

CSR ROUTINE FOR LOW ENERGY ELECTRON BEAM IN GPT

Tsukasa Miyajima*,

Institute of Materials Structure Science, KEK, 1-1 Oho, Tsukuba, Ibaraki 305-0801, Japan

Ivan V. Bazarov, Cornell University, Ithaca, NY 14850, USA

Abstract

General Particle Tracer (GPT) is a particle tracking code, which includes 3D space charge effect based on nonequidistant multigrid Poisson solver or point-to-point method. It is used to investigate beam dynamics in ERL and FEL injectors. We have developed a new routine to simulate coherent synchrotron radiation (CSR) in GPT based on the formalism of Sagan^[1]. The routine can calculate 1D-wake functions for arbitrary beam trajectories as well as CSR shielding effect. In particular, the CSR routine does not assume ultrarelativistic electron beam and is therefore applicable at low beam energies in the injector. Energy loss and energy spread caused by CSR effect were checked for a simple circular orbit, and compared with analytic formulas.

General Particle Tracer 用 CSR 計算プログラムの開発

1. はじめに

次世代放射光源である ERL や FEL では、低エミッタンスかつ短いパンチ長のビームが要求される。これらの入射器では、ビームのエネルギーが低い (< 10 MeV)、空間電荷効果が顕著に現れる。空間電荷効果はエミッタンス増大を引き起こすため、如何にこの影響を小さく抑えるかが、重要な研究テーマの一つである。空間電荷の影響を避け、エミッタンスが最小となる条件を探索するために、光電陰極 DC 電子銃、ソレノイド、パンチャー、加速空洞からなる入射器に対してパラメタの最適化法が提案され、空間電荷計算コードである ASTRA を用いた計算で、その有効性が確認されている^[2,3]。ERL 入射器では、上記の要素の他に、周回部に合流する部分に偏向電磁石から構成される合流部があり、より現実的には、空間電荷効果だけでなくコヒーレントシンクロトロン輻射 (CSR) の影響も考慮しなければならない。しかしながら、通常よく使用される CSR の 1 次元 wake 計算を含んだコード^[4]では、超相対論的な条件が仮定されているため、ERL 入射器のような低エネルギー領域のビームダイナミクスに適用することができない。また、空間電荷効果と CSR の効果を全て含めてより厳密に計算するには、TREDI^[5] や TraFic^[6] のように、Lienard-Wiechert ポテンシャルをセルフコンシステントに解くことが必要となるが、これは膨大な計算時間を必要とするので、繰り返し計算を行うパラメタ最適化には向かない。これらの代わりに、我々は合流部を含む ERL 入射器全体をシミュレートするために、空間電荷計算を含んだ粒子追跡コードである GPT^[7] 用に、新たな CSR 計算ルーチン、GPT/CSR を開発した。GPT/CSR で使用しているアルゴリズム^[1]では、超相対論的な条件は仮定されておらず、入射器のような低エネルギー領域の合流部やシケインでのビームダイナミクスの計算にも適用することができる。

ここでは、GPT/CSR の有効性を示すために、円形軌道上での CSR によるエネルギー損失およびエネルギー拡がりを計算し、elegant による結果と解析的

な結果とを比較する。また、3 台の偏向電磁石からなる合流部での、CSR によるエミッタンス増大を計算し、elegant による結果と比較することにより、GPT/CSR での計算法を検証する。

2. GPT/CSR による計算結果

GPT/CSR は Sagan^[1] の方法を用いて、1 次元 CSR wake を計算する。この方法は、電子ビームが超相対論的であるという近似 ($\gamma \gg 1$) を用いていないため、ERL 入射器のような 10 MeV 程度の低いエネルギー領域でも有効である。また、GPT/CSR は、任意のビーム軌道に対して CSR wake を計算可能であり、安定状態だけでなく過渡状態も扱うことができる。さらに、GPT/CSR は、鏡像電荷を導入することにより、真空チェンバーによる CSR の遮蔽効果の影響も取り入れている。

2.1 エネルギー損失とエネルギー拡がり

GPT/CSR、elegant、解析式を用いて、半径 $\rho = 1.0$ m の円形軌道に対して、安定状態のエネルギー損失とエネルギー拡がりを計算した。この計算では、パンチ長 $\sigma_s = 0.6$ mm、パンチ電荷 -80 pC とした。また、初期の粒子分布は進行方向、横方向ともにガウス分布とした。図 1 に、エネルギー損失 $d\varepsilon/dt$ 、図 2 に、エネルギー拡がり $d\sigma_s/dt$ の計算結果を示す。図 1 の赤線は、C. Mayes^[8] によって導出された解析式による計算結果で、次式により与えられる。

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{(r_e m_e c^2) c \beta^4 \gamma^4}{\rho^2} N (1 + (N-1)T(a)), \quad (1)$$

ここで、 $a = 3/2 \cdot \gamma \cdot 3\sigma_s / (\beta\rho)$ であり、

$$T(a) = \frac{9}{32\pi} \frac{1}{a^3} \left(e^{\frac{1}{8a^2}} \sqrt{\pi} K_{5/6} \left(\frac{1}{8a^2} \right) - 2\pi a \right). \quad (2)$$

$K_{5/6}(x)$ は変形ベッセル関数、 N はパンチ内での電子数、 m_e は電子の質量、 r_e は電子の古典半径、

*E-mail: tsukasa.miyajima@kek.jp

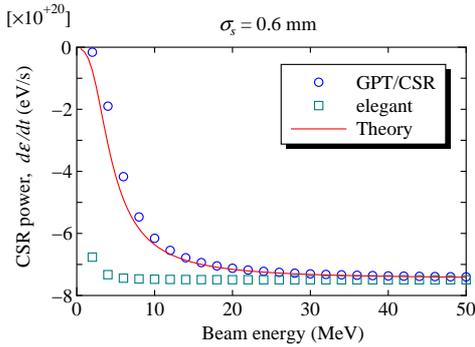


図 1: 安定状態での CSR によるエネルギー損失のビームエネルギー依存性。

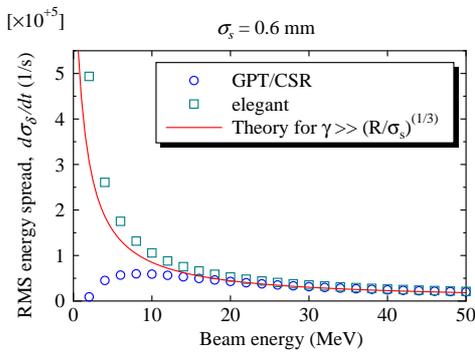


図 2: 安定状態での CSR によるエネルギー拡がりのビームエネルギー依存性。

c は真空中での光速、 γ はローレンツ因子で、 $\beta = (1 - 1/\gamma^2)^{1/2}$ となる。elegant では超相対論的な近似が用いられているため^[4]、図 1 に示されるように、 $E_0 > 40$ MeV の場合に限り解析値と一致する。一方、GPT/CSR は全てのエネルギー領域において解析値と一致している。

図 2 の赤線は、 $\gamma \gg (\rho/\sigma_s)^{1/3}$ の場合の近似式^[9, 10] から得られたエネルギー拡がりである。

$$\frac{d\sigma_s}{dt} \approx 0.22 \frac{r_e N c \beta}{\gamma \rho^{2/3} \sigma_s^{4/3}}. \quad (3)$$

高いエネルギー領域 ($E_0 > 40$ MeV) では、GPT/CSR、elegant とともに近似式による結果を再現している。しかし、低エネルギー領域の極限 ($E_0 \rightarrow 0$) では、近似式と elegant はともに発散してしまう。これに対して、GPT/CSR では 0 に近づき、予想通りの結果を示した。以上の結果が示すように、GPT/CSR は広いエネルギー領域で有効である。

2.2 過渡状態での CSR wake

偏向電磁石の入口や出口直後の過渡状態にある CSR の影響の計算結果を示すために、偏向電磁石出口から自由空間を進むビームについて、GPT/CSR を用いて CSR wake 関数の変化を計算した。計算では、ビームエネルギー 128 MeV、初期のパンチ長 0.3 mm、パンチ内の電荷 -80 pC とした。また、初期の粒子分

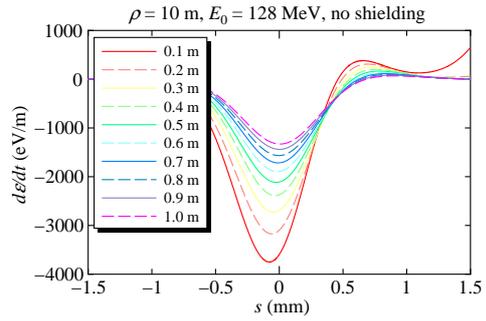


図 3: 遮蔽なしの場合の偏向電磁石出口以降の CSR wake の変化。初期のパンチ長は、0.3 mm。

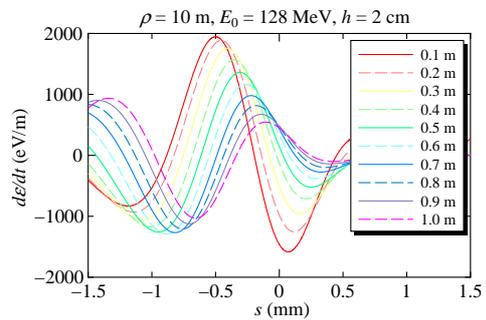


図 4: 遮蔽ありの場合の偏向電磁石出口以降の CSR wake の変化。真空チェンバーの高さは 2 cm。

布は進行方向、横方向ともにガウス分布とした。図 3 は遮蔽効果のない場合、図 4 は遮蔽効果のある場合の過渡状態の CSR wake の計算結果である。図 4 では、真空チェンバーの高さを 2 cm、鏡像電荷の数を 32 とした。計算では、半径 $\rho = 10$ m をもつ偏向電磁石の出口を $\Delta s = 0$ m とし、この点で CSR は安定状態にあるとし、そこから自由空間を進むうちにどのように CSR wake が変化するかを求めた。図 3、4 が示すように、CSR wake は出口から離れると減少していく。

2.3 真空チェンバーによる CSR の遮蔽

GPT/CSR を用いて、CSR の遮蔽を $\rho = 10$ m の円形軌道上で計算した。この計算では、CSR は安定状態にあるとした。図 5 に、エネルギー損失の真空チェンバーの高さに対する依存性を示す。計算では、パンチ長を 1.0 mm、パンチ内の電荷を -77 pC、鏡像電荷の数を 32 とした。また、初期粒子分布は、進行方向、横方向ともにガウス分布とした。図 5 の中の直線は、式 (1) から計算された遮蔽なしの場合の解析値を示す。遮蔽の高さが増加するに従い、エネルギー損失が解析値 (自由空間での値) に近づくことがわかる。

2.4 合流部での CSR の影響

GPT/CSR を使った計算例として、コーネル大学 ERL 計画の合流部での CSR によるエミッタンス増大を計算し、elegant による計算結果と比較した。

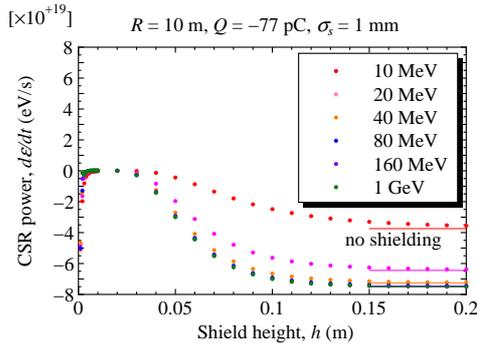


図 5: CSR によるエネルギー損失に対する遮蔽の高さの影響。CSR は安定状態。鏡像電荷の数は 32。

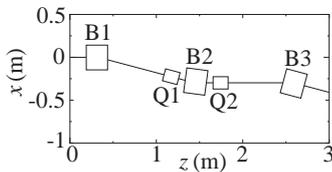


図 6: コーネル大学 ERL 計画の合流部のレイアウト。

計算では、ビームの運動量を、(a) $p_0 = 10$ MeV/c、(b) $p_0 = 500$ MeV/c とした。また、CSR による効果のみを見るために、空間電荷効果は取り入れていない。図 6 に合流部のレイアウトを示す。合流部には、偏向電磁石 3 台の他に 4 極電磁石 2 台が配置され、B3 の出口では分散関数が 0 になるように強さが調整される。また、2 つの運動量に対して同じビーム光学関数を与えるように、エネルギーによって磁場の強さはスケールされる。図 7 に水平方向の RMS ビームサイズの変化を、図 8 に水平方向規格化 RMS エミッタンスの変化を示す。これらの図では、横軸は合流部入口からの進行方向の距離を表す。計算では、パンチ長を 0.3 mm、パンチ内の電荷を -80 pC、初期粒子分布をガウス分布とした。図 7、8 より、(a) $p_0 = 10$ MeV/c のエネルギーが低い場合は、elegant と GPT/CSR の結果で違いが見られた。これは、elegant の CSR 計算が超相対論的な近似を含むため、低エネルギー領域で有効でないことに起因すると推測される。一方、(b) $p_0 = 500$ MeV/c の超相対論的な近似が成り立つ場合には、2 つのコードによる計算結果は良い一致を示した。これらのことから、GPT/CSR は広いエネルギー範囲で 1 次元 CSR を正しく計算していることが確認できた。

3. まとめ

ERL や FEL の入射器のようなエネルギーの低い領域での空間電荷効果と CSR の影響を含んだシミュレーションのために、粒子追跡コード GPT 用に新たな CSR 計算コード、GPT/CSR を開発した。このコードを使って、円形軌道上でのエネルギー損失、エネルギー拡がり計算し、elegant と解析的に求めた結果とを比較した。その結果、GPT/CSR は広いエネルギー領域で有効であることを確認した。

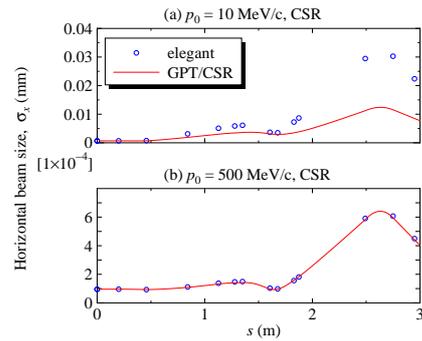


図 7: 合流部 (図 6) での CSR による水平方向 RMS ビームサイズの変化。

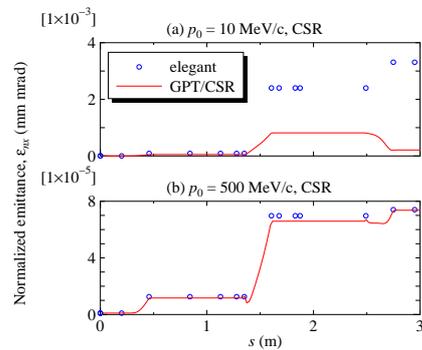


図 8: 合流部 (図 6) での CSR による規格化水平方向 RMS エミッタンスの変化。

4. 謝辞

GPT/CSR の計算結果を検証するにあたって、David Sagan, Chris Mayes, Georg Hoffstaetter との議論が有効であった。ここに感謝する。また、本研究は、NSF grant PHY-0131508 および NSF/NIH-NIGMS award DMR-0225180 からの支援を受けた。

参考文献

- [1] D. Sagan, *Proceedings of EPAC06*, Edinburgh, Scotland, 2006, pp. 2829-2831.
- [2] K. Floettmann, ASTRA
- [3] I. V. Bazarov and C. K. Sinclair, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **8**, 034202 (2005).
- [4] M. Borland, *Phys. Rev. ST-AB* **4**, 070701 (2001).
- [5] L. Giannessi, P. Musumeci, and M. Quattromini, *NIM A* **436**, 443 (1999)
- [6] M. Dohlus, A. Kabel and T. Limberg, *NIM A* **445**, 338 (2000)
- [7] Pulsar Physics, <http://www.pulsar.nl/gpt/index.html>
- [8] C. Mayes, private communication.
- [9] P. Emma and R. Brinkmann, *Proceedings of PAC97*, Vancouver, B.C., Canada, 1997, pp. 1679-1681.
- [10] Ya. S. Derbenev. *et al.*, TESLA FEL-Report 1995-05.