼロとし, 相対変位量としてプロットしている. 他QPDの時系列データの時間変化は, 設置位置に関わらず相似的な変位を示した. 最大変位量 r_m は, QPDの設置位置に強く依存し, $r_m \sim 0.19\text{-}0.88$ mm に広がっており, その平均値は $\langle r_m \rangle$

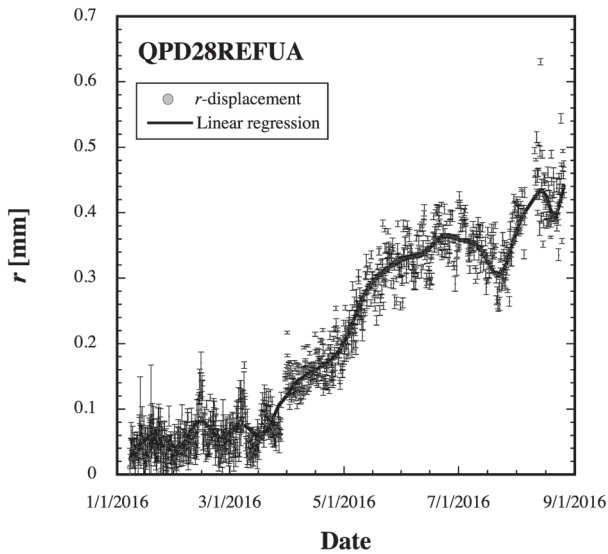


図3 QPD28REFUA における r 変位の時間変化.

～ 0.65 mm であった⁷⁾.

5.2 線形回帰モデルの次数決定

時系列データに線形回帰モデル式(6)を適用し、周期的成分の次数を決定した後、周期的成分と非周期的成分の分離を行う。周期的成分の次数は、一般的に χ^2 分析により決定されるが、多説明変数を含む線形回帰モデルでは、従来の χ^2 分析は適切ではなく、多説明変数の次数を含んだ拡張された χ^2 分析が必要となる。赤池情報量基準(AIC: Akaike Information Criterion)に基づく分析は、拡張した χ^2 分析に対応し最適次数の決定を可能にする^{†5)}。

AIC の定義及び算出方法の詳細については参考文献(17)を参照していただくとして、ここでは AIC の算出方法を簡単に紹介する。AIC は以下に示す式(8)で定義される。

$$\text{AIC} \equiv -2l(\hat{\theta}) + 2k. \quad (8)$$

ここで $l(\hat{\theta})$ は対数尤度を表し、 k はパラメータ

の数を表し、 $\hat{\theta} = (a_1, \dots, a_m)$ はパラメータの組を表す。線形回帰モデルの場合、 $l(\hat{\theta})$ は

$$l(\hat{\theta}) = -\frac{N}{2} \log(2\pi\sigma_m^2) - \frac{N}{2}, \quad (9)$$

で定義される。ここで N は全データ数を表す。他方 σ_m^2 は残差二乗の和を表し

$$\sigma_m^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(z_n - \sum_{k=1}^m a_k v_{nk} \right)^2, \quad (10)$$

で定義される。

一般に χ^2 分析では、最小自乗法により σ_m^2 が最小になるように、すなわち対数尤度 $l(\hat{\theta})$ が最大となるようにパラメータの組が決定される。しかしながらこの方法では、パラメータの数を増やせば任意に σ_m^2 を小さくすることができる。そこでこの欠点を補うために、式(8)に第二項が追加されることになる。すなわち AIC の算出において、式(8)の第一項が χ^2 最小値を与えるパラメータの組を決定するが、パラメータ数の増加分をペナルティとして、第二項が単純和として追加される。

線形回帰モデルの場合、残差を与える確率分布の幅もパラメータの一つと考え、全パラメータ数は $(m+1)$ となる。AIC を具体的に書き下すと

$$\text{AIC} = N[\log(2\pi\sigma_m^2) + 1] + 2(m+1), \quad (11)$$

となる。以上が AIC の定義で、数学的にも合理性のある判定式となっている。

図4は基準 QPD の時系列データに、式(6)を適用したときの周期的成分の次数 m に対する AIC の変化を示す。ここでは特に $m=l$ 、基本周期 $T_0=3.1536 \times 10^7 \text{ sec}$ (=1 year) としている。AIC の変化に対し、2次曲線によるフィットも同時にプロットした。フィットによると、AIC 最小値における次数は $m=13$ であるが、ここでは簡単のため AIC 最小値を与える次数 $m=l=14$ を採用することにした。

図3には線形回帰モデルによるフィットも同時にプロットしている。この結果、線形回帰モデル

^{†5)} 実は AIC では正しいモデルを見いだすことは難しく、より良いモデルを見つけるための判定基準であることに注意すべきである。ここでは時系列データの周期的成分と比例傾向成分の和と、非周期的成分をうまく分離するために、周期的成分の最適次数を決定することにあるが、AIC だけではどこまで最適に分離されるのかが自明ではなく、結果をさらに吟味する必要がある。

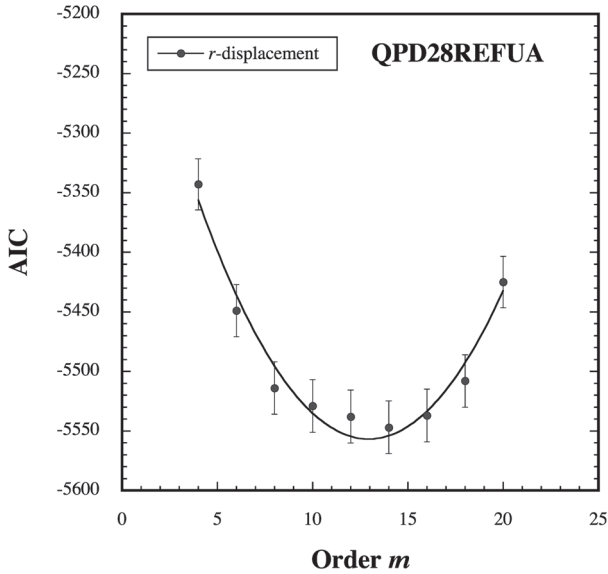


図4 線形回帰モデルにおける周期的成分の次数 m に対する AIC の変化を示す。

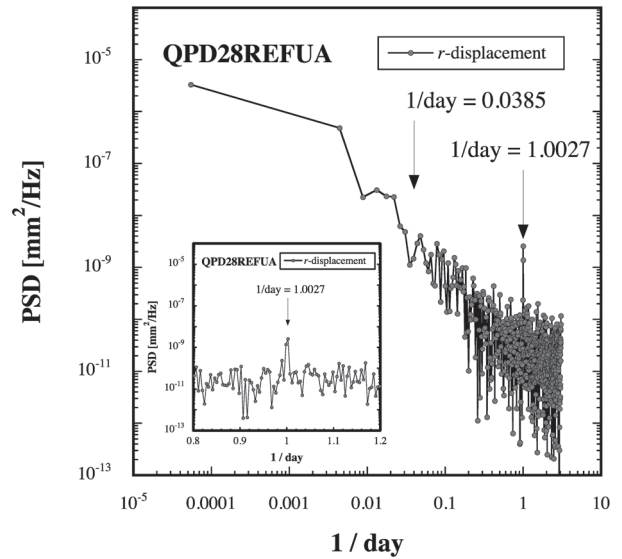


図5 QPD28REFUA における r 変位時系列データに対するフーリエ解析結果（周波数に対するパワースペクトル密度の変化）を示す。なお挿入図は、 $1/\text{day}=1.0027$ 付近を拡大したプロットを示す。

によるフィットが時系列データをうまく再現していることがわかる。AIC の意味する次数 $m=14$ とは、基本周期を 1 年としたとき、考慮すべき最短周期は $T_0/14 \sim 26$ 日となることである。このことは、26 日より短周期の変動成分を考慮すると、線形回帰モデルによるフィットは向上するが、パラメータ数の増加によるペナルティが増加し、結果として AIC が増加することを意味している。このように、ここでは AIC が周期的成分と非周期的成分の分離の良さの程度を示す指標にもなっている。

図5に基準 QPD における r 変位の時系列データに対するフーリエ解析した結果を示す。この結果によると $1/\text{day}=1.0027$ において日月合成日周潮による振動ピークが見えている。また、周波数に対するパワースペクトル密度を調べると、AIC を満足しない 26 日 ($1/\text{day}=0.0385$) より短周期の寄与は充分小さいので、AIC による次数決定も合理性があると考えられる。

5.3 ATL 則の直接的検証

次数が決まれば線形回帰モデル式 (6) における定数が全て決定される。時系列データから線形回帰フィットとの差分を取れば、非周期的成分（統計的変動を含む）の寄与が得られる。図6は基準 QPD28REFUA における r 変位の線形回帰モデルとの残差二乗 (dr^2) を、全データに対し計算し、

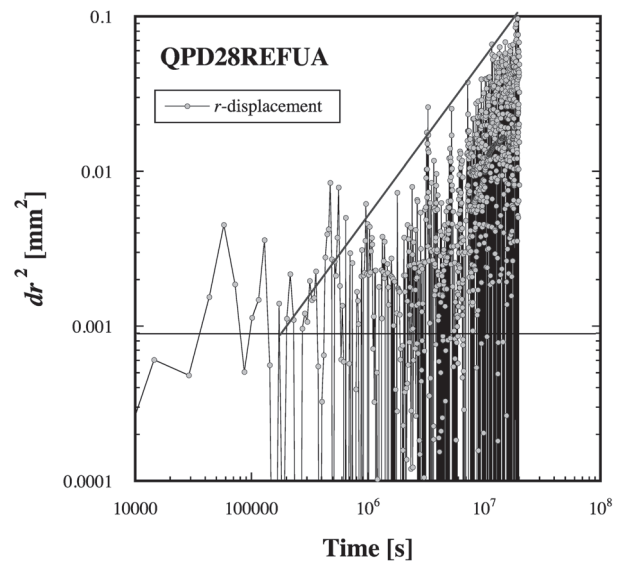


図6 基準 QPD28REFUA における r 変位の線形回帰モデルとの残差二乗の時間変化を示す。斜め実線は $dr^2 \propto T$ を示す直線である。水平の実線はレーザー光軸の安定性に基づく測定限界を示す。

その時間変化を両対数プロットしたものである。この結果から残差二乗が時間にほぼ比例していることが推定される。この直線の傾きから、経過時間 T に対する冪指数 α が決定されることになる。

この図では統計的変動が大きいため、見通しをよくするために、18 日間のデータ (108 点) をひとまとめにし、残差二乗の分散 (rms) を計算

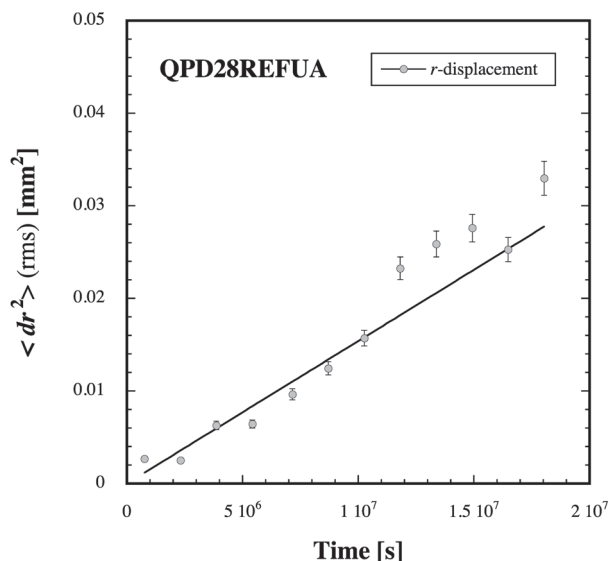


図 7 基準 QPD28REFUA における r 変位の線形回帰モデルに対する残差二乗の分散 (rms) の時間変化を示す。図中の実線は直線フィットを示す。

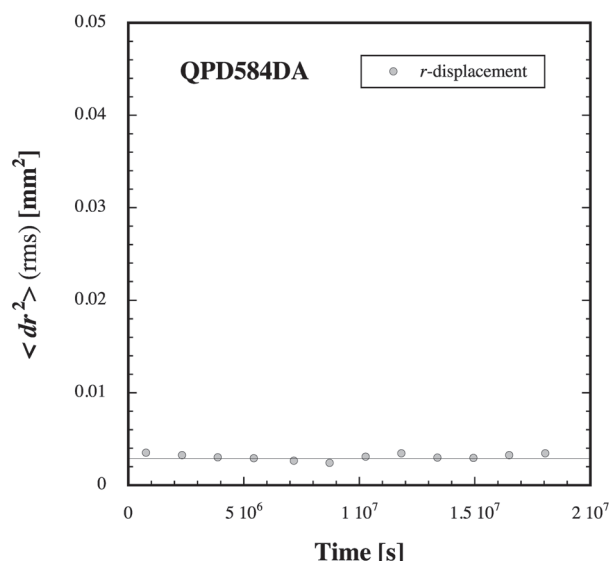


図 8 基準 QPD584DA における r 変位の線形回帰モデルに対する残差二乗の分散 (rms) の時間変化を示す。図中の実線は直線フィットを示す。

することにした。図 7 は基準 QPD28REFUA における残差二乗の分散 (rms) の時間変化をプロットしたものである。この図から、 r 変位の非周期的成分がうまく分離され、残差二乗の分散 (rms) の時間発展が比例直線と矛盾しないことがわかる^{†6}。この結果が、地面変動の時間発展が ATL 則に従うことを示すものである。

図 8 は基準 QPD584DA (光軸固定点) における残差二乗の分散 (rms) の時間変化をプロットしたものである。この結果によると残差二乗の分散 (rms) に時間変化はなく、レーザー光軸が終端 QPD 中心に安定して固定されていることを示す。

ATL 則における比例定数 AL はフィットにより得られた。他の自動 QPD に対しても同様な解析で比例定数 AL を得た。比例定数 AL の解析結果を表 2 にまとめた^{†7}。

残差二乗の分散の時間発展に対する比例定数を

表 2 線形回帰分析で得られた ATL 則における比例定数 (A_rL , rms) のまとめ。

QPD	$A_rL/10^3 \text{ [nm}^2\text{/s]}$
REF1UA	0.03 ± 0.05
11DA	2.5 ± 0.2
1814DA	3.2 ± 0.1
21UA	1.9 ± 0.1
28G6DA	3.4 ± 0.2
28REFUA	1.8 ± 0.1
38DA	4.2 ± 0.2
48DA	5.8 ± 0.3
51UA	5.6 ± 0.4

2 点間距離 L で除算すれば ATL 則における比例定数 A が得られる。ここで注意したいことは、レーザーアライメントシステムにおけるレーザー光軸は、500 m 長直線部のレーザー光源直後の基準 QPDREF1UA と、最終端にある基準 QPD584DA に固定されることである。すなわちレーザー光軸は端点で固定される。このことから、地面変動により端点自身が ATL 則に従い変位するが、その変位量を直接的に計測することはできない。すなわち、レーザー光軸自身も時間発展することに注意すべきである。

2 点間距離 L の除算においては、どちらかの端点による寄与のみを考慮するのは合理的ではなく、

^{†6} ここでは ATL 則に従う地面変動の時間発展が、測定誤差の範囲で直線 ($\alpha = 1$) と見なして矛盾しないということである。もしその時間発展が、物理過程として $\alpha \neq 1$ で推移するならば、冪指数も変数として組み入れてフィットすべきである。しかし、この場合も AIC の判定がどこまで信頼できるのかという疑問が残る。

^{†7} ここでは、 r 変位解析によることを強調するために比例定数 A を特に A_r と記している。

光軸自身の変動効果による寄与も同時に考慮すべきである。すなわち、光源から QPD28REFUA までの距離を l とし、光軸全長を L とすると、QPD28REFUA から QPD584DA までの距離は $L-l$ である。このとき光源点を基準とした距離 l における r 変位の残差二乗を dr_1^2 とすると ATL 則により $\langle dr_1^2 \rangle = A_r T l$ である。一方、光軸固定点における r 変位の残差二乗を dR^2 とおくと ATL 則により $\langle dR^2 \rangle = A_r T L$ である。光軸変動の効果は QPD28REFUA の位置における r 変位の残差二乗に焼き直すと距離でスケールさせて単純和を取って式 (12) が導出される。

$$\begin{aligned} \langle dr^2 \rangle &= \langle dr_1^2 \rangle + (l/L) \langle dR^2 \rangle \\ &= A_r T l + (l/L) A_r T L \\ &= 2 A_r T l. \end{aligned} \tag{12}$$

この式が光軸自身の変動効果を含んだ式となっており、レーザーアライメントにおける計測と ATL 則とを関係づけることになる。したがって、ATL 則における比例定数 A_r の算出には係数 2 を注意しておく必要がある。

図 9 に、ATL 則における比例定数 $A_r L$ (rms) の QPD 位置に対する変化をプロットした。この結果は、 r 変位の残差二乗の分散 (rms) の空間発展が、概ね距離に比例していることを示す。このことから ATL 則が空間発展においても検証されたことになる。この結果から、ATL 則における比例定数 A_r (rms) = $6 \pm 1 \text{ nm}^2/\text{s/m}$ が算出された。

図 10 に、 r 変位の時系列データに ATL 則による残差二乗 (rms) の時間変化を重ねたプロットを示す。この結果から、床面変動に対する非周期的成分の寄与は決して小さくなく、約 8 ヶ月間でその大きさは $\sqrt{\langle dr^2 \rangle} \sim 0.2 \text{ mm}$ に成長することがわかった。この結果は、非周期的成分の寄与だけでも入射器アライメントの許容値をすでに超えてしまうことを意味している。

5.4 考察

入射器本体は、クライストロンギャラリーと加速器トンネルが一体となった 8 つの建屋を、7 箇所建屋継目で接続した総長 500 m の建屋の地下トンネルに、設置されている。トンネル床面は地下 5.65 m の深さにある。各建屋の膨張収縮は

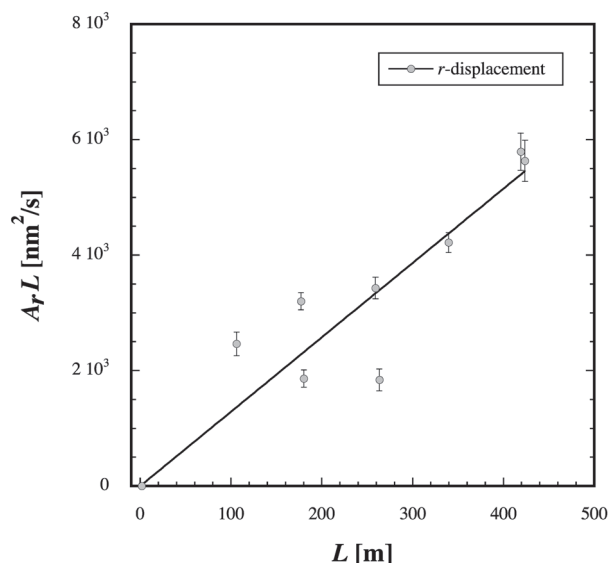


図 9 ATL 則における比例定数 $A_r L$ (rms) の QPD 位置に対する変化を示す。

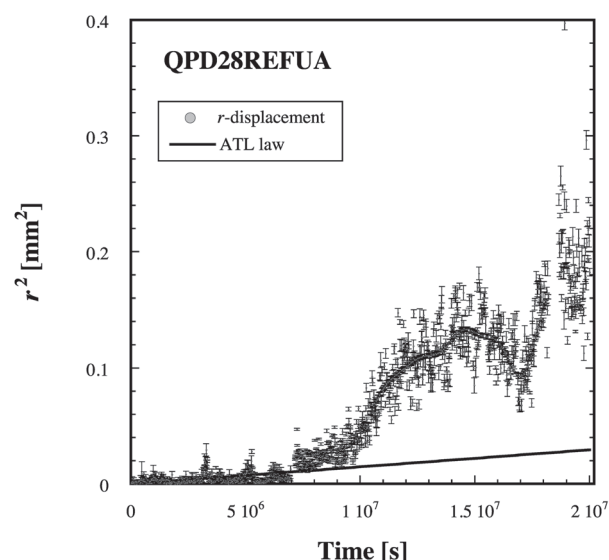


図 10 QPD28REFUA における r 変位と ATL 則に従う残差二乗 (rms) の時間発展との同時プロットを示す。

建屋継目で、ある程度吸収されるが、吸収されない分は建屋全体の变形となり、トンネル床面を動的に変動させることになる。すなわち建屋継目に働く複雑な力学が、近くの QPD の変動測定に大きく影響する可能性がある。

従来では、QPD による変位測定を水平軸と垂直軸に分けて議論したが、床面変動は建屋の複雑な動的変形を介した効果として出現しているように見える。すなわち、建屋の動的変形を介して、

床面変位が x 軸から y 軸へ、またはその逆へと変位ベクトルの回転として複雑な変動をしているのであれば、建屋変形の影響を伴わない床面変動という素直な描像が隠れてしまっている恐れがある。ATL 則には建屋変形の効果は含まれないので、比例定数 A_y の算出には、ATL 則の検証としては不定性が残ることになるが、実用的には問題ないであろう。今回の解析では、変位ベクトルを導入して変動解析したところ、建屋継目の影響が緩和されているようにも見えるが、今回の結果だけからでは建屋継目の影響の定量化が困難である。

竹田らは、トリスタントンネルにおいて水管傾斜計を用いて、ATL 則における比例定数 A_y を計測したところ、 $A_y=40 \text{ nm}^2/\text{s}/\text{m}$ を公表している¹⁸⁾。トリスタントンネルの床面深さは地下 10.5 m である。この結果は、入射器で得られた結果と比べると約 7 倍の違いがある。トリスタントンネルは、入射器トンネルに比べ地下深く建屋と一体構造ではなく、今回の結果を直接比較することはできない。入射器建屋の影響なのか、地下深さの影響なのかという定量化が、今後の課題になってくるであろう。

今回のような解析方法では、変動要因を直接的に問うことは困難である。しかしながら、地中温度や環境温度など多数の環境パラメータを同時測定し時系列データの相関解析を行うことで、床面変位の非周期的成分の分離精度を向上させることが可能となるであろう。その結果、ATL 則の検証精度をより高められると考えているが今後の課題としたい。

6. ま と め

計算機制御により自動駆動する複数台の QPD を、入射器トンネル床面に分散配置し、床面の変動計測を 2016 年 1 月に開始した。約 8 ヶ月の連続観測した時系列データを用いて、ATL 則の直接的検証を行ったところ、500 m 長という空間的スケールで、入射器トンネルにおける床面変動の

時空発展が ATL 則に矛盾なく従うことが検証された。

この結果は、床面変動に対する ATL 則に従う非周期的成分の寄与が決して小さくないことを示しており、入射器における高精度アライメントにも影響する可能性がある。今後も自動 QPD を逐次増設し、入射器アライメントの高精度化を目指すつもりである。

参考文献

- 1) Y. Ohnishi *et al.*: Prog. Theor. Exp. Phys. 03A011 (2013).
- 2) M. Akemoto *et al.*: Prog. Theor. Exp. Phys. 03A002 (2013).
- 3) T. Suwada, M. Satoh and E. Kadokura: Rev. Sci. Instrum. 81, 123301 (2010).
- 4) 諏訪田剛: 日本加速器学会誌「加速器」Vol. 10, No. 4 (2013) p. 1.
- 5) T. Suwada *et al.*: Proc. 12th Annual Meeting of PASJ, Tsuruga, Aug. 5-7 (2015) pp. 895-897.
- 6) T. Suwada *et al.*: Proc. 13th Annual Meeting of PASJ, Makuhari, Aug. 8-10 (2016) pp. 1291-1295.
- 7) T. Suwada *et al.*: Phys. Rev. ST Accel. Beams 20, 033501 (2017).
- 8) T. Suwada: Proc. 14th Annual Meeting of PASJ, Hokkaido University, Aug. 1-3 (2017) pp. 264-268.
- 9) V. Shiltsev: Phys. Rev. Lett. 104, 238501 (2010).
- 10) A. Einstein: Investigations of the Theory of Brownian Movement (Dover, 1956).
- 11) V. Shiltsev: Phys. Rev. ST Accel. Beams 13, 094801 (2010).
- 12) B. D. Malamud and D. L. Turcotte: Advances in Geophysics Vol. 40 (1999) pp. 1-90.
- 13) J. D. Pelletier and D. L. Turcotte: Advances in Geophysics Vol. 40 (1999) pp. 91-166.
- 14) J. B. Johnson: Phys. Rev. 32, 97 (1928).
- 15) R. Metzler and J. Klafter: Physics Reports Vol. 339, No. 1 (2000) pp. 1-77.
- 16) R. Metzler and J. Klafter: Journal of Physics A: Mathematical and General 37 (31), R161 (2004).
- 17) 北川源四郎: 時系列解析入門 (岩波書店, 2005) p. 55.
- 18) S. Takeda *et al.*: Proc. 2nd APAC, Beijing, China (2001) pp. 740-742.