

Estimation of Lorentz Detuning for ILC Superconducting Cavities

Masashi Yamamoto^{1, A)}, Fumio Furuta^{B)}, Takayuki Saeki^{B)}, Yasuo Higashi^{B)},
Toshiyasu Higo^{B)}, Kenji Saito^{B)}

^{A)} Department of Electrical and Computer Engineering, Akita National College of Technology
1-1 Bunkyo-cho, Iijima, Akita, 011-8511

^{B)} High Energy Accelerator Research Organization(KEK)
1-1 Oho, Tsukuba, Ibaraki 305-0801 Japan

Abstract

Evaluation of the Lorentz detuning is important to run a superconducting cavity for stability with a pulse mode. We developed a method to evaluate it in a frequency domain and applied to the Ichiro cavity. In this paper, we report it about the calculation method and a calculation result.

ILC超伝導空洞のローレンツディチューニングの評価

1.はじめに

ILCの超伝導空洞はパルス運転を行なうため、空洞の内面にはマクスウェルの応力が繰り返し加わることになる。したがって、それによる変形は時間構造が現れる。これが原因となって、パルス内で空洞の共振周波数が時間的に変化する。これをローレンツディチューニングと呼び、その量は数KHzで、超伝導空洞では問題となる量である。そのため、周波数の補償を行なう機構の開発を進めている。

ローレンツディチューニングは、大別して2通りの方法で計算が行われている。時間領域の計算と周波数領域の計算である。時間領域の計算ではマクスウェルの応力を外力として、空洞の変形を時間を追って計算する。それに対して、周波数領域の計算では予め空洞の機械振動のモードを計算し、マクスウェルの応力による変形はその機械振動モードで展開する。

時間領域の解析では、実際の空洞の変形をそのまま、時間を追って計算しているのもモデルさえ正しければ誤差は小さい。しかし、変形の計算とそれによる周波数変動の両方をタイムステップ毎に計算することになり、多くの計算時間を要する。また、RFの入力パターンを変更すると、それに応じて最初から変形と周波数変動の計算を行わなくてはならない。

これに対して、周波数領域の解析は計算量が少なく、時間領域の計算に比べ短時間で結果が得られる。RFの入力パターンを変化させても、非常に短時間でローレンツディチューニングの計算ができる。また、問題となる機械振動のモードも即座に判明する。しかし、計算精度を向上させるためには、展開する機械振動のモード数を多くする必要がある。現在のコンピューターシステムでは、1000個程度の機械振動は簡単に扱うことができるので、この問題も大きな障害にならないと考えている。このようなことから、周波数領域でのローレンツディチューニングの計算のプログラムを開発を進めている。

周波数領域でのローレンツディチューニングを評価するためには、加速電圧と機械振動のモード毎の共振周波数の変動を表す微分方程式が必要になる。日本原子力研究所の千代らは、空洞を質点とバネにより離散化してから、その微分方程式を求めている^[1]。ここでは、別のアプローチで微分方程式を求めた。

実際にローレンツディチューニングを計算するために、ANSYSで機械振動のモードを、SUPERFISHで電磁場を求めた。その結果を用いて、ローレンツディチューニング量を表す微分方程式について数値計算を行なった。ここでは、これらの課程を報告する。

2. 計算方法

2.1 基本理論

ここでは、電磁場の応力により空洞が変形し、RFの共振周波数の変動を表す微分方程式を導く。はじめに、空洞の変形を空洞の機械振動のモードで展開し、その展開係数を求める。その後、その展開係数を利用して、RFの共振周波数の変動を表す微分方程式を示す。

空洞の機械的な変形 \mathbf{u} は、その機械振動のモード \mathbf{u}_k を使って、次のように展開できる。

$$\mathbf{u} = \sum_k \xi_k \mathbf{u}_k \quad (1)$$

ξ_k は k 番目のモードの展開係数である。この展開係数は、力を受けた一次元の弦の振動^[2]の類推から、次のように表すことができるだろう。

$$\frac{d^2 \xi_k}{dt^2} + \omega_k^2 \xi_k + \frac{\omega_k^2}{2T_k} \int_S P \mathbf{u}_k \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (2)$$

ここで、 ω_k は k 番目の機械振動の振動数、 T_k は k 番目の機械振動のエネルギー、 P は電磁場の応力である。もちろん面積分の S は、空洞の表面である。法線ベクトル \mathbf{n} は、そ

¹ E-mail yamamoto@accuthera.com 現在 (株)アキュセラ

の表面の金属の内側に向かっている。電磁場から見た表面としている。

空洞変形 δV が引き起こすRFの共振周波数 F の変化^[3], すなわちローレンツディチューニング量 δF は,

$$\frac{\delta F}{F} = \frac{\int_{\delta V} P_0 dV}{4U_0} \quad P = \frac{U}{U_0} P_0 = \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 P_0 \quad (3)$$

である。ここで、 P_0 と U_0 , V_0 は電磁場の応力と蓄積エネルギー, 加速電圧である。添字にゼロが無い場合も同様である。空洞の変形は式(1)のように展開できるので,

$$\delta F = \frac{F}{4U_0} \int_S P_0 \sum_k \zeta_k \mathbf{u}_k \cdot \mathbf{n} dS \quad (4)$$

となる。 k 番目のモードのみを考えると,

$$\delta F_k = \zeta_k \frac{F}{4U_0} \int_S P_0 \mathbf{u}_k \cdot \mathbf{n} dS \quad (5)$$

である。最終的な式を導く前に, 式(2)を式(3)を使って, 次のように変形しておく。

$$\frac{d^2 \xi_k}{dt^2} + \omega_k^2 \xi_k + \frac{\omega_k^2}{2T_k} \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 \int_S P_0 \mathbf{u}_k \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (6)$$

式(5)と式(6)より, ローレンツディチューニングを表す微分方程式は, 次のように書き表すことができる。

$$\frac{d^2(\delta F_k)}{dt^2} + \omega_k^2(\delta F_k) + \frac{F\omega_k^2}{8T_k U_0} \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 \left[\int_S P_0 \mathbf{u}_k \cdot \mathbf{n} dS \right]^2 = 0 \quad (7)$$

これは, k 番目の機械振動によるローレンツディチューニング量で, トータルは, 全てのモードを足し合わせて,

$$\delta F = \sum_k \delta F_k \quad (8)$$

となる。

ローレンツディチューニング量の具体的な計算は, 式(7)の微分方程式が大部分を占める。空洞の電圧 V を時間とともに変化させて, 微分方程式を計算することになる。

2.2 具体的な計算手順

ローレンツディチューニングの量は, 式(7)と式(8)により計算できる。我々は, 機械振動のモードの計算にはANSYSを, 電磁場の計算にはSUPERFISHを用いた。加速空洞はほぼ軸対称なので, ANSYSを使った機械振動の計算でも二次元軸対称構造とした。電磁場も機械振動も二次元軸対称とすることにより, 計算が大幅に簡略化できる。

これらの標準的なプログラムとともに, それぞれのデータを解析の処理や微分方程式を計算するで専用のプログラムをC++言語で書いた。また, PerlやANSYSのスク립トを書くことにより, 処理の自動化を図っている。

次に, 具体的な計算方法について示す。

式(7)の中で, 機械振動に関するものは, 機械振動の角振動数 ω_k と振動による変形 \mathbf{u}_k , そしてその振動のエネルギー T_k である。このうち, 角振動数と変形はANSYSによ

り直に計算でき, テキストファイルにメッシュのノードの位置毎に出力される。それに対して, 残念なことに振動のエネルギーはANSYSでは計算されない。そこで, 我々はANSYSのメッシュとデータ構造を解析して, それを計算するプログラムを作成した。実際この作業, 大変手間のかかるものであった。

次に式(7)の中で電磁場に関するものは, 共振周波数 F と電磁場の応力 P_0 , エネルギー U_0 , 電圧 V_0 と V である。共振周波数と応力, エネルギーはSUPERFISHの出力ファイルから簡単に求めることができる。空洞の加速電圧 V はRFの入力パターンとして, 外部から与えられるものである。

これまでに示したように, 計算に必要なデータは直接あるいは間接的にANSYSとSUPERFISHの計算出力ファイルから得ることができる。しかし, 式(7)中の積分の計算は厄介である。SUPERFISHとANSYSのノードの座標が異なるからである。そこで, 各SUPERFISHのノードに対応するANSYSの振動の値を求めた。

以上により, 式(7)を計算するための必要な数値を得ることができる。そうすると, 強制振動の普通の微分法手式なので, 数値計算が容易に可能となる。ここでは, その微分方程式を4次のルンゲ・クッタ法により数値計算した。

3. 計算結果

3.1 空洞の機械振動モード

ローレンツディチューニング量を計算するために, まずANSYSを用いて, Ichiro空洞の1000個の機械的な共振モードを求めた。代表的な共振モードの様子を図1と図2に示す。

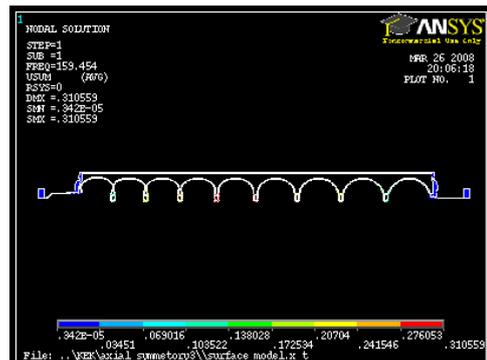


図1 モード#1(159.45 [Hz])による空洞の変形の様子

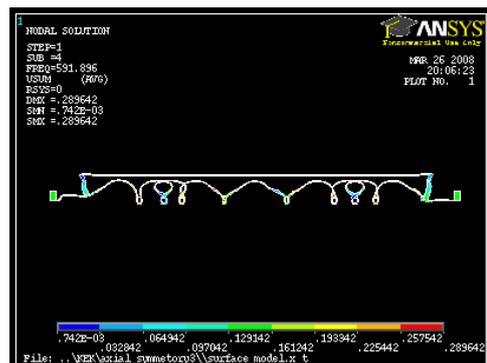


図2 モード#4(591.89 [Hz])による空洞の変形の様子

各モードのローレンツディチューニング量への寄与は、式(7)中の

$$LDC = \frac{F}{8T_k U_0} \left(\frac{1}{V_0} \right)^2 \left[\int_S P_0 \mathbf{u}_k \cdot \mathbf{n} dS \right]^2 \quad (9)$$

から見積もることができる。もちろん、電圧の与え方にも強く依存するが、オーダーは理解できる。1000個の機械振動のLDCと周波数の関係を図3に示す。

この図から、50~100[kHz]でLDCが1/1000に成っていることが理解できる。大体、この程度のモードまで取り入れれば、十分な精度が得られると考えることができる。

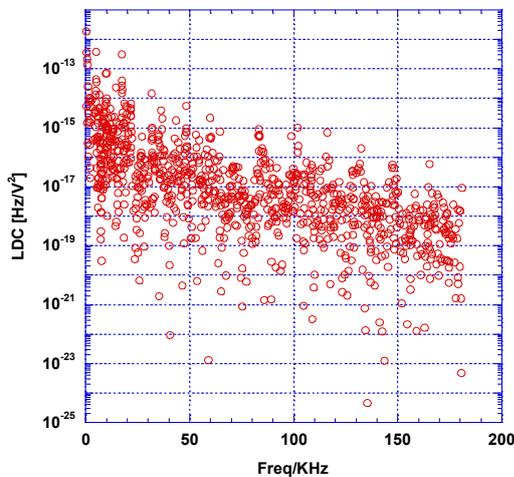


図3 空洞の機械振動1000個のモードの周波数とローレンツディチューニングの寄与

3.2 ローレンツディチューニングの計算

先ほど示したANSYSによる1000個の機械振動のモードとSUPERFISHの加速モードの電磁場の様子を合わせてローレンツディチューニング量を計算した。空洞へのRFの投入電力パターンが図4の場合、ローレンツディチューニングは、図5のようになる。約45[MV]のとき、3[KHz]の共振周波数の変動がある。

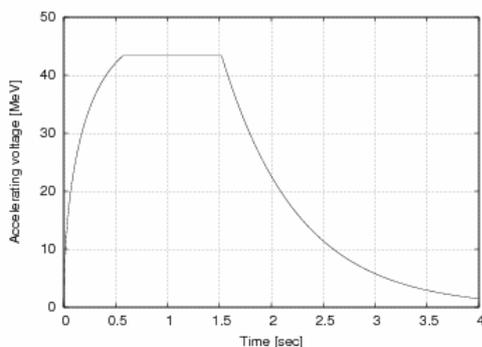


図4 RF電力の投入パターン。縦軸はトータルの加速電圧[MV]で、横軸は時刻[msec]となっている。

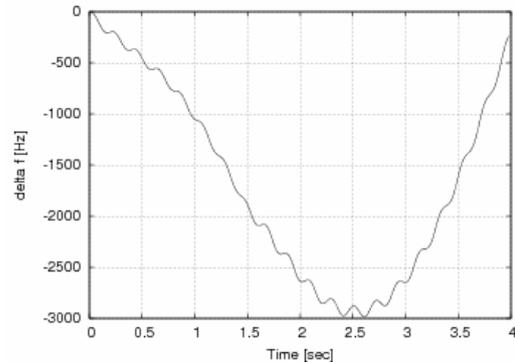


図5 ローレンツディチューニングのパターン。縦軸はRFの共振周波数の変動[Hz]、横軸は時刻[msec]となっている。

4.まとめ

理論的に不備はあるもののローレンツディチューニングを表す微分方程式を導くことができた。今後は、三次元の弾性体の力学をきちんと取り入れて、理論的な不備を無くす必要がある。

1000個の機械振動のモードを使い周波数領域の解析でローレンツディチューニングを評価した。その結果、45[MV]で3[KHz]程度のRFの共振周波数の変動が生じることが分かった。この結果については、実験あるいは時間領域の解析と比較を行なう必要がある。

参考文献

- [1] E. Chishiro, et al., "Modeling of Resonant Frequency Vibration of Superconducting Cavity", Proceedings of the 2nd Superconducting Linear Accelerator Meeting in Japan, 1999.
- [2] R.クーラン, D. ヒルベルト, "数理物理学の方法 1", 東京図書株式会社, 1990.
- [3] 高田耕治, "高周波加速空洞", OHO'97 高エネルギー加速器セミナー, 1997.