

## 話 題

## 円偏光アンジュレーター高次光が運ぶ光の軌道角運動量

佐々木 茂美\*

## Light's Orbital Angular Momentum Carried by Helical Undulator Harmonics

Shigemi SASAKI\*

## Abstract

Spiral interference patterns between two different harmonic radiations from two tandem-aligned helical undulators were observed by a scanning fiber multi-channel spectrometer and a UV-CCD camera placed at the end of beamline downstream of S1 straight section in UVSOR-III. Using these measurements, various interference patterns such as single, double, and triple spirals were observed which concur with the theoretical predictions for every mode in the right or left circular polarization. The rotation of an interference pattern by rotating a polarizer was also observed. In this article, a theoretical background and a series of experimental results are described for the exotic property of undulator harmonics.

## 1. はじめに

真空中を伝播する光が量子化された軌道角運動量 (Orbital Angular Momentum : OAM) を運び得るといふ本質的な性質があることは、1990年代初頭にレーザー光学分野の研究者により、近軸光線において実現可能であることが示された<sup>1,2)</sup>。これを受け、今日に至るまでの20年間に可視光領域のレーザーを光源として、シリンドリカルレンズや転位の入った回折格子など種々の光学素子を用いて光に軌道角運動量を付与し、液体中に浮遊する微小物体の位置を光軸のまわりに回転させることのできる光学ピンセットや、ボーズ-アインシュタイン凝縮した物質系の原子にマクロな量子状態である量子化した渦を生成するなどの応用研究が盛んに行われている<sup>3-7)</sup>。更に、近年では明るい星の近傍にある暗い星を観測するためにベクトル渦コロナグラフなどの天体観測手法も開発されている<sup>8)</sup>。また、放射光科学分野でもスパイラルゾーンプレートやスパイラル位相子を用いて硬X線ビームにOAMを付与する試みが成功しており<sup>9,10)</sup>、この新奇な性質を放射光利用実験のための新たなプローブとして用いることが提案され

ている<sup>11,12)</sup>。一方、放射光源として用いられる円偏光アンジュレーターからの高次光がOAMを運ぶことは、Sasaki & McNultyが理論的に予測しており<sup>13)</sup>、これを受けて円偏光アンジュレーターとレーザーの組み合わせでヘリカルバンチングを作る試みなど自由電子レーザー分野でも研究が進んでいる<sup>14)</sup>。放射光源リングでの最初の検証実験は2013年に、リングエネルギーを917 MeVまで下げたBESSY-IIでなされた<sup>15)</sup>。

光のOAMという性質は、波面の位相が光軸のまわりで空間的に変化していることを意味しているので、1個1個の光子がこの性質を付与されていたとしても光源のサイズと角度広がり積 (= エミッタンス) が回折限界より大きければこの性質を検出することは難しい。つまり、BESSY-IIではリングエネルギーを下げ、観測するOAM光の光子エネルギー (99 eV) で回折限界に近い光が得られるようにして実験を行ったという次第である。

他方、UVSOR-IIIは真空紫外線領域の放射光実験施設では、世界で唯一の紫外線領域回折限界光を発生可能な光源リングであり、この利点を生かし我々はUVSOR光源リングに設置された2台の

\* 広島大学放射光科学研究センター Hiroshima Synchrotron Radiation Center  
(E-mail: sasakis@hiroshima-u.ac.jp)

APPLE 型偏光可変アンジュレーターから発せられる紫外線域の放射光を用いて、光の軌道角運動量という新奇な放射光の性質解明のための実験を行った。本稿では円偏光アンジュレーターからの高次光の性質を中心に、光の軌道角運動量がどのような性質を持っているのかについて概説し、最新の実験結果について報告する。

## 2. アンジュレーター放射の理論

シンクロトロン放射は、真空中を相対論的速度で運動する電子が加速を受けたときに発する放射である。従ってマクスウェル方程式から適当な境界条件の下で解析的に放射の性質を導くことができる。よく知られているように、相対論的速度を持つ電子からの放射の電場は以下の式で与えられる<sup>16)</sup>：

$$\mathbf{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 c} \left\{ \frac{\mathbf{n} \times [(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{r(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^3} \right\}_{ret} \quad (1)$$

ここで、光源点から観測者へ向かう単位ベクトル  $\mathbf{n}$  の向きが一定であるという遠方場近似を採用すると、単位立体角および単位角周波数当りに放射される放射の強度は：

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^2}{16\pi^3 \epsilon_0 c} \left| \int_{-\infty}^{\infty} [\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta})] e^{i\omega(t - nr/c)} dt \right|^2 \quad (2)$$

で与えられる<sup>16)</sup>。なお、 $\boldsymbol{\beta}$  は相対論的速度ベクトルである。

電子の運動が周期的な場合、各周期での積分値は位相因子を除いて同じになることを考慮して計算を行うと、(2)式は以下の様に変換えられる<sup>17,18)</sup>：

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \gamma^2 n^2 \xi^2}{4\pi\epsilon_0 c} \left[ |A_x|^2 + |A_y|^2 \right] L(N\Delta\omega/\omega_1), \quad (3)$$

$$L(N\Delta\omega/\omega_1) = \frac{\sin^2(N\pi\Delta\omega/\omega_1(\theta))}{N^2 \sin^2(\pi\Delta\omega/\omega_1(\theta))}$$

ここで、 $A_x$ 、 $A_y$  は電場振幅の水平成分と垂直成分、 $N$  は周期数、 $\omega_1$  は基本波の角周波数、 $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ 、 $n$  は高次光の次数、 $\xi$  は  $\theta$  を極角、 $L(N\Delta\omega/\omega_1)$  は規格化されたラウエ関数である。 $\xi$  は、 $K_x$ 、 $K_y$  をそれぞれ水平と垂直方向のアンジュレーターパラメータとして、以下の式で定義される：

$$\xi = 1/(1 + \gamma^2 \theta^2 + K_x^2 + K_y^2).$$

電子が純粋な螺旋運動をし、光子ビーム軸上で円偏光放射を発生する場合は、 $K_x = K_y = K$  となり、電場振幅の水平及び垂直成分は以下に示すように比較的簡単な式で表される：

$$A_x = e^{in\phi} \left\{ 2\gamma\theta \cos\phi J_n(X) - K \left( J_{n+1}(X)e^{i\phi} + J_{n-1}(X)e^{-i\phi} \right) \right\} \quad (4)$$

および

$$A_y = e^{in\phi} \left\{ 2\gamma\theta \sin J_n(X) + iK \left( J_{n+1}(X)e^{i\phi} - J_{n-1}(X)e^{-i\phi} \right) \right\}. \quad (5)$$

ただし、 $X = 2n\xi\gamma\theta K$ 、 $\phi$  は方位角である。

ここで、円偏光の場合の複素振幅を考えると、 $A = (A_x - iA_y)/\sqrt{2}$  となり、これに (4)、(5) 式を代入すると：

$$A = \frac{A_x - iA_y}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} e^{i(n-1)\phi} \left\{ \left( \gamma\theta - \frac{nK}{X} \right) J_n(X) - K J_n'(X) \right\} \quad (6)$$

となる。ここで、 $J_n$  は  $n$  次の第 1 種ベッセル関数、 $J_n'$  は  $X$  についての 1 回微分を表す。上式は、円偏光アンジュレーターからの高次光がトポロジカルチャージ  $l = \pm(n-1)$  を持つラゲール-ガウシャン (Laguerre-Gaussian: LG) モードで記述される量子状態を持っていること、つまり 1 光子当り  $l\hbar$  の単位で軌道角運動量量子数を持っていることを示している。アンジュレーター放射の高次光の場合、トポロジカルチャージの符号は円偏光の向きと関連しており、右回り円偏光 ( $s = +1$ ) の場合  $l$  は全ての高次光において正の符号を、左回り ( $s = -1$ ) の場合は負の符号を持つ。図 1 は円偏光アンジュレーターからの  $K = 1$  の場合について計算した基本波、2 次光、3 次光の放射強度、電場振幅の絶対値、(6) 式を用いて計算した位相を示している。この図から、2 次光では、光軸の周りに 1 周すると電場の位相が  $2\pi$  だけ進み、3 次光では  $4\pi$  進むことが分かる。

図 2 に円偏光アンジュレーター放射の 2 次光が  $l = 1$  のトポロジカルチャージを持ち、電場の

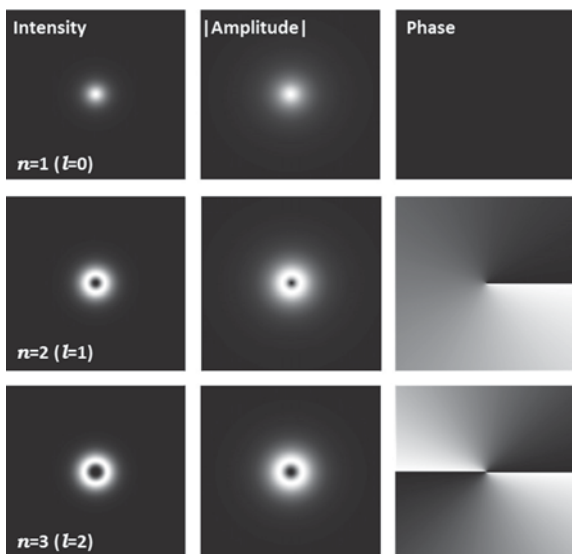


図1 1次光, 2次光, 3次光の $(\gamma\theta, \phi)$ 平面での放射強度, 電場の振幅, 電場の位相. 位相の変化 $\phi = \tan^{-1}\{\text{Im}(A)/\text{Re}(A)\}$ はグレースケールで表しており, 黒と白はそれぞれ相対位相0と $2\pi$ である.

波面が1波長進むと光軸の周りで1回転する様子をポンチ絵で示す.

### 3. 検証のための干渉実験 (BESSY II)

光が軌道角運動量を持っていることを検証する方法として最も簡便な方法の一つは異なった軌道角運動量子数を持つ光どうしの干渉パターンを見ることである. 円偏光アンジュレーターからの高次光が軌道角運動量を持っていることの最初の実験的検証は, 2013年に Bahrtdらによって BESSY II 放射光源リングで行われた<sup>15)</sup>. 彼らは光源リングの電子エネルギーを1 GeV以下に下げて測定光子波長( $\sim 13$  nm)で回折限界に近

いエミッタンス(1.66 nm-rad)を達成し, 一つの直線部に位相シフターを挟んで二台直列に設置されたAPPLE型可変偏光アンジュレーターを用い, 下流のアンジュレーターで直線偏光した1次光を, 上流のアンジュレーターで円偏光2次光をそれぞれ発生させ, モノクロメーターを通った後の光の干渉パターンを観察した.

この実験で期待される干渉パターンは, 上流のアンジュレーターからの電場振幅の水平成分を $A(r, \phi)$ , 下流からのそれを $B(r, \phi)$ として以下の式で表される:

$$A(r, \phi) = \frac{a(r)}{L+d} \cos\left(\frac{\pi d}{\gamma^2 \lambda} + \frac{\pi}{(L+d)\lambda} r^2 \pm (n-1)\phi + \frac{2\pi L}{\lambda} - \omega t\right) \quad (7)$$

$$B(r, \phi) = \frac{b(r)}{L} \cos\left(\frac{\pi}{L\lambda} r^2 + \frac{2\pi L}{\lambda} - \omega t\right) \quad (8)$$

ここで,  $L$ は下流のアンジュレーターの中心から観測点までの距離,  $d$ は上下流アンジュレーター中心間の距離,  $r$ はビーム軸からの距離,  $\lambda$ は光の波長である. 干渉した後の強度分布は(7), (8)式から:

$$I(r, \phi) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} (A+B)^2 dt = \frac{a^2}{(L+d)^2} + \frac{b^2}{L^2} + \frac{ab}{L(L+d)} \cos\left(\frac{\pi d}{\gamma^2 \lambda} - \frac{\pi d}{L^2 \lambda} r^2 \pm (n-1)\phi\right) \quad (9)$$

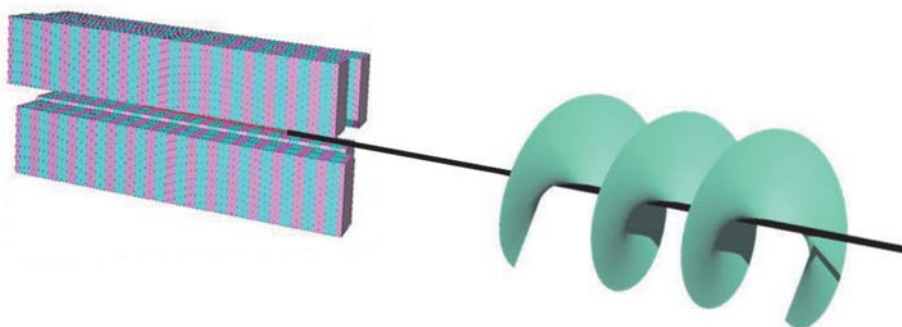


図2 APPLE型アンジュレーターから放射される円偏光2次光が螺旋状の波面を持っていることを表す概念図.



と導かれる。

上式で、方位角に依存するのは第3項のみであり、これが渦状パターンの強度分布を表す。渦状パターンの極大値は余弦関数  $\cos$  の中身が零となるときなので、そのような方位角  $\phi$  は、次の式で与えられる。

$$\phi = \pm \left( -\frac{\pi d}{\gamma^2 \lambda} + \frac{\pi d}{L^2 \lambda} r^2 \right) / (n-1) \quad (10)$$

BESSY II での実験結果は (10) 式で非常によく再現されている。

#### 4. 検証のための系統的实验 (UVSOR III)<sup>19)</sup>

UVSOR III は電子ビームエネルギー 750 MeV, エミッタンス 17.5 nm-rad の第3世代光源リングである。ユーザー運転モードで利用可能な放射光の波長範囲は、真空紫外線域から軟X線域までであるが、軌道角運動量検証実験にはユーザー運転の間に設けられているマシンスタディー用ビームタイムを利用し電子ビームエネルギーを下げた実験を行った。

回折限界エミッタンスは光源のサイズと角度広がり積を用いて  $\Delta x \Delta \theta = \lambda / 4\pi$  で定義される。こ

の式より  $\epsilon_x = 17.5$  nm-rad で回折限界光となる波長は 220 nm 以上、エネルギーは 6 eV 以下であることが分かる。以下に示すように実験は全て波長 245 nm 以上で行ったので 750 MeV のリングエネルギーで既に回折限界光源と見なされる。しかし、干渉パターンの鮮明度はわずかのビーム広がりによっても落ちるので、強度分布の分解能を上げるためにトポロジカルチャージの次数に応じてリングエネルギーを 600 MeV, 500 MeV, 400 MeV に下げて実験した。

図3は、実験を行った BL1U ビームラインの上面図である。

図4にはファイバマルチチャンネル分光器を用いた実験のセットアップの概略図を示す。受光用ファイバの先端を x-y ステージに乗せ、 $20 \times 20$  mm<sup>2</sup> の範囲でスキャンした。

このセットアップで BESSY II と同じく、上流を円偏光2次光、下流を1次光にして測定した干渉パターンを図5に示す。図中の点線は、(10) 式に基づくスパイラルで、実験結果をよく再現している。

次に、図6に示すのはバンドパスフィルターを通して CCD カメラで撮像した干渉パターンである。これは図5の測定と異なり、1次光にも2次光と

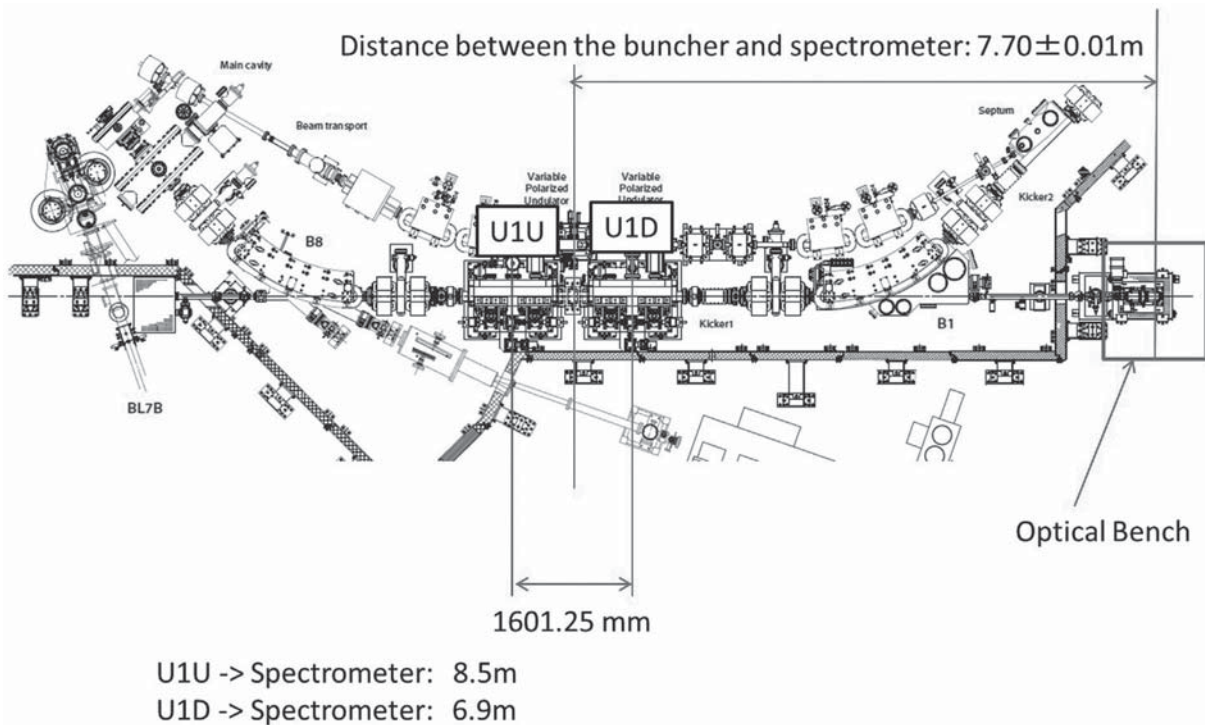


図3 UVSOR III S1 直線部に挿入されたアンジュレーターと BL1U ビームラインの上面図。

同じヘリシティを持つ円偏光を用いた場合の干渉パターンである。図5に比べて鮮明なスパイラルが見えるのは、電子ビームエネルギーを500 MeVに下げてエミッタンスが8 nm-radになり、かつ観測波長が長く(355 nm)になったためである。

上記の観測よりさらに電子ビームエネルギーを下げて同じ波長で観測した円偏光1次光と3次光の干渉パターンを図7に示す。ただし、ここに示した2重スパイラルの観測は1次光と3次光で逆のヘリシティで行ったものである。

逆ヘリシティどうしの干渉の場合、偏光子を入れなければドーナツ状の強度分布が観測されるのみであるが、偏光子を入れるとスパイラル干渉パターンが見える。この理由は逆ヘリシティの電場の重ね合わせでは、常に直線偏光となり場所(極角および方位角)の違いによって偏光面の向きが異なるだけなので、ストークスパラメーター $S_0$ は全方位で一定になるからである<sup>20)</sup>。また、偏光子を入れて見えるスパイラルは、偏光子の回転とともに逆方向に回転する。

図8は上流と下流のアンジュレーター放射か

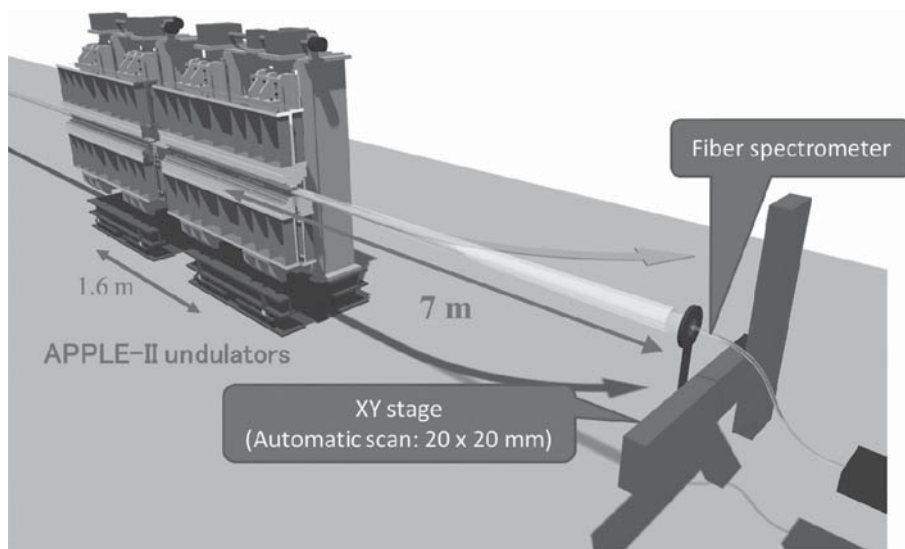


図4 ファイバマルチチャンネル分光器を用いた実験のセットアップの概略図。下流アンジュレーターから分光器までの距離は6.9 m、アンジュレーター間の距離は1.6 m。

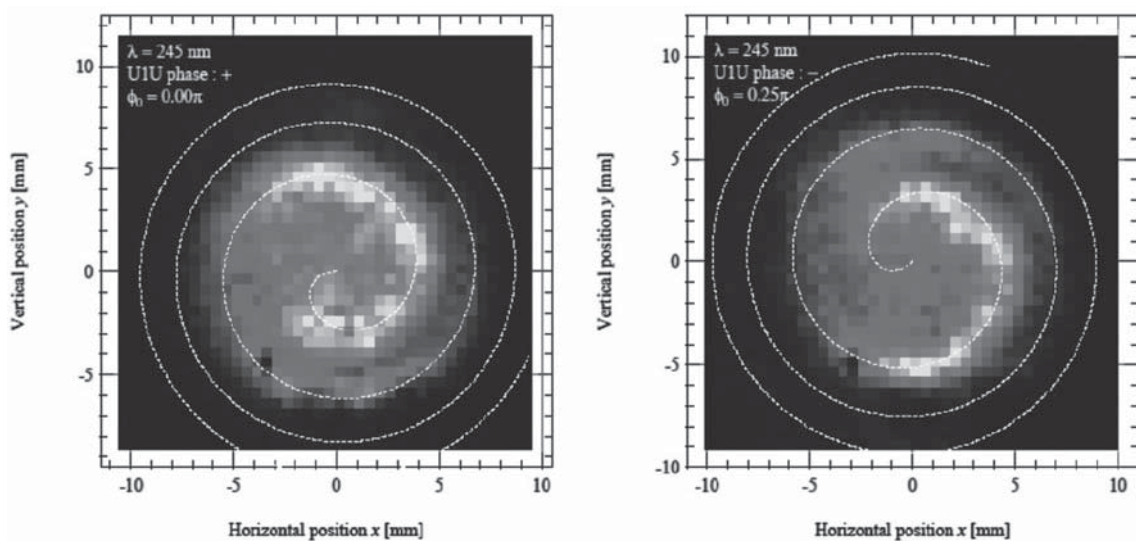


図5 ファイバ分光器をスキャンして得られた干渉パターン。上流U：円偏光2次光，下流U：直線偏光1次光， $E = 600$  MeV， $\varepsilon_0 = 11$  nm-rad， $\lambda = 245$  nm，図中点線で描いている螺旋は、(10)式を用いた計算で得られるラインである。

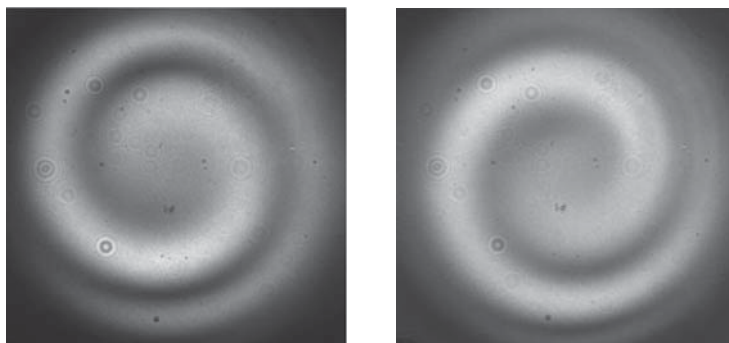


図6 同じヘリシティードウしの円偏光1次と2次光の干渉パターン. UV-CCDカメラによる撮像, バンドパスフィルター: 透過波長 355 nm, バンド幅  $\Delta\lambda = 1.3$  nm, 偏光子無し. 上流U: 円偏光1次光, 下流U: 円偏光2次光,  $E = 500$  MeV,  $\epsilon_0 = 8$  nm-rad,  $\lambda = 355$  nm.

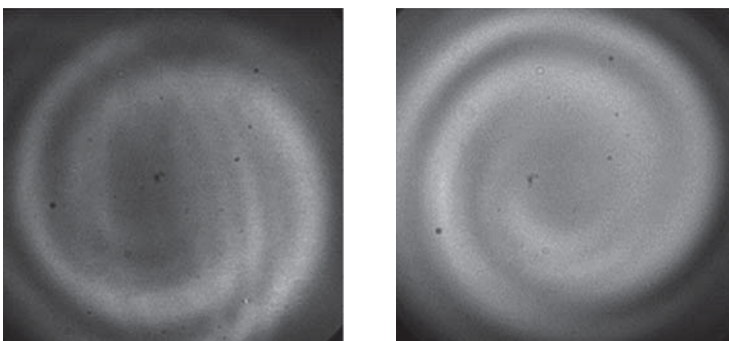


図7 逆ヘリシティードウしの円偏光1次と3次光の2重スパイラル干渉パターン. UV-CCDカメラによる撮像, バンドパスフィルター: 透過波長 355 nm, バンド幅  $\Delta\lambda = 1.3$  nm, 偏光子有り. 上流U: 円偏光1次光, 下流U: 円偏光3次光,  $E = 400$  MeV,  $\epsilon_0 = 5$  nm-rad,  $\lambda = 355$  nm.

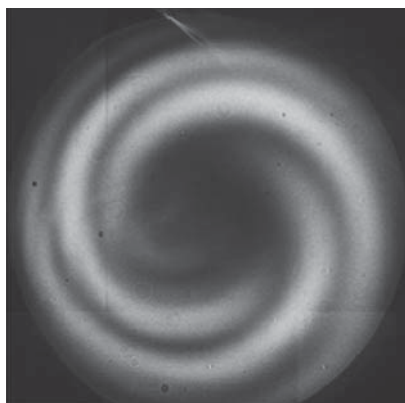


図8 右回り円偏光の2次光 ( $s = +1, l = +1$ ) と左回り円偏光の3次光 ( $s = -1, l = -2$ ) の干渉パターン.  $E = 400$  MeV,  $\epsilon_0 = 5$  nm-rad,  $\lambda = 355$  nm, 偏光子有り.

らの軌道角運動量子数の差  $L (= l_{\text{Upstream}} - l_{\text{Downstream}})$  が3の場合の干渉パターンである. このイメージは, 上流側を右回り円偏光の2次光 ( $s =$

$+1, l = +1$ ), 下流側を左回り円偏光の3次光 ( $s = -1, l = -2$ ) として偏光子を入れて干渉パターンを撮ったものである. このときの電子ビームエネルギーは 400 MeV, エミッタンスは 5 nm-rad, 観測波長は 355 nm である.

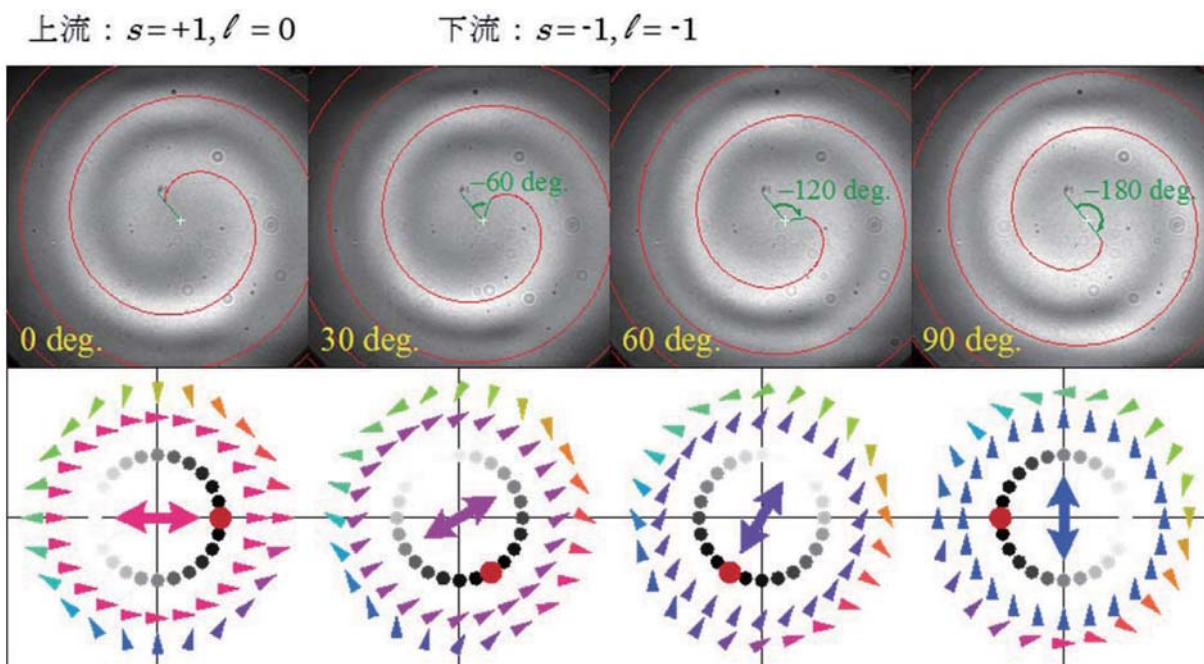
## 5. 実験結果の解析と考察

前のセクションで書いたように, 上流のアンジュレーター (UU) からの光と下流のアンジュレーター (DU) からの光が逆のヘリシティーを持っている場合, 偏光子を入れないとスパイラル状の干渉パターンは見えない. さらに, 挿入した偏光子を回転させた場合にはスパイラルは逆方向に回転する. 種々の異なった量子数の組み合わせで測定した結果, 干渉パターンは偏光子と逆方向に  $2/|L|$  倍角回転することが明らかになった. すなわち, シングルスパイラル ( $L = 1$ ) では偏光子

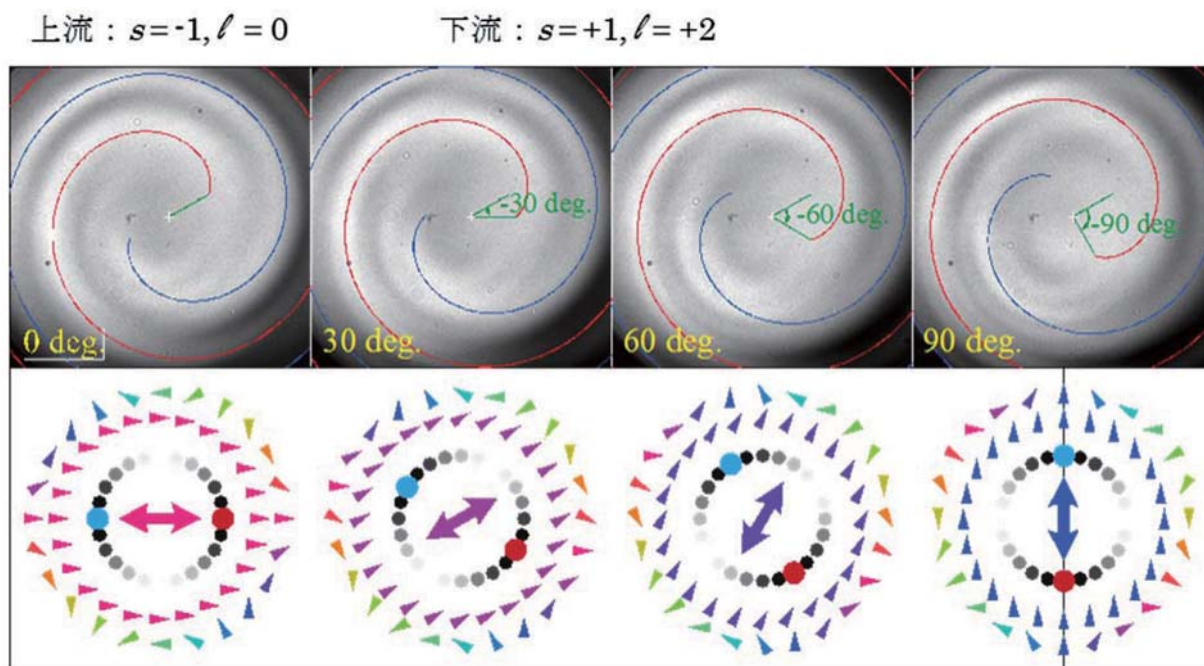


回転角の2倍角，ダブルスパイラル ( $L = 2$ ) では1倍角，トリプルスパイラル ( $L = 3$ ) では2/3倍角回転する．**図9**と**図10**にそれぞれ上下流で

逆ヘリシティークつ異なった次数の放射を干渉させた場合にできるシングルスパイラルとダブルスパイラルについて偏光子を回したときの測定結果



**図9** 偏光子の回転とスパイラル回転の関係：偏光子の回転方向は反時計回り（上段各干渉パターンの左下の角度および下段各図の中心矢印）．上段 | CCD 映像，上流  $U : s = +1, \ell = 0$ ，下流  $U : s = -1, \ell = -1$ ．下段 | 図中 ;  $s = -1, \ell = -1$  (外円) ;  $s = +1, \ell = 0$  (中円)，内円のグレースケール小丸は干渉して強度が強いほど黒い．赤い大丸は最も強め合う場所．



**図10** 偏光子の回転とスパイラル回転の関係：偏光子の回転方向は反時計回り（上段各干渉パターンの左下の角度および下段各図の中心矢印）．上段 | CCD 映像，上流  $U : s = -1, \ell = 0$ ，下流  $U : s = +1, \ell = +2$ ．下段 | 図中 ;  $s = +1, \ell = +2$  (外円) ;  $s = -1, \ell = 0$  (中円)，内円のグレースケール小丸は干渉して強度が強いほど黒い．赤および青い大丸は最も強め合う場所．

(上段)とその結果を説明する概略図(下段)を示す。これらの測定では水平偏光の位置を始点とし偏光子の回転方向を反時計回りに回した。

図9と図10の下段概略図は逆向き円偏光で異なった軌道角運動量 $l$ を持つ光の電場ベクトル(三角矢印)と、偏光子の向き(中心の太い矢印)を示している。下段に示した電場が強め合う場所(方位角)は時間とともに回転し図9の場合は半波長時間で一回転、図10の場合は一波長時間で一回転する。従って、偏光子を入れずに干渉パターンを観測すると時間軸上で積分したパターンを見ていることになるので、ドーナツ状の強度分布が見えるだけとなる。つまり、偏光子を入れると何処かの時間で偏光子の向きと電場の方向が一致した場合のみを切り出してくることになるので、干渉パターンが偏光子の向きに依存して回転する。

最後に、上流と下流のアンジュレーター光のヘリシティが逆の2次光で、軌道角運動量子数 $l$ の絶対値が同じ場合( $l = \pm 1$ )の干渉パターンを図11に示す。CCDカメラで撮影した干渉パターンは、図10の場合と同様であるが、干渉パターンが回転するメカニズムは少し異なってい

る。図11の下段に示した電場ベクトルの時間変化を見ると、 $s$ および $l$ の符号は異なっても、電場ベクトルの時間変化は同一であることが分かる。つまり、全ての方位角で強め合う干渉条件となっている。従って偏光子を入れると時間軸上で偏光子の向きと電場の方向が一致した場合のみを切り出してくることになるので、干渉パターンが回転する。

以上、3種類の干渉パターンを例にとって実験結果の解析を行ったが、この方式で3重スパイラルを含む全ての実験結果を矛盾無く説明することができた。

## 6. ま と め

光がスピン角運動量(円偏光)のみならず軌道角運動量を運ぶという新奇な性質は、20年以上前からレーザー光学分野を始めとして天体観測やインフォメーションテクノロジーに至るまで様々な分野で利用されている。放射光科学分野ではおよそ10年前から光子ビームラインに特殊な光学素子を入れてこの性質を付与して物質科学研究に利用しようという試みがなされている。しかしこ

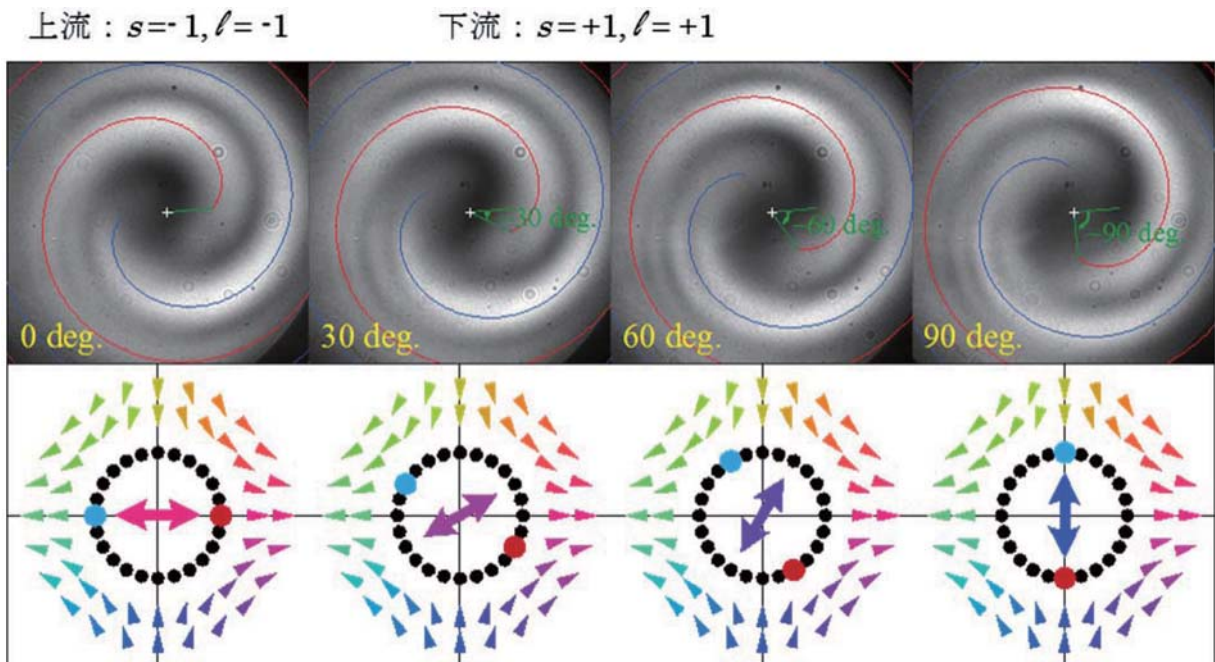


図11 偏光子の回転とスパイラル回転の関係：偏光子の回転方向は反時計回り(上段各干渉パターンの左下の角度および下段各図の中心矢印)。上段 | CCD 映像, 上流  $U: s = -1, l = -1$ , 下流  $U: s = +1, l = +1$ 。下段 | 图中;  $s = +1, l = +1$  (外円);  $s = -1, l = -1$  (中円), 内円のグレースケール小丸は干渉して強度が強いほど黒い。赤および青い大丸は最も強め合う場所。



の光の性質は、相対論的速度を持つ荷電粒子が螺旋運動をしさえすればシンクロトロン放射の高次光に本来備わっているものであることが明らかになり、自由電子レーザー研究分野でもこの性質を付与して利用しようという試みがSLACを中心に始まっている。放射光やFEL利用研究でこの新奇な性質を利用した研究が盛んになるには、たとえば波面の形状を崩さずに集光して実験ステーションまで持っていくためのビームライン要素技術の開発が必要であるなど、まだ暫く時間がかかるかも知れないが、放射光の偏光特性が物質科学研究に役立つことが認識され広く利用されるまでに20年近くかかったことと比べれば、現時点で既に、途中に偏光子を入れて任意の方向に電場ベクトルを持つ直線偏光を取り出してもトポロジカルチャージ量子数は保存されるので、この新奇な性質の利用が盛んになるまでにはそんなに長い時間を要さないかも知れないと期待している。

私の拙い解説が僅かなりとも加速器科学分野の若い人たちにビーム物理への興味を持ってもらうきっかけになれば望外の喜びである。

## 7. 謝 辞

本稿中、セクション4以降の内容は、広大放射光センターの宮本篤氏、分子科学研究所UVSORの加藤政博氏、許斐太郎氏、名大SRの保坂将人氏、山本尚人氏と共同で行った最新の実験結果とデータ解析、ディスカッションをもとに書いたものである<sup>19)</sup>。実験は主に週末のマシンスタディータイムを利用して行い、ときに未明にまで及ぶこともあった。共同チームメンバーによる迅速で適切なビーム調整、実験セットアップ、データ取得、データ解析と実験結果解釈のための議論がなければこのような世界初かつ系統的な結果をだすことはできなかったであろう。この場を借りて特に若手の方々に感謝したい。

UVSORでの実験は、分子科学研究所との共同研究として行われた。また、本研究の一部は、JSPS 科研費 26390112 の助成を受けて行われた。

## 参考文献

- 1) N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith, H. Rubinsztein-Dunlop, M. J. Wegerer, *Opt. and Quantum Electr.* **24**, S951 (1992).
- 2) L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, J. P. Woerdman, *Phys. Rev. A* **45**, 8185 (1992).
- 3) M. Padgett, J. Courtial, L. Allen, *Physics Today*, p. 35, May, 2004.
- 4) J. Leach, M.J. Padgett, S.M. Barnett, S. Franke-Arnold, and J. Courtial, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 257901 (2002).
- 5) D.G. Grier, *Nature* **424**, 810 (2003).
- 6) A. Mair, A. Vaziri, G. Weihs, and A. Zeilinger, *Nature*, **412**, 313 (2001).
- 7) M.F. Andersen, C. Ryu, P. Cladé, V. Natarajan, A. Vaziri, K. Helmerson, and W.D. Phillips, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 170406 (2006).
- 8) N. Murakami, S. Hamaguchi, M. Sakamoto, R. Fukumoto, A. Ise, K. Oka, N. Baba, M. Tamura, *Opt. Express* **21**, 7400 (2013).
- 9) A.G. Peele et al., *Optics Lett.* **27**, 1752 (2002).
- 10) A.G. Peele, K.A. Nugent, A.P. Mancuso, D. Paterson, I. McNulty, and J.P. Hayes, *J. Opt. Soc. Am. A* **21**, 1575 (2004).
- 11) A. Alexandrescu, D. Cojoc, and E. Di Fabrizio, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 243001 (2006).
- 12) M. VanVeenendaal and I. McNulty, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 157401 (2007).
- 13) S. Sasaki, and I. McNulty, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 124801 (2008).
- 14) E. Hemsing, A. Knyazik, M. Dunning, D. Xiang, A. Marinelli, C. Hast, J. B. Rosenzweig, *Nature Phys.* **9**, 549 (2013).
- 15) J. Bahrtdt, K. Holldack, P. Kuske, R. Müller, M. Scheer, P. Schmid, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 034801 (2013).
- 16) J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2<sup>nd</sup> ed. (Wiley, New York, 1975), p. 668.
- 17) S. Yamamoto, and H. Kitamura, *Jpn. J. Appl. Phys.* **26**, L1613 (1987).
- 18) R.P. Walker, *Proc. 1997 CERN Accelerator School*, CERN 98-04, p. 129.
- 19) S. Sasaki, A. Miyamoto, M. Hosaka, N. Yamamoto, T. Konomi, M. Katoh, to be published.
- 20) J. Bahrtdt, K. Holldack, P. Kuske, R. Mueller, M. Scheer, P. Schmid, *Proc. IPAC2014*, pp.213, 2014. <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/IPAC2014/papers/mopro057.pdf>