

## 新博士紹介

氏名 清宮 裕史\* (KEK)  
 論文提出大学 総合研究大学院大学  
 学位種類 博士(理学)  
 取得年月日 2013年3月22日  
 題目 加速器における設計性能実現のための軌道及びオプティクス補正

### 1. 概要

加速器の設計はエミッタンスなどの目標パラメータを設定し、設計軌道を想定し、その上に偏向磁石、四極磁石、高次磁石を配置し、目標パラメータが実現できるよう、磁石強度の設定をする。この研究では設置誤差が存在する、実際の加速器において、磁石を設計軌道に設計した強度で配置するという、最もナイーブな手法により、加速器の設計性能を達成する手法を研究する。

現実の加速器では磁石の設置誤差や磁場強度誤差によって、エミッタンスを始めとする設計性能が悪化してしまう。BPM (Beam Position Monitor) や磁石にそれぞれの設置誤差、磁場強度誤差が存在する現実の加速器において、設計軌道を推定することは困難である。そのため、現実の運転では最も性能を出すことのできた軌道を記録し、このときの軌道 (Golden Orbit) にあわせるようにチューニングしている。

ここで提案する手法は“BPM と四極磁石の平行移動誤差が一致した条件下では、ビームの軌道から設計軌道が推定できる”ことを利用する。BPM と四極磁石の平行移動誤差を一致させるために KEKB や Photon Factory (PF) では Quad-BPM 法と言われる手法が用いられる。それはビームが四極磁石の中心を通れば、磁場強度を変化させても軌道が変わらないということを使って BPM を校正するものである。一般に (本論文で評価されるが) その他の誤差、偏向磁石の誤差や四極磁石の回転、磁場強度誤差、六極以上の多極

磁石の位置誤差による軌道の変化は小さい。Quad-BPM 法により BPM と四極磁石の平行移動誤差を一致させ、設計軌道を推定し、四極磁石中心位置を補正磁石で実効的に設計軌道にあわせることで、ビーム軌道も自ずと設計軌道にあわせることができる。さらにオプティクスパラメータを測定し設計値に合わせるよう四極磁石の回転、磁場強度誤差、六極以上の多極磁石の位置誤差を補正することで設計エミッタンスの達成、垂直エミッタンス (設計値は $\sim 0$ ) をどこまで小さくできるかの研究を行った。

### 2. 誤差の推定方法

四極磁石 ( $i$  番目) が設計軌道から  $x_{Qi}$  ずれた場合の閉軌道 (COD) は線形近似では以下で与えられる:

$$x_{COD} = Mx_Q, \quad M_{ij} = \frac{\sqrt{\beta_i \beta_j}}{2 \sin \pi \nu} K_j \cos(\pi \nu - |\phi_i - \phi_j|) \quad (1)$$

ここで  $x_Q$ ,  $x_{COD}$  は四極磁石の数の 2 倍の長さの  $(x, y)$  のベクトルである。 $\nu$ ,  $\beta$ ,  $\phi$  はチューン、ベータ関数、ベータatron位相である。 $M_{ij}$  は  $x$ ,  $y$  それぞれで区分対角化されている。実際には非線形磁石があるため、行列ではなく非線形なある関数関係式で与えられる:

$$x_{COD} = f(x_Q) \quad (2)$$

紙上で  $f$  の具体的な表記を与えることは不可能だが、計算機内ではその具体的計算はある function を呼ぶことによりなされる。

その軌道を BPM で測定するわけであるが、BPM が設計軌道上に正しく設置、校正されていれば、 $x_{COD} = x_{BPM}$  から線形の範囲で  $x_Q = M^{-1} x_{BPM}$  を求めて補正磁石で補正すれば  $x_{COD} = 0$  にできる。

\* 高エネルギー加速器研究機構 KEK, High Energy Accelerator Research Organization  
 (E-mail: seimiya@post.kek.jp)

しかしながら BPM 中心がわからないので  $x_{COD}$  は  $x_{BPM}$  から求められない。そこで経験的に良好な状態の  $x_{BPM}$  を記録しておき、それに合わせるように補正磁石を設定している。

一方 Quad-BPM 法で BPM を校正した場合、**図 1** のように  $x_{COD} = x_{BPM} + x_Q$  という条件から加わり、線形の範囲で  $x_Q = (M - I)^{-1} x_{BPM}$  から、補正磁石で補正すれば  $x_{COD} = 0$  にできる。非線形を考慮し、以下の式を  $x_Q$  について解けば不定要素なく四極磁石の位置誤差が求まる：

$$x_{BPM} + x_Q \equiv f(x_Q) \quad (3)$$

求解にはニュートン-ラフソン法を用いる。

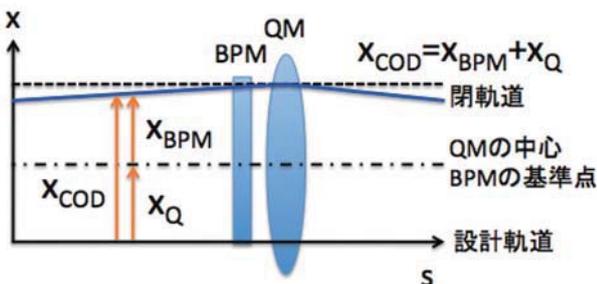
四極磁石の回転、磁場強度誤差、六極以上の多極磁石の位置誤差は閉軌道には影響を与えないが、オプティクスパラメータ（水平-垂直カップリングのパラメータ、ベータ関数、ディスパージョン関数）には影響する。つまりオプティクスパラメータは四極磁石の回転、磁場強度誤差、六極位置誤差の関数として表される：

$$(R_{1-4}, \beta_x, \beta_y, \eta_y) = h(\theta_Q, k_Q, x_S) \quad (4)$$

ここでカッコ内のそれぞれはそれぞれの磁石数、モニター数の長さのベクトルである。測定したオプティクスパラメータからそれらの誤差をニュートン法により求めることができる。

### 3. 誤差推定の結果とエミッタンス

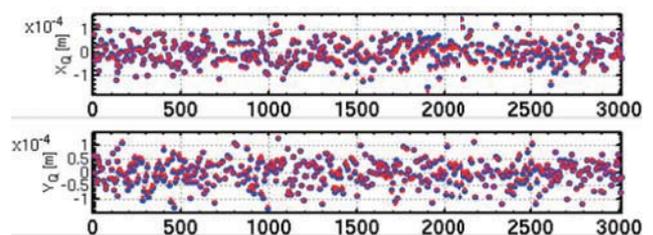
SAD<sup>1)</sup> において四極磁石の平行移動、回転、磁場強度誤差、六極磁石の平行移動誤差を発生させ、BPM での軌道、オプティクスパラメータからその誤差を上記の方法から推定する。本論文では



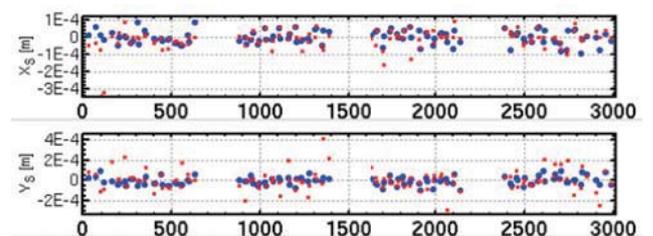
**図 1** 四極磁石、BPM、設計軌道、COD の位置関係。

PF, SuperKEKB での推定を行った。ここでは SuperKEKB での結果を紹介する。

ニュートン法で多次元非線形方程式を解いていくわけだが、SuperKEKB のような非線形の強いラティスにおいて、1000 × 1000 程度の行列演算の反復を収束させるには、ある程度解に近い初期値を選ぶ必要がある。実際には補正磁石で閉軌道が存在する状態にあらかじめ軌道補正するのである。この点は現実の運転に近い操作である。もう一点、誤差伝搬の指標となる条件数が非常に大きくなりやすいので適当な値で行列の特異値に閾値を設定する<sup>2)</sup>。これらの注意点は PF では緩やかである。**図 2** に四極の平行移動誤差の設定値（青）と推定値（赤）との比較を示す。10 μm 以下で一致していることがわかる。この誤差分だけ四極磁石を移動させれば、設計軌道に乗せることができるのである。移動は補正コイルで四極磁石の実効中心をずらしてもよい。**図 3** は六極磁石の平行移動誤差の設定値（青）と推定値（赤）との比較を示している。四極、六極が近くに位置するため、誤差をオプティクスパラメータから分離できないためずれが生じている。**図 4** に補正前後のオプティクスパラメータ ( $R_1, \eta_y$ ) を示す。補正後はほぼ直線となっており、よく補正できていることがわかる。このときの垂直エミッタンスは、およそ  $1 \sim 2 \times 10^{-12}$  m 程度であり、設計値の 9.1



**図 2** 四極磁石の平行移動誤差の設定値（青）と推定値（赤）との比較。横軸は進行方向の位置を表す。



**図 3** 六極磁石の平行移動誤差の設定値（青）と推定値（赤）の比較。

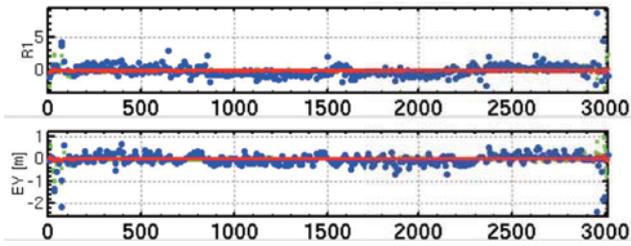


図4 軌道，オプティクスパラメータの補正前(青)と補正後(赤)との比較。R<sub>1</sub>はx-yカップリングパラメータの一つであり，EYは垂直ディスパージョンを表す。

$\times 10^{-13}$  mをほぼ再現することができた。エミッタンスはオプティクスパラメータで決まるからであり，目的は達成されている。

ちなみに，最初の軌道補正をせずにオプティクス補正をおこなっても，うまく補正することができない。これは，四極磁石の平行移動誤差によってビームが非線形の大きい軌道を通っているためである。

次に，より現実に即して，BPMと四極平行移動誤差の一致に対する誤差，偏向磁石の回転，磁場強度誤差，オプティクスパラメータの測定誤差も考慮してみた。PFの場合 $(\Delta x_{B-Q}, \Delta \theta_B, \Delta k_B/k_B) = (5 \times 10^{-5} \text{ m}, 2 \times 10^{-4} \text{ rad}, 2 \times 10^{-4})$ ，さらにオプティクスパラメータの測定誤差 $(\Delta R_4, \Delta \beta_x/\beta_x, \Delta \beta_y/\beta_y, \Delta \eta_y) = (0.05, 0.1, 0.1, 0.05 \text{ m})$ であれば，垂直エミッタンス0.04%が達成できる。SuperKEKBの場合 $(\Delta x_{B-Q}, \Delta \theta_B, \Delta k_B/k_B) = (2 \times$

$10^{-5} \text{ m}, 1 \times 10^{-4} \text{ rad}, 1 \times 10^{-4})$ ， $(\Delta R_4, \Delta \beta_x/\beta_x, \Delta \beta_y/\beta_y, \Delta \eta_y) = (0.05, 0.05, 0.05, 0.01 \text{ m})$ であれば<sup>3)</sup>，垂直エミッタンス1%が達成できることがわかった。SuperKEKBの目標は0.25%なのでさらに正確な校正，測定が要求される。

#### 4. ま と め

磁石を設計軌道に設計した強度で配置するという手法に基づいた軌道補正，オプティクス補正について論じた。Quad-BPM法による校正が正確に行われれば，四極磁石をBPMの位置を一致させることができ設計軌道を求めることができる。その軌道に磁石を乗せることで，オプティクスも一致させることで，“設計加速器”を実現することができる。

以上が博士論文に向けて行った研究の概要であるが，今後はRF空洞の設置誤差や空間電荷効果が効くようなエネルギー領域におけるマシンエラーが設計性能に及ぼす影響を調べ，その補正法を探っていきたい。

#### 参考文献

- 1) SAD, Strategic Accelerator Design, is a computer program complex developed at KEK, <http://acc-physics.kek.jp/SAD>.
- 2) William H. Press et al., “Numerical Recipes in C”.
- 3) 森田昭夫，“初等ビーム力学から Optics Correction 入門”，KEK seminar, Oho, Tsukuba, 2004.