

## PF-AR での Low Emittance Tuning の検討 STUDY ON LOW EMITTANCE TUNING AT PF-AR

尾崎俊幸<sup>#</sup>

Toshiyuki Ozaki  
Accelerator Facility, KEK

### Abstract

After the success of 6.5 GeV beam injection into the PF-AR, the top-up operation mode is scheduled. However, the narrow gaps of the in-vacuum undulators will cause the loss of the injected beam. To avoid this situation, the smaller vertical beam size will be required. For this purpose, the application of 'low emittance tuning' technique is proposed in this paper. Simulations are performed by using Accelerator Toolbox code.

### 1. はじめに

近年、多くの研究施設で 'Low Emittance Tuning' が検討されている。これは XY カップリングを、スキュー4極電磁石を用いて補正し、垂直方向エミッタンスを最小にする方法である。現在の PF-AR 運転で、垂直エミッタンスを下げる事ができれば、アンジュレーターギャップを狭くしても、ビームロスが起きなくなるだろう。また、Top-up 運転を可能にするための解決策でもあると思われる。

本論文は、CestTA, SPEAR3 などで開発された方法論が、PF-AR で可能かどうかを検討するものである。Accelerator Toolbox コードで、PF-AR モデルを作成し、XY カップリングの発生源(電磁石の傾き・変位)を仮定し、これをスキュー4極電磁石で補正することを調べる。

### 2. Low-Emittance Tuning

#### 2.1 PF-AR での検討の意味

2008 年、電子陽電子衝突リング CESR は、International Linear Collider のダンピングリングの試験加速器として CESR Test Accelerator (CesrTA)に改造された[1,2]。

PF-AR と CesrTA を比較すると、円周は PF-AR の2倍で、エネルギーは 0.3 倍、ラティスが同じ FODO である。ナチュラル・エミッタンスは、CesrTA が 2.7nm、PF-AR が 294 nm であるが、エミッタンスはエネルギーの2乗に比例し、曲率半径に反比例する。大雑把に、その比で換算すると、PF-AR は 14 nm になる。ダンピング・ウイグラーは CesrTA は12台あるが、PF-AR は持っていない。

CesrTA では、シングルバンチ運転に変更するが、PF-AR は常時シングルバンチである。

また、入射ビームの場合でも、カップリングがあれば、水平振動がカップリングで垂直振動に変わり、狭い場所でロスする。

したがって、Low-Emittance Tuning を検討する価値があると判断する。

#### 2.2 調整の手順

文献[1]は、Low-Emittance Tuning の手順を述べている。

- (1) 軌道を測定し、すべての水平および垂直ステアリング電磁石で、軌道を修正する。
- (2) トランスバース・カップリングを測定し、ベータatron位相を測定する。4極磁場を調整してベータatron位相を設計値に合わせる。スキュー4極の磁場を調整してトランスバース・カップリングを最小にする。
- (3) 再び、軌道とカップリングを測定し、ディスパージョンを測定する。軌道エラー、トランスバース・カップリング、垂直ディスパージョンを最小にするような解を求め、スキュー4極と垂直ステアリングを設定する。
- (4) ある点でのビーム・サイズを測定し、その点でのベータ関数と分散関数からエミッタンスを求める。これを繰り返す。

#### 2.3 世界の状況

Low-Emittance Tuningを採用した代表的な施設を表1に示す。

Australian Synchrotron では6極電磁石の 2/7 の台数にスキュー4極コイルを付けている[3]。

SuperKEKB では、すべての6極電磁石にスキュー4極コイルを巻いている。KEKBの Non-Interleaved Sextupole が、XY カップリングと垂直分散を独立に扱える長所を報告している[4,5]。

ESRF では、In-vacuum のアンジュレーターID6が最小ギャップの時に、一番大きいカップリング発生源となることを報告している。補正テーブルでスキューで調整している[6]。

SPEAR3 では、最適解を求める方法として、遺伝的アルゴリズム(GA) と LOCO を比較し[7]、またデータにノイズを含んでも、ロバストに最適解を求める計算法として、robust conjugate direction search 法が優れていると報告している[8]。

NSLS は、既に 1993 年にスキュー4極による補正を実施し、垂直エミッタンスを 1/6 に下げている。

<sup>#</sup> ozaki@post.kek.jp

Table 1: Accelerator Facilities with Low Emittance Tuning

加速器	CesrTA	Australian Synchrotron	Super KEKB	ESRF	SPEAR3	NSLS	SLS
エネルギー	2.0 GeV	3 GeV	7GeV/4GeV	6 GeV	3 GeV	2.5 GeV	2.4 GeV
場所	Cornell	Melbourne	KEK	Grenoble	SLAC	BNL	Switzerland
台数	27 台	28 台	200 台	32 台	13 台	17 台	36 台
文献	[1,2]	[3]	[4,5]	[6]	[7,8]	[9]	[10]

### 3. Accelerator Toolbox コード

SLAC の A. Terebilo が開発したコードである[11]。

世界の多くの放射光リングで用いられている。MATLAB をベースとして書かれ、B,Q,SX などの pass method、それらの行列計算は C で書かれ、高速に演算され、ゲートウェイ関数を通して、MATLAB とつながる。

SX は、半分の長さまで driftpassmethod を用い、キックとして SX を考え、後半の半分も drift がある。SkewQuadrupole は Element としては存在しないので、今回作った。文献[12]により

$$M_q^s = R_{-45} M_q R_{45}$$

つまり、入り口で45度の回転を与え、4極が存在し、出口で逆回転を与えた。Passmethod としては quadrupole を使用する。

各要素にアライメント・エラーがはいる。

### 4. 4次元位相空間での検討

この章は、4次元位相空間で議論する。つまり、変数は

$$\vec{r} = [x, p_x, y, p_y]^t$$

である。

#### 4.1 Edwards & Teng マトリックス

Edwards & Teng のマトリックスによる方法[13]であるが、D. Sagan & D. Rubin の記号[14]が一般化しているので、それを用いる。

リング1周のマトリックスをTとして、それが、2×2のサブマトリックスで与えられるとする。つまり、

$$T = \begin{bmatrix} M & m \\ n & N \end{bmatrix}$$

これが、3つの行列の積として、

になるとする。Vは、シンプレクティックであるから + は、シンプレクティック共役を意味し、γは、ミックス・

$$T = VUV^{-1} = \begin{bmatrix} \gamma I & C \\ -C^+ & \gamma I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma I & -C \\ C^+ & \gamma I \end{bmatrix}$$

パラメーターと言われ、ほぼ1にちかひ。右辺と左辺を比

$$\|V\| = 1$$

較して、A,B,C, γ は、M,N,m,n で表わすことができる。

カップリングは、  
で、

$$\gamma^2 + \|C\| = 1$$

$$A = \gamma^2 M - \gamma (Cn + mC^+) + CNC^2$$

$$B = \gamma^2 N - \gamma (nC + C^+m) + CMC^2$$

ここで、

$$C = \frac{-H \operatorname{sgn}(\operatorname{Tr}[M - N])}{\gamma \sqrt{(\operatorname{Tr}[M - N])^2 + 4\|H\|}}$$

である。

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\operatorname{Tr}[M - N])^2}{(\operatorname{Tr}[M - N])^2 + 4\|H\|}}}$$

さらに、不等式

$$H = m + n^+$$

が満たされれば、実数解であるから、ビームの安定状態

$$(\operatorname{Tr}[M - N])^2 + 4\|H\| \geq 0$$

が得られる。

### 4.2 PF-AR

トリスタン計画の中間リングとして、Accumulation Ring (AR) が設計された。文献[15]によれば、8 GeV で電子または陽電子を Main Ring に出射するオプティクスと 6.5 GeV で衝突実験をするオプティクスが検討された。4か所の直線部で、分散関数がゼロになるように、ミスベンド方式のディスページョン・サプレッサーが設計されている。

1980 年代後半に南直線部の改造が行われ、QC1 と QC2 を移動した。

2000 年の AR 改造では、ワイド4極が3台導入され、SXD1台が取り外された。

2016 年、入射点を東から西に移し、SXD が1台取り外された。

現在の電磁石の電流通電値から k 値を推測して、コードに入れた。

### 4.3 シミュレーション

4極電磁石の回転エラー  $\Delta\theta$  によって、6極電磁石の軸ずれ  $\Delta y_{co}$  によって、スキュー4極成分が発生する。その大きさは、

$$k_s = 2k_1\Delta\theta$$

$$k_s = k_2\Delta y_{co}$$

である。

マグネット・アライメント・エラーとして、文献[1]の表を引用した。これを下に示す。

Table 2: Magnet Alignment Errors

Parameter	RMS
Quad. tilt	120 $\mu$ rad
Quad. vertical offset	50 $\mu$ m
Dipole roll	100 $\mu$ rad.
Sextupole vertical offset	250 $\mu$ m
Wiggler roll	200 $\mu$ rad

スキュー電磁石(長さ200 mm、最大磁場0.73 T/m 最大電流 200 A)を、SE 部の QC3 と QC4 の間に設置したとする。この直線部は、分散関数がゼロである。

乱数でミス・アライメントを設定して、NW 部のシンクロトロン光プロファイル・モニターの場所での C は、

$$C = \begin{bmatrix} -0.0159 & -0.0997 \\ -0.0040 & -0.0253 \end{bmatrix}$$

となった。

これを補正するために、上記のスキュー電磁石(SQ1)を励磁し、 $C_{11}$   $C_{12}$   $C_{21}$   $C_{22}$  の変わり方を調べた。文献[2]によれば、 $C_{12}$ だけが用いられ、 $C_{11}$ と $C_{22}$ は無視され、 $C_{21}$ は測定できないとある。

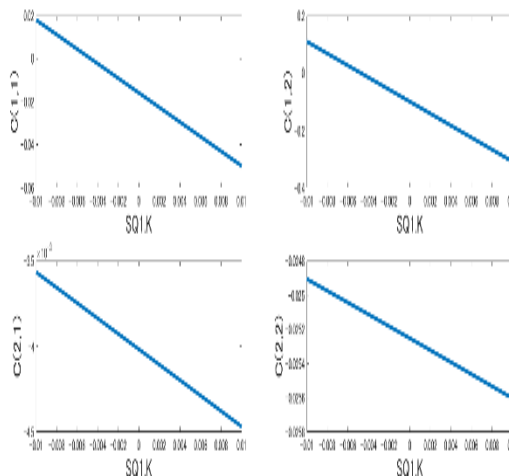


Figure 1: Coupling matrix C.

図1はスキュー電磁石の励磁  $k_1 = -0.005$  で  $C_{12}$  をゼロにすることができる。励磁電流に換算すると -27A である。

さらに、上記と類似の SW 部にスキュー電磁石を追加し、2か所(SR モニターの場所と NE3 アンジュレーターの入り口)のカップリングをゼロにすることを考えた。各  $C_{12}$  の -0.6~0.6 等高線が図2に描かれている。同時に  $C_{12}$  をゼロにするには、交差点である  $k_1 = -0.009$  および  $k_2 = 0.005$  で、電流に換算すると、-48.6 A および -27A である。

一般に、N台のスキュー電磁石で、M個所のカップリングを最小にするには、目的関数を考え、それを最小にする励磁量の組

$$k_1, k_2, \dots, k_N$$

を求めることになる。

以上は、乱数による結果であり、PF-AR の現状ではなく、目安を求めたものである。

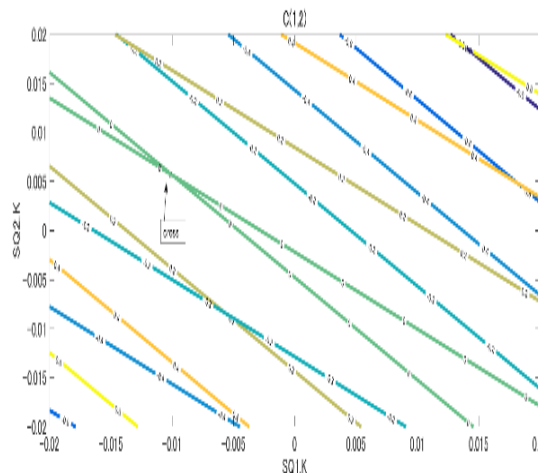


Figure 2: Contour maps of  $C_{12}$ .

## 5. 6次元位相空間での検討

この章は、6次元位相空間で、以下のような変数で検討する。

$$\vec{r} = [x, p_x, y, p_y, (p - p_0)/p_0, c\tau]^T$$

### 5.1 分散関数

垂直方向のビームのサイズは、

$$\sigma_y(s) = \sqrt{\beta_y(s) \varepsilon_y + \eta_y^2(s) \sigma_\varepsilon^2}$$

である。垂直方向のビーム・エミッタンスは、X-Yベータatron振動のカップリングと垂直分散関数によるビームの放射励起で生じる。後者は、

$$\begin{aligned} \varepsilon_y &= \frac{C_q \gamma^2 \langle I_y \rangle}{\rho} \\ &= \frac{C_q \gamma^2}{\rho} \left\langle \left[ \eta_y^2 + (\eta_y \alpha_y + \eta_y' \beta_y)^2 \right] / \phi_y \right\rangle_{dipole} \\ &\approx 2 \frac{C_q \gamma^2}{\rho} \left\langle \frac{\eta_y^2}{\beta_y} \right\rangle_{dipole} \end{aligned}$$

で、コードの中では、以下に表現される[16]。

$$\begin{aligned} \langle \eta_y^2 / \beta \rangle_{dipole} &= \frac{1}{8 \sin^2 \pi \nu_y} \left[ \sum_i \frac{\beta_{yi} L_i^2}{\rho^2} \Delta \theta_{i,dipole}^2 \right. \\ &+ \sum_i \beta_{yi} k_{i,i} L_i^2 \Delta y_{coi,quad}^2 + \sum_i \beta_{yi} k_{ii} \eta_{ii}^2 L_i^2 \Delta \theta_{i,quad}^2 \\ &\left. + \sum_i \beta_{yi} k_{ii} \eta_{ii}^2 L_i^2 \Delta y_{coi,sept}^2 \right] \end{aligned}$$

第1項は、偏向電磁石の回転エラーによる垂直方向2極磁場の効果で、第2項は、4極電磁石のセンターの垂直方向へのオフセット・エラーの効果で、第3項は、分散部における4極電磁石の回転エラーの効果で、第4項は、分散部に置かれている6極電磁石のセンターの垂直方向のオフセット・エラーの効果である。

スキューQがある場所の水平方向ベータatron関数の特解を  $D_x$  として、スキューQの影響は、垂直方向ベータatron関数の特解  $D_y$  にキックとして作用する。

$$D_y'' + k_y D_y = \frac{1}{B\rho} \frac{\partial B_x}{\partial x} D_x$$

スキューQによって、エネルギー分散の効果を調整できる。

### 5.2 平衡エミッタンス

電子ビームは、ガウス分布をしていて、

$$\psi(x) = \frac{1}{(2\pi)^3 \sqrt{\det(R)}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} R_{ij}^{-1} x_i x_j \right\}$$

ここで、

$$R_{ij} = \langle x_i x_j \rangle$$

平衡状態では、Ohmi's beam envelope formalism を用いて、文献[17]により

$$R = M_{Rng} R M_{Rng} + \bar{B}_{Rng}$$

である。

これは、制御理論のリヤプノフ方程式

$$AR + RB = -C$$

と同じ形であり、MATLAB 付属の関数 `lyap` で解ける。

### 5.3 ビーム・シュミレーション

ディスページョン・サプレッサーが働くように、一部の4極電磁石を調整した。線形ラティスで、アライメント・エラーは表2に基づき、バンドからのみ放射光がある場合を計算した。これを図3に示す。

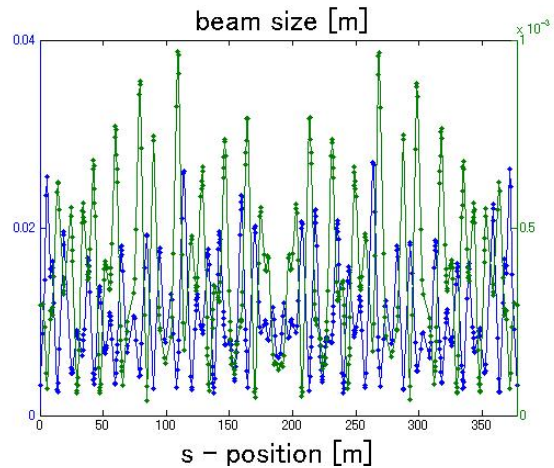


Figure 3: Beam size  $\sigma_x$  and  $\sigma_y$  along the ring.

図3では、青が左の座標に対応し、水平のビームのサイズで 2cm くらいであり、緑が右の座標に対応し、垂直のビームのサイズで 0.5 mm くらいである。

これをベースに、順次、モデルを精密化したい。

## 6. アンジュレーター

PF-AR には、X 線のアンジュレーターとして、U#NE3, U#NW3, U#NW12, U#NW14 があり、楕円偏光マルチポール・アンジュレーター U#NE1 がある。これらは、まだモデルに含まれていない。

