

## MEASUREMENT OF BETATRON COUPLING IN SAGA-LS STORAGE RING

Shigeru Koda<sup>1</sup>, Yuichi Takabayashi, Takatada Iwasaki, Tatsuo Kaneyasu  
SAGA Light Source  
8-7 Yayoigaoka, Tosu, Saga, 841-0005

### Abstract

Using a linear difference resonance, the linear transverse coupling was measured at a storage ring of Saga light source. As the design tune of the storage ring was close to a difference resonance  $\nu_x - \nu_y = 4$ , the coupling measurement was easily carried out. The obtained coupling value was about 1%. Performance of a skew magnet on the storage ring was also easily measured by the method.

### SAGA-LS蓄積リングにおけるカップリングの測定

#### 1. はじめに

放射光用電子蓄積リングにおいてベータートロンカップリングは、放射光輝度、ビーム寿命等の光源性能を決める上で重要なパラメータである。SAGA-LS電子蓄積リングでは動作点が差共鳴に近く、また強い共鳴が動作点周辺にないことから、差共鳴を利用したカップリングの測定を検討し測定を行った。またこの方法をスキュー4極磁石の性能測定に応用した。本報告では、原理、測定の検討と結果及びスキュー四極試験について報告する。

#### 2. 差共鳴によるカップリング測定

##### 2.1 測定原理

カップリングのないnatural emittance  $\varepsilon_n$  に対し、カップリングのある水平、垂直エミッタンスをそれぞれ  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  とすると、カップリング  $\kappa$  とエミッタンスの関係は、

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_n}{1+\kappa}, \quad \varepsilon_y = \frac{\kappa\varepsilon_n}{1+\kappa} \quad (1)$$

である。またカップリング  $\kappa$  は

$$\kappa = \frac{C^2}{C^2 + 2\Delta^2} \quad (2)$$

と表せる。ここで  $\Delta$  はカップリングのない水平垂直チューンの差の小数部で、

$$\Delta = |\nu_x - \nu_y - N| \quad (3)$$

と与えられる ( $N$  は整数)。また  $C$  はcoupling coefficientで、蓄積リングのスキュー4極成分  $KL_S = L_s / B\rho \cdot \partial B_x / \partial x$  によって、

$$C = \frac{1}{2\pi} \int_0^L \sqrt{\beta_x \beta_y} KL_S e^{i[\mu_x - \mu_y - (\nu_x - \nu_y - N)\frac{2\pi}{L}s]} ds \quad (4)$$

で与えられる ( $L$  は周長、 $\mu_{x,y}$  は位相進度)。

カップリングが存在する場合、水平垂直チューンは、 $\Delta \rightarrow \infty$  で  $\nu_x, \nu_y$  に一致する二つの固有状態のチューン  $\nu_1, \nu_2$  として

$$\nu_1 = \nu_x - \frac{\Delta}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\Delta^2 + C^2} \quad (5)$$

$$\nu_2 = \nu_y + \frac{\Delta}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\Delta^2 + C^2} \quad (6)$$

で与えられる[1]。これが観測されるチューンであり  $\nu_{1,2}$  の差は

$$\Delta\nu_{12} = \nu_1 - \nu_2 = \sqrt{\Delta^2 + C^2} \quad (7)$$

であることから、 $\Delta=0$ すなわち差共鳴のとき  $\Delta\nu_{12}$  は最小となり、

$$\Delta\nu_{12} = |C| \quad (8)$$

である。これにより式(2)から動作点でのカップリングが決定される。

##### 2.2 SAGA-LSにおけるカップリング測定の検討

SAGA-LS蓄積リングはデザインラティス  $(\nu_x, \nu_y) = (5.796, 1.825)$  で運転されている[2]。水平垂直のチューン差は  $\nu_x - \nu_y = 3.971 (= 4 - 0.029)$  と差共鳴に近く、 $\Delta = -0.029$  である。近傍に強い共鳴は無く、1ファミリーの4極電磁石の励磁電流を微少変化させることでデザインチューンから直接到達できると考えられる。

一般に  $N$  個から成るファミリー4極電磁石(QF1)の励磁の微少変化に対するチューンシフト  $\Delta\nu$  は、水平垂直それぞれ、

$$\Delta\nu_x = \frac{1}{4\pi} N\beta_x \Delta k L, \quad \Delta\nu_y = -\frac{1}{4\pi} N\beta_y \Delta k L \quad (9)$$

である。差共鳴を実現するには  $\Delta = |\Delta\nu_x - \Delta\nu_y|$

<sup>1</sup> E-mail: koda@saga-ls.jp

を満たすようにチューンシフトを起こせばいい。チューンシフトを発生させる磁石として4極磁石3ファミリーの中のQF1[3]を使用することとした。(9)式よりQF1の必要なKL積の変化は

$$\Delta KL = \frac{4\pi\Delta}{N(\beta_x + \beta_y)} \quad (10)$$

となる。QF1ではベータトロン関数(計算値)は $\beta_x = 7.5 \text{ m}$ ,  $\beta_y = 7.9 \text{ m}$ ,  $N = 16$ であり、 $KL = 1.073 / \text{m}$ に対し $\Delta KL = -0.00148 / \text{m}$ である。必要なQF1の励磁電流変化は $\Delta I = \partial I / \partial KL \cdot \Delta KL$ である。 $dI / dKL = 626.2 \text{ Am}$ より、必要な電流変化は $\Delta I = 0.93 \text{ A}$ と見積もられる。

電磁石制御系及びチューン測定系が $\Delta I$ を制御し、差共鳴を観測するのに十分な分解能を有するか検討する。QF1の現状の電流制御分解能は $\delta I = 0.01 \text{ A}$ で $\delta I / \Delta I \sim 1\%$ である。デザインチューンから差共鳴に至る領域で十分な制御精度がある。またチューン測定系の分解能は $\sigma_i \sim 0.0004$ で $\sigma_i / \Delta \sim 1.4\%$ である。電磁石制御分解能はおよそチューン測定分解能と同じ程度であり、差共鳴領域でのチューン制御及び測定に十分な分解能を有すると考えられる。またチューンの分解能からカップリング $\kappa$ の分解能はおよそ $\sigma_\kappa \sim (\sigma_i / \Delta)^2 = 1.9 \times 10^{-4}$ であり、一般的な蓄積リングのカップリングの大きさからは十分な分解能を有すると考えられる。

### 3. 測定

ビームエネルギー1.4GeVにおいてデザインラティス付近からQF1電流を変化させ、ベータトロンチューンの測定を行った。チューン $\nu_{1,2}$ はRFKOシステム[4]を用いて、スペクトラムアナライザ上のサイドバンドとして観測された。チューン測定結果を図1に示す。図から差共鳴を実現するためのQF1電流値 $\Delta I$ に前節の見積もりと差がある。デザインラティスにおけるベータトロン関数の実現精度は $10^{-1}$ 程度[3]であるため、主にベータトロン関数に由来すると考えられる。また図2に測定の際のスペク

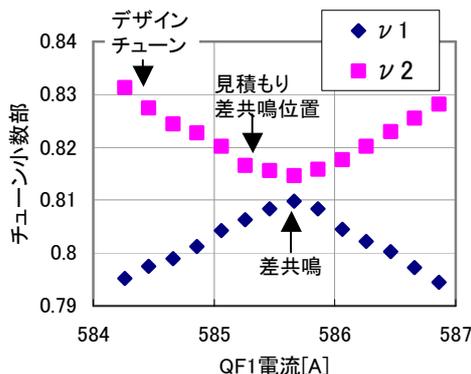


図1 励磁電流に対するチューンの変化

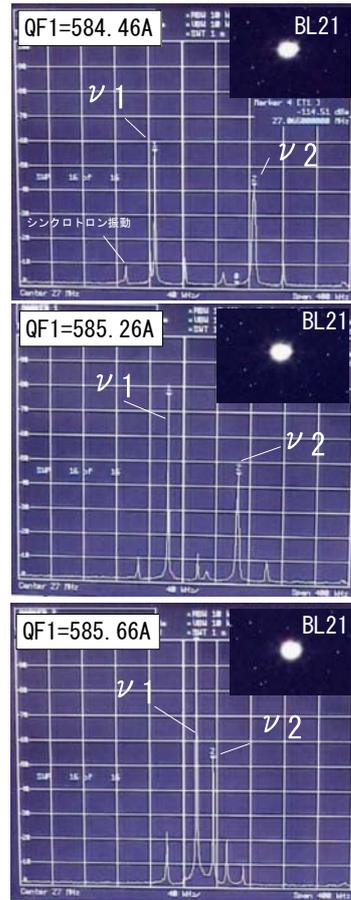


図2 QF1励磁電流に対するベータトロン振動のサイドバンドの変化。QF1電流584.66 A、585.66 Aがそれぞれデザインチューン、差共鳴に対応。画面内右上の画像は観測ラインBL21で観測された放射光。

トラムアナライザ画面上のサイドバンドの変化を示す。図2に示したようにQF1の電流変化に応じてデザインチューンから差共鳴にかけて明瞭なサイドバンドの接近、カップリング増大によるビーム形状の変化が明瞭に観測された。

### 4. 解析

(7)式より、あるQF1電流値 $I$ に対しては

$$\Delta \nu_{12}^2(I) = \Delta^2(I) + C^2 \quad (11)$$

である。電流が $\Delta I$ 変化した場合、(9)式から

$$\nu_{12}^2(I + \Delta I) = \left( \Delta + \frac{1}{4\pi} N(\beta_x + \beta_y) \frac{dKL}{dI} \Delta I \right)^2 + C^2 \quad (12)$$

となる。上式において $\Delta$ 、 $C$ 及び $\beta_x + \beta_y$ をフィッティングパラメータとし、測定された $\nu_{12}^2$ をフィットした。測定された $\nu_{12}^2$ のうちカップリングが顕著となる差共鳴近傍の7点をフィッティングデータとして採用した。図3にフィッティング結果を示す。coupling coefficientの値として $C = 0.0043 \pm 0.00053$ が

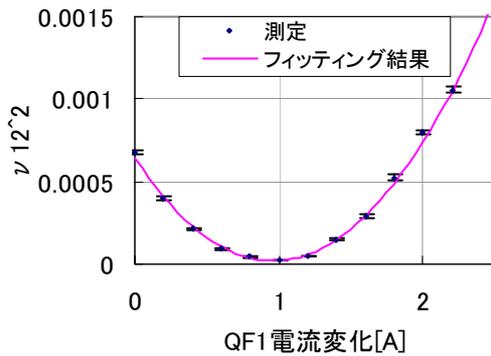


図3 QF1電流変化に対する $\nu_{12}^2$ の測定及びフィット結果。

得られた。これから (2)式によりデザインチューンでのカップリングは、 $\kappa=0.0109\pm 0.0013$ であった。

### 5. スキューマグネット性能試験への応用

SAGA-LSでは蓄積リングの6極電磁石(SF)内ステアリング電磁石1台(SFX13)をスキュー電磁石に改造した[5]。この電磁石のスキュー制御試験を差共鳴を用いて行った。ビーム蓄積後前述の測定と同様な方法でQF1励磁電流を強め差共鳴状態を作った。この状態でスキューSFX13の励磁を行い、励磁電流に対する $\Delta\nu_{12}$ を測定した。

SFX13励磁によって蓄積リング全体のカップリングは(4)式からリング固有のカップリングとSFX13のカップリングの複素数和になる。リング固有、SFX13、それぞれのcoupling coefficientを $C_s$ 、 $C_0$ とすれば、リング全体のカップリングは、

$$C = C_s + C_0 \quad (13)$$

と表せる。SFX13をカップリングの複素位相の原点にとり、この原点に対するリング固有カップリング

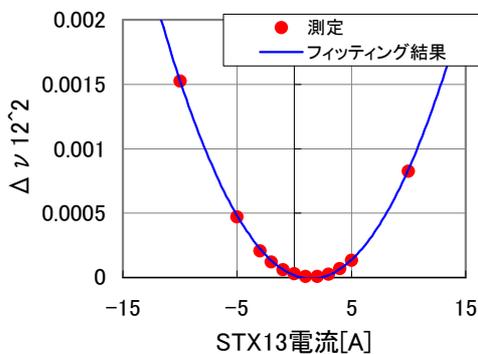


図4 スキュー磁石SFX13電流に対する $\Delta\nu_{12}^2$ の測定及びフィッティング結果の複素位相を $\theta$ とすると

$$C_s = \frac{\sqrt{\beta_x \beta_y}}{2\pi} KL_s, \quad C_0 = |C_0| e^{i\theta_0} \quad (13)$$

とできる。また測定が完全な差共鳴よりずれた効果を考慮し $\Delta$ の項を残し

$$\Delta\nu_{12}^2 = |C|^2 + \Delta^2 \quad (14)$$

とする。SFX13の励磁電流が小さく磁場飽和の効果が小さいとして、(13-14)式から

$$\Delta\nu_{12}^2 = \frac{\beta_x \beta_y}{4\pi^2} \left( \frac{\partial KL_s}{\partial I} \right)^2 I^2 + \frac{\sqrt{\beta_x \beta_y}}{\pi} |C_0| (\cos \theta_0) \frac{\partial KL_s}{\partial I} I + |C_0|^2 + \Delta^2 \quad (16)$$

となる。SFX13電流変化に対する $\nu_{12}^2$ の測定結果を(16)式でフィッティングすることにより $dKL_s/dI$ が得られる。図4に解析結果を示す。SFX13電流値に対するカップリングの挙動はよく再現されている。スキュー強度については報告[5]の2次元モデル計算で得られた値 $dKL_s/dI=0.00199$  /m2/Aに対し、解析から得られた値は $dKL/dI=0.00282$  /m2/Aであった。約44%大きい。これはSFマグネットの長さ(100 mm)がボア径(86 mm)とほぼ同等で、染み出し磁場による実効長の増大の効果と考える。得られたスキュー強度の値と(16)式より、リング固有のカップリング(～1%)に比べ十分大きなカップリング領域では、SFX13の電流値に対するカップリングは

$$\kappa = 1 - 1/(1 + 0.0069I^2 [A]) \quad (17)$$

と近似出来る。

### 6. まとめ

SAGA-LS蓄積リングにおいて差共鳴を用いたカップリング測定を行った。カップリングは約1%であった。またこの方法でスキュー電磁石の性能測定も行った。デザイン動作点が差共鳴に近く、差共鳴によるスキュー測定は簡便かつ有効であった。

### 参考文献

- [1] G. Guinard, Physical Review E51(1995),6104
- [2] S. Koda et al., Proceedings of the 3th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 31st Linear Accelerator Meeting in Japan, Sendai, (2006) pp296-298.
- [3] Y. Takabayashi, et al., "Measurements of Lattice Functions of the SAGA-LS Storage Ring", Proceedings of the 4th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 32nd Linear Accelerator Meeting in Japan, Wako (2007) pp649-651.
- [4] S. Koda, et al., "Bunch Filing Control at SAGA-LS Storage Ring", Proceedings of the 4th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 32nd Linear Accelerator Meeting in Japan, Wako, Japan (2007) pp655-657.
- [5] Y. Iwasaki, et al., " Skew Quadrupole Magnet at the SAGA Light Source", in these proceedings.