

# J-PARC muon g-2/EDM 実験用ビーム入射キッカーの磁場設計 DESIGN WORK OF PULSED RADIAL KICK FIELD FOR J-PARC MUON g-2/EDM EXPERIMENT

飯沼裕美<sup>\*,A)</sup>, 阿部充志<sup>B)</sup>, 佐々木憲一<sup>B)</sup>, 中山久義<sup>B)</sup>, 三部勉<sup>B)</sup>, 高柳智弘<sup>C)</sup>, 徳地明<sup>D)</sup>  
 Hiromi Iinuma<sup>\*,A)</sup>, Mitsushi Abe<sup>B)</sup>, Ken'ichi Sasaki<sup>B)</sup>, Hisahyoshi Nakayama<sup>B)</sup>, Tsutomu Mibe<sup>B)</sup>,  
 Tomohiro Takayanagi<sup>C)</sup>, Akira Tokuchi<sup>D)</sup>,  
<sup>A)</sup> Ibaraki University <sup>B)</sup> KEK <sup>C)</sup> JAEA <sup>D)</sup> PPJ

## Abstract

In the J-PARC Muon g-2/EDM experiment, we plan to accumulate a 300 MeV/c Muon beam in an orbit with a diameter of 0.66 m and perform ultra precise measurement of the anomalous magnetic moment (g-2) and electric dipole moment (EDM). One of technical challenges is to inject the beam into the precisely-tuned storage region in the storage magnet without disturbing the static magnetic field. A radial pulsed magnetic field near the storage region will control the vertical beam motion along with the solenoid axis. Optimal calculation to determine requirements of spatial and time distribution of the pulse magnetic field is discussed based on the beam injection trajectory. Specific parameters of the kicker coil shape, and the time structure of the current apply to the coil are introduced. Since the performance of the Kicker device determines the beam trajectory in the storage region, the magnitude of the betatron amplitude and the injection efficiency are also be discussed.

## 1. はじめに

J-PARC Muon g-2/EDM 実験 [1] では、ソレノイド型超電導磁石内に運動量 300MeV/c の Muon ビームを直径 0.66 m の軌道で蓄積し、異常磁気能率 (g-2) の超精密測定と EDM 探索を行う計画である。Figure 1 に示す蓄積電磁石内部の精密調整された蓄積領域へ静磁場を乱さずにビーム入射を行うため、蓄積領域付近に径方向パルス磁場を発生させ、ビームのソレノイド軸鉛直方向の運動を制御するキッカー装置制作に取り組んでいる。

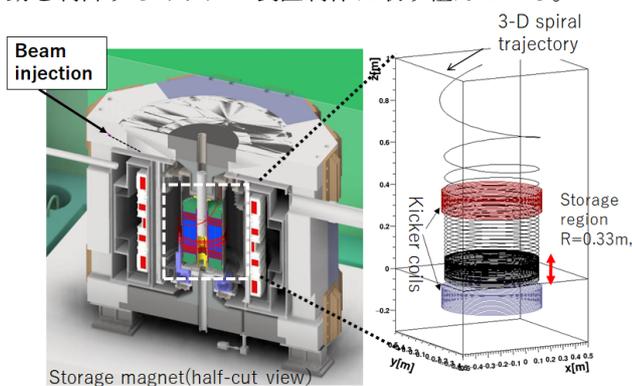


Figure 1: Beam trajectory inside the storage magnet by the 3-D spiral injection scheme.

本発表では、蓄積電磁石内部の磁場空間分布を考慮したビーム入射軌道から、パルス磁場の空間・時間分布の最適解算手法を議論し、蓄積ビーム品質の評価、実機用のパルス磁場発生用のキッカーコイル形状、コイルに流す電流時間構造の具体パラメータを示す。更に、蓄積領域内のビーム軌道計算を基に、ビームの入射効率を見積もった。また、実際の運用時のキッカー調整、ビーム軌道調整の指針も議論する。

## 2. 垂直キッカーの役割

Figure 1 に示すように、入射ビームは蓄積磁石ヨーク通過穴を通過後、3次元螺旋軌道 [2,3] を描きながら、磁石中心部の蓄積領域まで進む。Figure 2 に示すソレノイド主コイルによる径方向フリッジ磁場によりビームの入射角度を徐々に減少させ、最終的には垂直キッカーにより、磁石中心部 (height=0 m 付近) で入射角度がゼロになるように調整する。蓄積領域内部の弱収束磁場径方向成分により、垂直キック後のビームは垂直方向にベータatron運動しながら留まる。垂直キックは、磁石中心面の上下に配置する円筒シート状の導体 (以降、キッカーコイルと呼ぶ) に、ビーム入射に同期して逆相の半サイン形状のパルス電流を印加して発生する径方向パルス磁場を利用する<sup>1)</sup>。

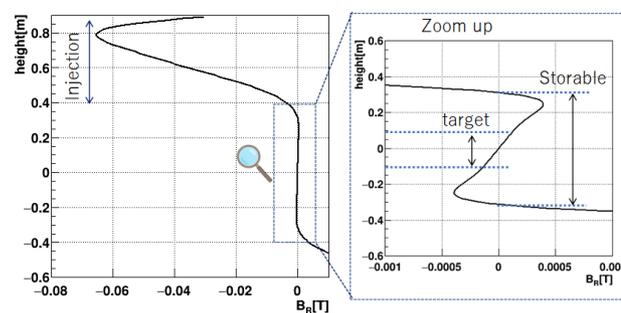


Figure 2: Radial magnetic field including weak focusing is shown.

Figure 3 に軌道の鉛直成分を時間の関数で示す (黒実線)。キッカーコイルに与える半サイン形状のパルス電流の時間構造 (黒点線)、および軌道上のビーム粒子が感じるソレノイド主コイルからのフリッジ磁場 (赤色)、キッカーコイルが発生する径方向磁場 (青色) も合わせ

\* hiromi.iinuma.spin@vc.ibaraki.ac.jp

<sup>1)</sup> ソレノイド軸方向にも磁場を発生するが、主磁場 3 T に比べて十分小さい

て示す。Figure 4 には、軌道の鉛直方向位置と入射角度の相関で図示している。図中の①~③は、① 垂直キック期間中のビーム粒子が感じる径方向磁場が負=入射角がゼロに近づく、② ビーム粒子が感じる径方向磁場が正=入射角の負に増加する、③ 垂直キック後にビーム粒子が弱収束磁場のみで制御される、部分を示している。垂直キックはビーム粒子が上側キッカーコイルよりも上に到達した時点から電流を印加し、上側キッカーコイル上部にビーム粒子が到達する際に、意図的に入射角度を負に大きくさせている（図中は kink-shape と表示）。kink-shape の大小は、ビームの鉛直方向に与える収束効果の大小に対応し、蓄積領域でのビーム運動の鉛直成分の広がりへの制御に効果がある。

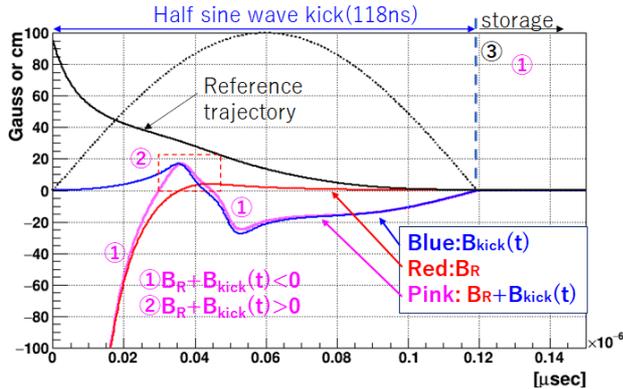


Figure 3: Reference beam trajectory as a function of time, as well as effective kicker field.

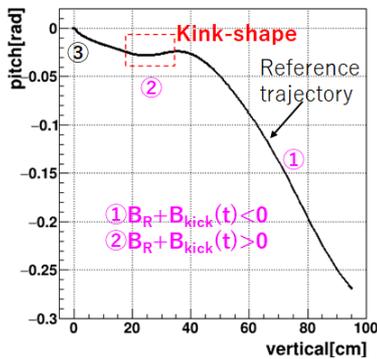


Figure 4: Correlation of vertical position and pitch angle of the reference trajectory.

### 3. 垂直キックパラメータの候補の算出

ビームの中心軌道の設計は、垂直キック完了時に単粒子軌道が高さゼロ、入射角ゼロ度の状態に合うように決めれば良く、Eq. 1 に示すビーム粒子の鉛直位置と鉛直方向の速度  $v_z$  が、

$$z(t) = z_0 + \int_{t_0}^t v_z(t) dt \quad (1)$$

と書けると、 $z(t_0 + T_K) = 0$  と、 $v_z(t_0 + T_K) = 0$  を同時に満たせば良い。ここで、 $t_0$  はビーム到着時刻 (=キック開始時刻)、 $T_K$  は半サイン周期である。磁場中の荷電粒子はローレンツ力を受けるので、加速度ベクトル

は下式となる。

$$\frac{d}{dt} \vec{v} = \frac{q}{m} \vec{v} \times \vec{B} \quad (2)$$

円筒座標系の径方向の磁場成分  $B_R$  はソレノイド主コイルのフリッジ磁場（静的）とキッカーコイルが作るパルス磁場の和であり、

$$B_R(z, R, t) = B_R^{static}(z, R) + B_R^{kicker}(z, R) \sin\left(\frac{\pi}{T_K}(t - t_0)\right) \quad (3)$$

と記述できる。ここで、キッカーコイルに印加するパルス電流を以下に示す。

$$I(t) = I_0 \sin\left(\frac{\pi}{T_K}(t - t_0)\right), : (t - t_0) < T_K \\ = 0, : (t - t_0) > T_K \quad (4)$$

軌道の例を Fig. 4 に示したが、始点と終点の間をどのような経路を取るかは任意に変更できる。垂直キックスタート点の垂直位置  $z_0$  および入射角度 (pitch =  $v_{z0}/v_0$ ) のビーム粒子が垂直キック終了時刻までの間に受ける BL 積は Eq. 6 で求まる。

$$BL = \int_{t_0}^{t_0 + T_K} B_r(t, z, R) v_L(t) dt, \quad (5)$$

$$v_L(t) = \sqrt{v_0^2 - v_z(t)^2}$$

これを満足する限りはキッカーコイル配置とパルス電流の時間幅の調整、そして印加電流のピーク値を任意に決定できる。これをもう少し整理すると、

$$BL \propto I_0 \cdot T_K = const. \quad (6)$$

となる。Figure 5 にキッカーコイルの配置と励起される径方向磁場の空間分布の関係を示す<sup>2</sup>。

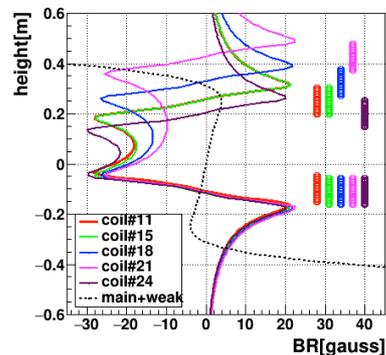


Figure 5: Kicker field spatial distribution by five type coils.

Figure 6 に、Fig. 5 に示すキッカーコイルで励起されるキック磁場を受けたビーム粒子の軌道を示す。個々のビーム粒子が感じるキッカーコイルからの磁場は、半サイン形状の時間構造を持つパルス電流で時間的な重み

<sup>2</sup> 線形な磁場計算が可能な入射領域とミュオン蓄積領域の磁場分布の算出は、多数の円電流で再現する手法を取り入れることで、ビーム軌道計算及びスピンベクトルの精密計算を実現している [4]。

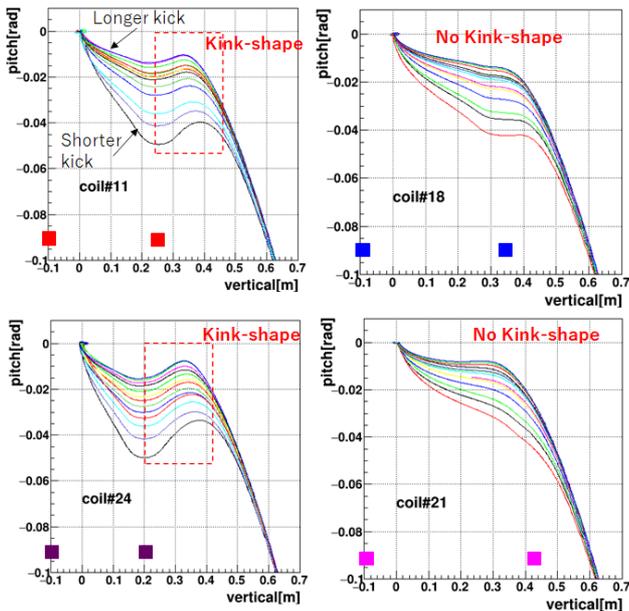


Figure 6: Single particle tracking for four-types of coils. Shorter  $T_K$  will give a stronger kink-shape.

が掛かるため、同じコイル配置でも、印加電流のパルス幅; 半サインの周期  $T_K$  の違いにより異なる軌道をとる。kink-shape の空間的な位置は上側キッカーコイルの位置によって決まり、 $T_K$  が短いほど強い kink-shape になることがわかる。以上の計算を約 20 通りのコイル配置ごとに、 $T_K$  を変えながら適切なビーム中心軌道を取る  $I_0$  を算出し、垂直キックパラメータの候補の算出を行った。その結果をまとめたものを Fig. 7 に示す。コイル配置に依らず、Eq. 6 に示した相関関係を確認した。

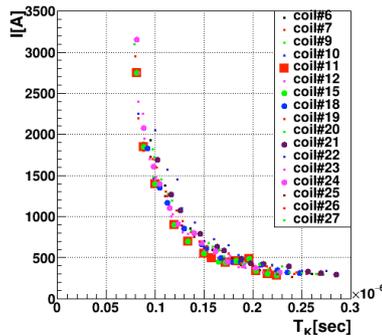


Figure 7: Correlation between  $T_K$  and  $I_0$  to satisfy  $BL = const.$

#### 4. 入射効率の最適化と現実的な垂直キックパラメータの決定

Figure 7 に示す垂直キックパラメータ候補毎に、予想されるビーム位相空間を反映した入射ビーム 100 本の軌道計算を行った。軌跡計算結果の例を Fig. 8 に示す。先に Fig. 2 で紹介した通り、蓄積領域には弱収束磁場がかかっており、Eq. 7 に示す磁場分布をもつ。

$$B_R^{weak} = -n \frac{B_0}{\rho} z \quad (7)$$

ここで、 $B_0$  は蓄積磁石中心の磁束密度 (3.0 T)、 $\rho$  はサイクロtron運動の周回半径 (= 0.33 m) である。キック後の周回軌道上の任意の時刻  $t$  における鉛直方向の運動方程式は Eq. 8 で与えられる。

$$\frac{d^2}{dt^2} z = -\omega^2 z, \text{ here, } \omega^2 = n \frac{B_0 q v_L}{\rho m_0 \gamma} \quad (8)$$

$q$  は素電荷、 $\gamma$  はローレンツ因子、および  $m_0$ 、 $v_L$  はミュオンの静止質量と  $xy$  平面に射影した速度の絶対値である。垂直キックにより弱収束磁場分布空間の中に導かれたビーム粒子は角周波数  $\omega$  の周期で Eq. 9 に従う楕円軌道をとる。つまり、垂直方向に単振動 (ベータトロン振動) [2] をとる。

$$\left(\frac{z(t)}{z_0}\right)^2 + \left(\frac{\rho v_z(t)}{\sqrt{n} z_0}\right)^2 = 1 \quad (9)$$

垂直方向のベータトロン振幅を  $|z_0|$  より小さく制御するには、垂直キッカーにより、Eq. 9 で示される楕円領域内にビームを誘導すればよい。100 本の軌跡計算のうち、 $|z_0| < 0.1$  m の条件を満たす軌跡を *good* と定義し、その本数を評価した結果を Fig. 9 に示す。キッカーコイルの配置、キック時間  $T_K$  によって *good* の本数が変わる。Figure 8 を基に、キッカーコイルのタイプ 11 番 (図中、赤い四角で表示) と 15 番 (図中緑の四角で表示) が *good* 数が高いことがわかる。キッカーコイル番号 #11, 21, 24 に相当し、Table 1 にキッカーコイルの配置と上 (又は下) コイル片側のインダクタンス概算値を示す。

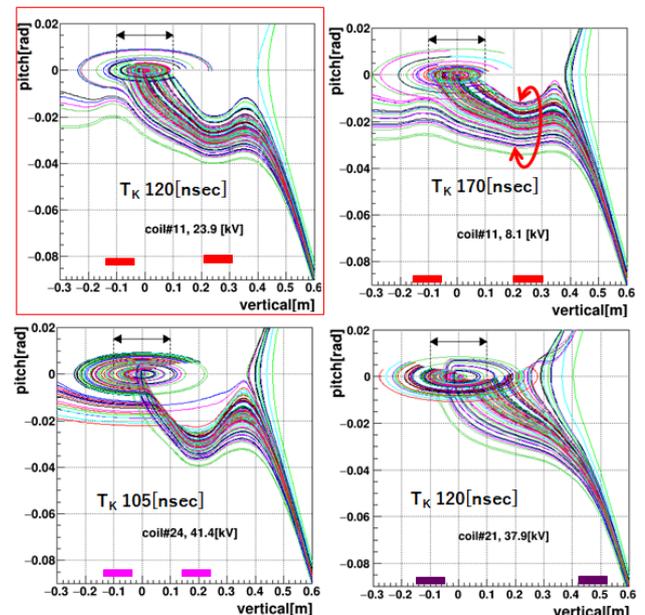


Figure 8: A hundred trajectories is in comparison with four-different types of coils.

次に、上下の各コイルにかかる電圧  $V$  を Eq. 10 を用いて算出し、結果を Fig. 10 に示す。

$$V = \frac{\pi L}{T_K} \quad (10)$$

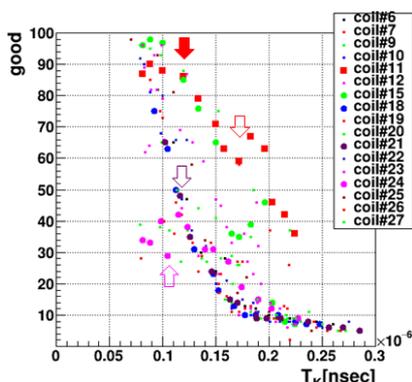


Figure 9: Correlation between  $T_K$  and *good* numbers with different coil types.

Table 1: Kicker Coils' Parameters

Coil #	Upper	Lower	Inductance (Per Coil)
11	0.25 m	0.10 m	1.01 $\mu$ H
15	0.25 m	0.11 m	1.02 $\mu$ H
21	0.25 m	0.425 m	1.01 $\mu$ H
24	0.25 m	0.20 m	1.01 $\mu$ H

キッカーコイル自体にかかる電圧を 25kV 以内に抑える条件を定め、垂直キッカーパラメータを決定した。これを Table 2 に示す。ただし、本スタディではキッカーコイル上下の夫々独立に印可する電流電源が理想的に同期し、コイル導体に均一に電流が流れると仮定した簡易計算であるため、今後は過渡応答解析を行い、詳細検討を続けていく。

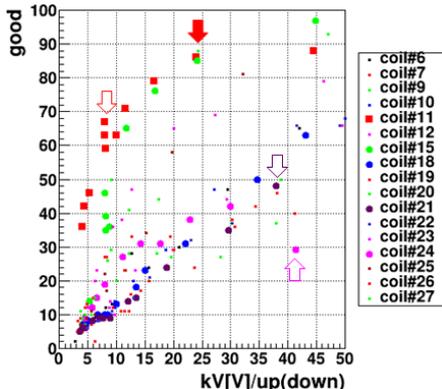


Figure 10: Correlation between *good* and high voltage estimated from Eq. 10.

Table 2: Kicker Parameters in This Study

Coil#	$T_K$	$I_0$	V
11	118 ns	900 A/coil	23.9 kV/coil

## 5. 垂直キック後のビーム運動の評価

今までの議論により決定した垂直キックパラメータを用いて、想定されるビーム位相空間をもつ約 1900 通りの軌道の算出を行った。その結果を Fig. 11 に垂直方向の

位置と入射角の相関図を、Fig 12 に垂直位置の時間推移をそれぞれ示す。尚、図中の時刻ゼロはキッカースタート時刻  $t_0 = 0$  に対応している。時刻 150 ns 以降のベータatron振動の振幅と周波数  $\omega$  の分布を Fig. 13 に示す。Figure 13 の右に示す角周波数の分布のうち、振幅が 0.1m 以内の軌道から求めたものを赤色ヒストグラムで示し、中心値  $1.019 \times 10^7$  rad/s、RMS 値は  $1.21 \times 10^4$  rad/s を得た。Figure 14 に個々の軌道から求めたベータatron角周波数  $\omega$  の振幅依存性を示す。振幅 0.1 m より大きくなると、 $\omega$  の値が変わることがわかる。

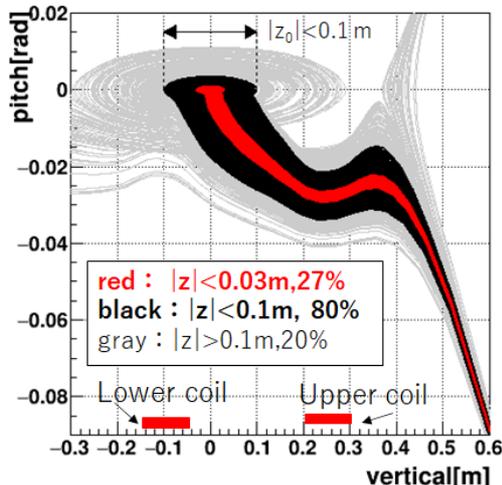


Figure 11: 1900 trajectories with kicker parameters in Table 2.

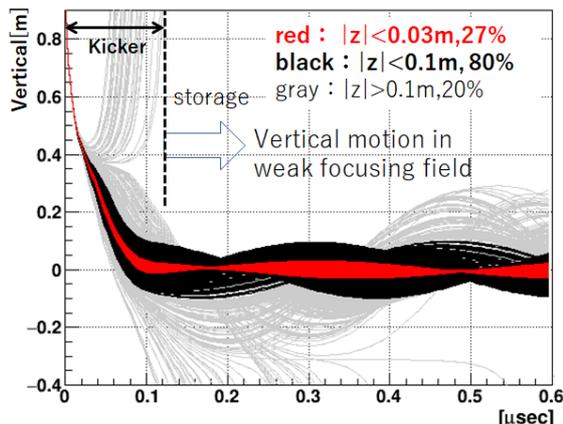


Figure 12: Vertical motion as a function of time. Betatron motions are observed beyond  $t > 150$ ns.

Figure 15 の左側に Eq. 8 で示した弱収束磁場の空間分布より求めた角周波数を示す。弱収束磁場分布は磁石中心平面の上下 0.05 m の空間を精密調整する設計 [1] で、角周波数の空間分布形状もそれに従っている。Figure 15 の右側に、軌道計算から求めた結果と比較する。ただし、磁石中心平面 (図中 height=0 m) はベータatron振幅のゼロに対応し、青実線が磁場分布から求まる値を示す。

本論文中のビーム入射・蓄積の成否の判断基準は、個々のビーム粒子のベータatron振幅が 0.1 m 以内としているが、その根拠はベータatron振動数が安定な領域を目安とし暫定的である。今後は軌道計算の統計数を上げ、

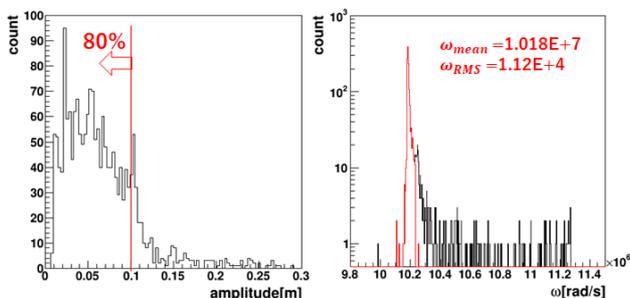


Figure 13: Betatron amplitude and  $\omega$  beyond  $t > 150$  ns.

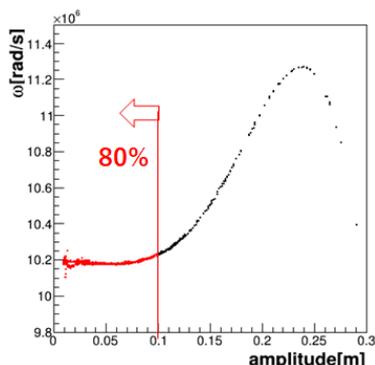


Figure 14: Correlation between  $\omega$  and betatron amplitude.

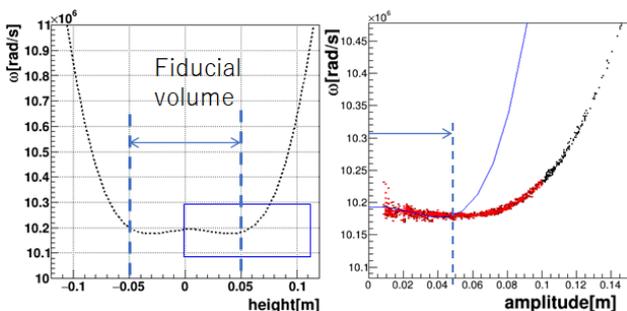


Figure 15: Left: Calculated  $\omega$  from magnetic field in Eq. 8. Right: Comparison of  $\omega$  estimated from trajectories.

そして、スピン歳差運動の角周波数の安定性も含めた評価方法を検討する。

## 6. まとめと今後の課題

垂直キッカー装置は3次元螺旋軌道入射の成否を決める重要な技術開発項目であり、本論文では単粒子軌道計算を基に、キッカーコイル配置、印可電流のパラメータの候補を決め、想定されるビーム位相空間をもった軌道計算を行った。その結果を踏まえ、垂直キッカー装置の概要検討と仕様決定を行い、入射・蓄積効率の評価を行った。今後の課題のひとつとして、装置運用時の調整項目と調整方法を検討するため、Fig. 11を時間スライスして得る垂直キック終了時の垂直成分軌道情報をFig. 16に示す。蓄積中にベータトロン振幅が0.1 m以内に収まる軌道は、キック終了時に垂直位置、ピッチ角が黒点線で示す領域に入っている。キック開始時刻を $\Delta t = \pm 0.5$  nsほどずらすと、赤や緑で示すように、ほ

ぼ平行移動するが黒い楕円領域から大きく逸脱しないため、入射効率の相違は数%にとどまり、大きな影響を与えないことが分かる。

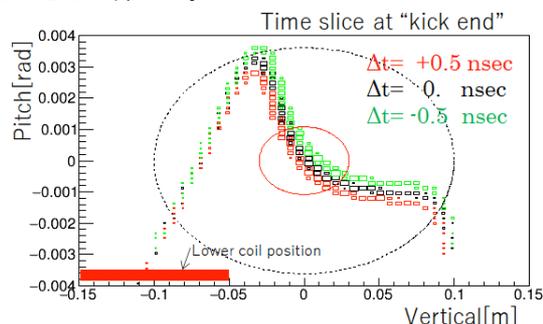


Figure 16: Snapshot of vertical trajectory at the end of the kick. Black :  $\Delta t = 0$  as design, Red :  $\Delta t = +0.5$  ns Green :  $\Delta t = -0.5$  ns.

次に、キック開始時における基準軌道の垂直位置とピッチ角度の相関からズレを生じる場合、つまり、Fig. 4に示す始点に対しビーム中心の入射軌道の垂直方向のズレ( $\Delta z$ )、入射角のズレ( $\Delta pitch$ )を検討すると、黒で示す相関分布位置からの平行移動はしないが、黒い楕円の中に収まる分布数が変わることが分かっている。ビーム中心軌道を $\Delta z$ 、 $\Delta pitch$ を変えた場合のベータトロン振幅の分布の影響をFig. 17に示す。この結果から、実際の運用で考慮すべき、軌道制御の精度を考察できる。特に、 $\Delta z$ は1 mm中心軌道が変わると、入射効率が6割ほど減少するので、蓄積磁石内部のビーム軌道調整は必須になる。本論文で詳細は議論しないが、蓄積磁石内部に磁気遮蔽機能つきステアリング磁石[5]の設置を検討しており、キック開始時刻における、ビーム粒子のピッチ角度と径方向の位置の精密制御を目指している。今後、キッカー装置実機制作に向けて詳細検討を継続していく。

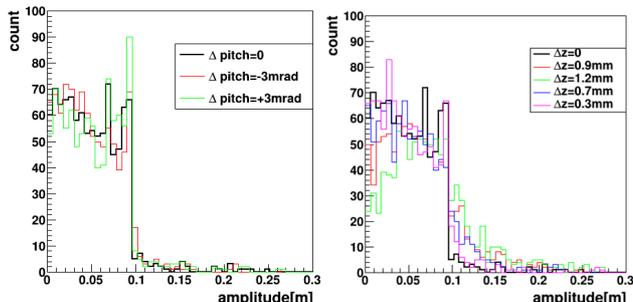


Figure 17: Betatron amplitude dependence of  $\Delta z$  and  $\Delta pitch$  for the reference trajectory at height of 0.95 m.

## 謝辞

九州大の山中隆志氏にはビーム入射・蓄積軌道計算の評価手法の議論を通し、有益な示唆を頂きました。本研究はJSPS 科研費 JP26287055, JP19H00673, JP20H05625の助成を受けたものです。

## 参考文献

[1] M. Abe *et al.*, Progress of Theoretical and Experimental

- Physics, Volume 2019, Issue 5, May 2019, 053C02. doi:  
10.1093/ptep/ptz030
- [2] H. Inuma *et al.*, Nucl.Instru.Meth A 832 51 – 62 2016. doi:  
10.1016/j.nima.2016.05.126
- [3] H. Inuma *et al.*, IEEE Transactions on Applied Supercon-  
ductivity, vol. 32, no. 6, pp. 1-5, 2022, Art no. 4004705.  
doi:10.1109/TASC.2022.3161889
- [4] M. Abe *et al.*, WEP035 will be published in Proceedings of  
the 19th Annual Meeting of PASJ, Online, Oct. 17-21, 2022.;  
<http://www.pasj.jp>
- [5] M. Abe *et al.*, IEEE Transactions on Applied Superconduc-  
tivity vol. 32 no. 6 pp. 1-5 2022. Art no. 4007505.  
doi:10.1109/TASC.2022.3190247