

## SPring-8-II の非線形オプティクス設計 DESIGN OF NONLINEAR OPTICS FOR THE SPRING-8-II

下崎義人#  
Yoshito Shimosaki #  
JASRI / SPring-8

### Abstract

The design work for an upgrade project of the SPring-8, the SPring-8-II, is in progress, where a 5BA lattice with the longitudinally varying bending magnets has been adopted. The nonlinear optics has been optimized based on the Hamiltonian analyses with the interleaved sextupole magnets. The nonlinear resonances caused for on-momentum and off-momentum particles and the nonlinear dispersion function has simultaneously been corrected for enlarging the off-momentum dynamic-aperture.

### 1. はじめに

SPring-8の次期計画である、SPring-8-IIの設計検討が進められている[1]。SPring-8-IIの主要パラメータを表1に、ラティス関数をFigure 1に与える。現在はユニットセル当たり、4台の longitudinally varying bending magnet (1台の偏向電磁石の中で進行軸方向に磁場が変わる偏向電磁石[2])を4台と、通常の bending magnet を1台用いた、quintuple bend achromat (5BA) ラティスについて検討が進められている。ナチュラルエミッタンスは191 pm.radであり(ただし今後の検討により、ナチュラルエミッタンスが更に小さいラティスに変更される)、そこから更に挿入光源の放射減衰を利用してエミッタンスを低減する予定となっている。2022年以降、SPring-8よりも一桁以上コヒーレントフラックスの高い硬エックス線をユーザーに供給する予定である。

Table 1: Main Parameters of the SPring-8-II

	SPring-8	SPring-8-II
Beam energy	8 GeV	6 GeV
Natural emittance w/o IDs, w/o IBS	2.41 nm.rad	0.19 nm.rad
$\sigma_E / E$	0.109 %	0.095 %
Betatron tune	(41.14, 19.35)	(109.134, 42.34)
Natural chromaticity	(-117, -47)	(-151, -158)
Circumference	1435.95 m	1435.45 m

SPring-8-IIは、直線部(4.7 m)を含む42個のユニットセル、入射部のx方向ベータ関数を大きくする為の2個の modified unit cell、及び4本の長直線部(30m)で構成される(Figure 1)。結果、SPring-8-IIは対称性が極めて低い1回対称リングとなる予定である。一般に、リングの対称性が高い程、ビーム

の安定性は増す。逆に SPring-8-II のような対称性の低い放射光リングでは、ユーザーに硬エックス線を安定供給する為の、高ビーム入射効率と長ビーム寿命を確保するという観点から、電子ビームの安定領域であるダイナミックアパーチャーとモーメンタムアパーチャーの拡張が、重要な課題のひとつとなる。

### 2. 非線形オプティクス設計 指針

SPring-8-IIのユニットセル及び modified unit cell には2つのディスパージョンアークが配置されており(Figure 1参照)、この間の位相差は、x方向が約 $3\pi$  rad、y方向が約 $\pi$  radとなっている。それぞれのディスパージョンアークに1対の六極磁石を配置することにより interleaved sextupole の条件、すなわち  $-I$  transformation [3]の条件が概ね満たされ、ビームの安定領域がある程度確保される。

更なる安定領域の拡張を目指して、interleaved sextupole の位相・配置関係を満たした上で、ユニットセルに六極を4ファミリー( $k_1 \sim k_4$ )、modified unit cellに六極を4ファミリー( $k_5 \sim k_8$ )準備する。更にユニットセルに八極磁石を3ファミリー( $O_1 \sim O_3$ )配置する。計11自由度の六極磁石と八極磁石を用いて、SPring-8-IIの非線形オプティクスを構築することを考えている。

まず SPring-8-IIの六極磁場係数( $k_1 \sim k_8$ )については

1. 線形クロマティシティ
2. on-momentum / off-momentum 粒子に関する非線形共鳴ポテンシャル振幅 [4]
3. (電子の運動量偏差を $\delta$ と定義すると)  $\delta$ に関する非線形分散関数 ( $D_1$ ) [4]
4. x及びy方向の振幅依存チューンシフトの内、作用変数( $J_x$ 及び $J_y$ )の1次に関する成分 [5]
5.  $\delta$ 方向の振幅依存チューンシフトの内、 $\delta$ に関する成分[6]。ただし $D_1$ を含む項は除くを同時に補正するように、

# shimosaki@spring8.or.jp

$$\begin{pmatrix} \text{coef. of linear chromatic term} \\ \text{coef. of resonant term } (\delta=0, \delta \neq 0) \\ \text{coef. of nonlinear dispersion } (D_1 \delta^2) \\ \text{coef. of amp. dep. tune shift } (x, y, \delta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_8 \\ k_1^2 \\ \vdots \\ k_i k_j \\ \vdots \\ k_8^2 \end{pmatrix} = \text{goal} \quad (1)$$

なる、 $k$  の 1 次及び 2 次に関する連立方程式を立てて、解析的に六極磁場係数を決定している（遺伝的アルゴリズム等のメタヒューリスティックな探索法は用いていない）。

八極磁場係数 ( $O_1 \sim O_3$ ) に関しては、六極では補正しきれない振幅依存チューンシフトの残り分を補正するように、解析的に磁場係数を決定している。

$$\begin{pmatrix} \text{coef. of amp. dep. tune shift } (x, y) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} O_1 \\ O_2 \\ O_3 \end{pmatrix} = \text{goal} \quad (2)$$

11 自由度 ( $k_1 \sim k_8, O_1 \sim O_3$ ) という限られた条件のなかで非線形オプティクスを設計する場合に、振幅依存チューンシフトを重点的に抑制すべきか、非線形共鳴の driving term を重点的に抑制すべきか、見極める必要があるように思われる。このために、

(set-1) 線形クロマチシティ (六極を 2 自由度使

用) と  $D_1$  (六極を 1 自由度) を補正、 $x$  及び  $\delta$  方向の振幅依存チューンシフトを補正 (六極を 4 自由度と、八極を 3 自由度使用)、残る 1 自由度の六極磁石で  $y$  方向の振幅依存チューンシフト及び非線形共鳴振幅が大きくなりすぎないように微調をかける方法

(set-2) 線形クロマチシティ (六極を 2 自由度) と  $D_1$  (六極を 1 自由度) を補正、off-momentum 粒子に関する非線形共鳴を補正 (六極を 2 自由度)、残る六極の 3 自由度で on-momentum 非線形共鳴振幅を極力抑制しつつ、八極の 3 自由度で振幅依存チューンシフトに微調をかける方法

のそれぞれについて非線形オプティクスを構築した。上記非線形オプティクスパラメータと

(set-3) 2015 年 7 月時点で、SPring-8-II の非線形オプティクスパラメータの公称値 (これを元に磁石・真空の設計等が進行中。線形クロマチシティを補正 (2 自由度)、 $k_1=k_5, k_2=k_6, k_3=k_7, k_4=k_8$  (4 自由度) とし、残る六極の 2 自由度と八極の 3 自由度でダイナミックアパーチャーを広げ  $x$  方向の振幅依存チューンシフトを抑えるようにパラメータを決定したもの)

について、ダイナミックアパーチャー等のビーム物理現象を調査した。

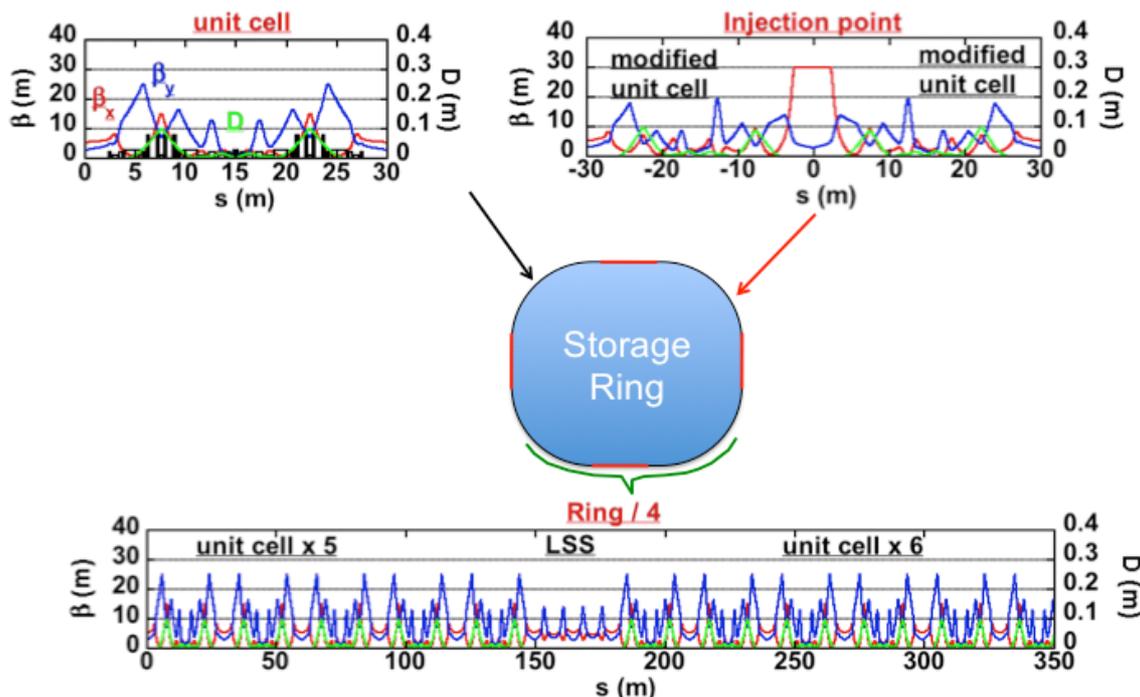


Figure 1: Lattice function of the SPring-8-II.

### 3. 非線形オプティクス設計 結果

まず、非線形オプティクス set-1~3 について、ラティスにエラーを入れていない状態で、入射点 ( $\beta_x = 30$  m,  $\beta_y = 3$  m,  $D_x = D_y = 0$ ) での振幅依存チューンを計算した。結果を Figure 2 に与える。Set-1 は x 及び y 方向だけでなく運動量方向にも振幅依存チューンシフトを抑えるように六極を調整したため、アクロマットである入射点において  $\delta = \pm 2.8\%$  の粒子が周回できる (set-2 や set-3 に比べて、周回できる  $\delta$  が大きい) という結果となった。Set-2 は set-1 に比べ、振幅依存チューンシフト補正よりもむしろ非線形共鳴補正に重みを置いているために、 $Q_x$  vs  $x$  のチューンシフトが大きい。Set-3 に関しては  $Q_x$  vs  $y$  と  $Q_y$  vs  $y$  の  $|y| > 1$  mm に構造が見えている。Set-3 の非線形パラメータについては非線形共鳴補正等が考慮されておらず、よって非線形共鳴が誘起されチューンに構造が見えているものと思われる。

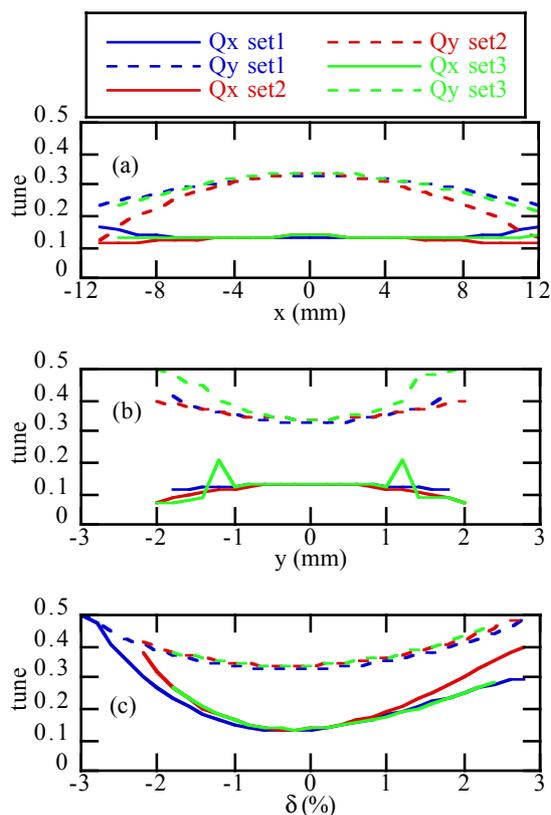


Figure 2: Amplitude dependent tunes in (a) x, (b) y and (c)  $\delta$

次にラティスにエラーを入れていない状態で、線形分散関数  $D_x$  と非線形分散関数  $D_1$  の計算を行った (Figure 3)。Set-3 では  $D_1$  の補正は考慮されておらず、結果  $D_1$  にチューン成分のモジュレーションが見えているが、set-1 と 2 に関しては  $D_1$  を補正するよう六極磁場係数を決定しているため、チューン成分のモジュレーションは見えていない。Modified unit cell

の六極磁場係数  $k_5 \sim k_8$  の大きさに依存して、入射部で  $D_1$  に関するローカルバンブが見えている。

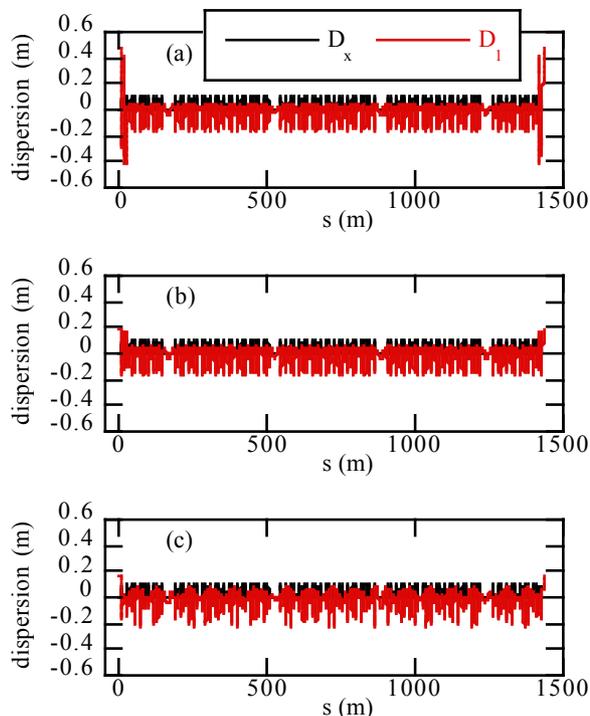


Figure 3: Linear dispersion ( $D_x$ ) and nonlinear dispersion ( $D_1$ ). (a) Set-1, (b) set-2 and (c) set-3.

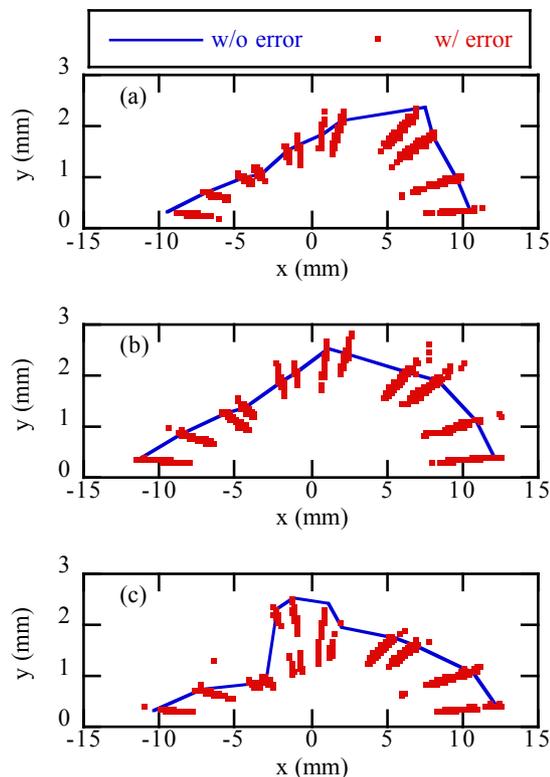


Figure 4: On-momentum dynamic aperture @ injection point. (a) Set-1, (b) set-2 and (c) set-3.

入射点で観測した on-momentum 粒子に関するダイ

ナミックアパーチャーを Figure 4 に与える。四極、六極及び八極に磁場誤差を  $\sigma = 5e-4$  ( $2\sigma$  cut)、四極に tilt 誤差を  $\sigma = 0.2$  mrad ( $2\sigma$  cut)、六極及び八極に tilt 誤差を  $\sigma = 0.5$  mrad ( $2\sigma$  cut) 入れて計算を行った。ここでは、上記エラーを入れたリングを 100 種類準備し、それぞれのリングのダイナミックアパーチャーを重ねて Figure 4 にプロットした。入射点は  $x = -3.3$  mm であり、set-1~3 はエラー有りでも、これを十分にカバーしている。Set-2 は非線形共鳴補正に重みを置いている分、ダイナミックアパーチャーが他に比べ広くなった。Set-3 に関しては  $|y| > 1$  mm に構造が見える。Figure 2(b) の set-3 の  $Q_x$  vs  $y$  と  $Q_y$  vs  $y$  における  $|y| > 1$  mm の構造に対応しており、非線形共鳴が誘起されて構造を生じたものと思われる。

次にローカルモーメンタムアクセプタンスの結果例を Figure 5 に与える。ここでは六極にアライメントエラーを  $\sigma = 25$  mm ( $2\sigma$  cut) で入れており、RF 電圧 3.9 MV、偏向電磁石による放射光を期待値で与えている。以下ではローカルモーメンタムアクセプタンスの負側と正側を、それぞれ  $(\delta_-, \delta_+)$  と定義する。

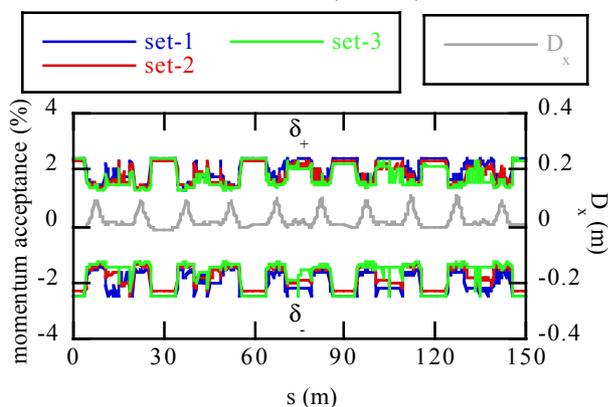


Figure 5: Examples of local momentum acceptance with Sx-alignment error ( $\sigma = 25$  mm,  $2\sigma$  cut). 3.9 MV.

モーメンタムアクセプタンスについて、ラティスエラーの感度を調べる為に、六極にアライメントエラーを  $\sigma = 25$  mm ( $2\sigma$  cut) で入れたリングを 5 種類準備し、RF 電圧を段階的に変えながら、モーメンタムアクセプタンスの平均値を計算した。ここでは簡単のため、 $(\delta_-, \delta_+)$  の狭い側を選択し平均値

$$MA_{\min}(s) = \begin{cases} \delta_+(s) & |\delta_+(s)| \leq |\delta_-(s)| \\ |\delta_-(s)| & |\delta_+(s)| > |\delta_-(s)| \end{cases} \quad (3)$$

$$\langle MA_{\min} \rangle = \frac{\oint MA_{\min}(s) ds}{\oint ds} \quad (4)$$

を求めた。結果を Figure 6 に与える。

RF 電圧が低いときはシンクロトロン振動の RF パケツの高さでモーメンタムアクセプタンスが決定されるのでエラーによらないが、RF 電圧が高くなると off-momentum 粒子のダイナミックアパーチャーに

よってモーメンタムアクセプタンスが決まるので、モーメンタムアクセプタンスにエラーの寄与が見えてくる。Set-1 は Figure 2(c) からも予測される通り、エラーを入れた場合でもモーメンタムアクセプタンスが set-2 及び 3 に比べ広くなるとの結果を得た。Set-3 に関しては、ダイナミックアパーチャー同様、エラーの有無に依存してモーメンタムアクセプタンスに広い乖離を生じると言う結果となった。本来、線形分散関数 ( $D_x$ ) の小さい所ではローカルモーメンタムアクセプタンスが大きくなる所、Figure 5 において (例えば  $s = 110$  m や 130 m 辺り) set-3 は  $D_x$  の小さい所でも  $-\delta_{\max}$  と  $+\delta_{\max}$  の差が小さい。これが、set-3 においてエラーの有無によりモーメンタムアクセプタンスに乖離を生じた原因ではないかと思われる。今後、更に調査する予定である。

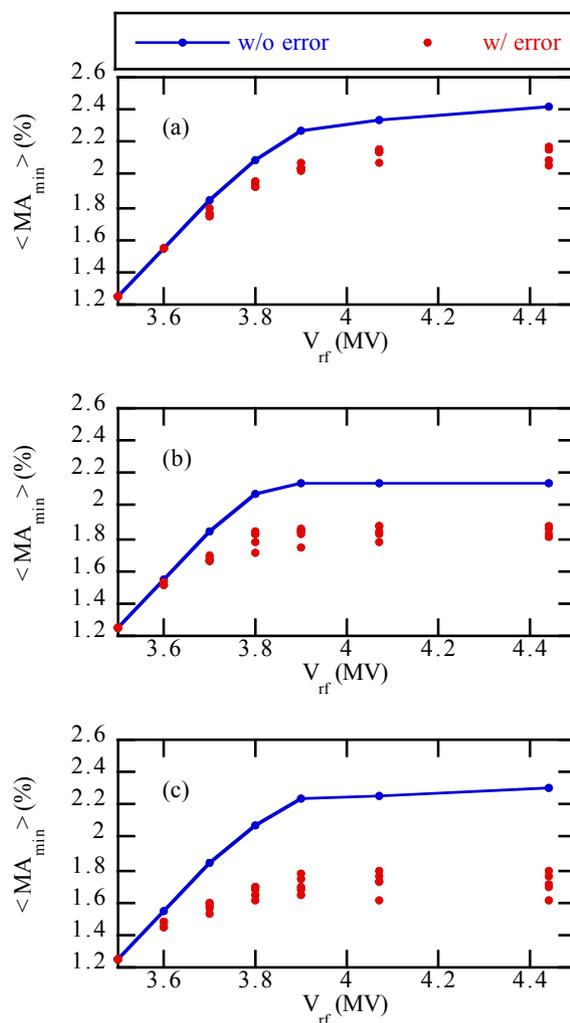


Figure 6: Momentum acceptance evaluated by Eq. (4). (a) Set-1, (b) set-2 and (c) set-3.

現在の SPring-8 蓄積リングでは、機器トラブル等の発生時、RF 電圧をオフにして放射光によるエネルギーロスで電子ビームを減速させ、電子ビームを真空チェンバーに当てる廃棄法 (ビームアポート) が採用されている。SPring-8-II において仮に RF 電圧を

オフにした場合に、どのようにビームが失われるか、非線形オプティクスを変えながら調査を行った。5000 個のテスト粒子について、RF 電圧が無い状態で、偏向電磁石の放射光によるエネルギーロスを乱数で入れて、6 次元のシンプレクティック積分によるトラッキングを行った。物理口径は入射セプタム磁石の位置で( $\pm 10.0$  mm,  $\pm 7.5$  mm)、他の場所では( $\pm 15.0$  mm,  $\pm 7.5$  mm)とした。ここでは挿入光源のギャップに関する口径制限は入れていない。

まずエラーが無い状態で、何ターンでビームが失われるかを計算した。結果を Figure 7 に与える。蓄積電流が削れ始めるターン数、及び蓄積ビームが無くなるまでのターン数が set-1~3 で異なる結果となった。Figure 2 の $\delta$ に関する振幅依存チューンシフトと、オフモーメント粒子に関する非線形共鳴の感度によるものと思われる。

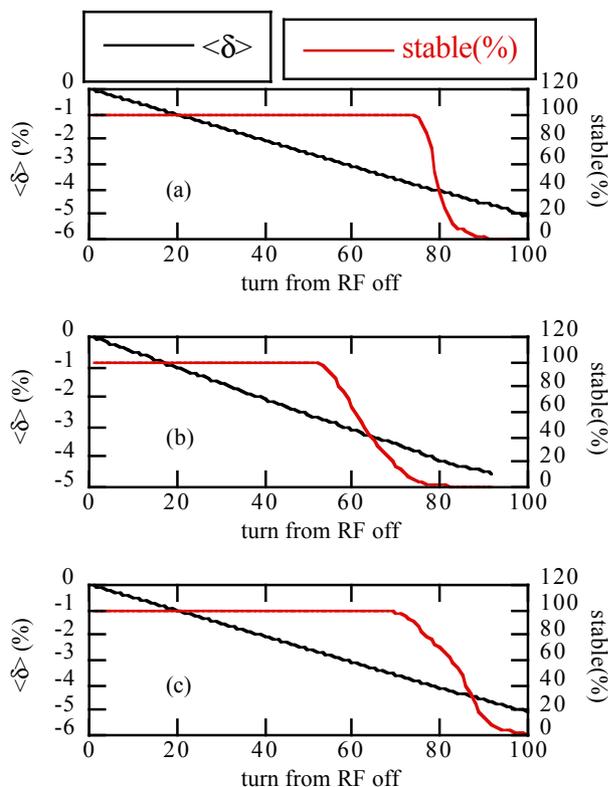


Figure 7: Temporal evolutions of beam energy and stored current when RF is turned off. (a) Set-1, (b) set-2 and (c) set-3.

最後に、RF オフ時の蓄積リングにおけるビームロス分布を計算した (Figure 8)。ここでは四極、六極及び八極に磁場誤差を $\sigma = 5e-4$  ( $2\sigma$  cut)、四極に tilt 誤差を $\sigma = 0.2$  mrad ( $2\sigma$  cut)、六極及び八極に tilt 誤差を $\sigma = 0.5$  mrad ( $2\sigma$  cut)入れたリングを 5 種類準備し、RF オフ時ビームロス分布について統計を取った。テスト粒子数や口径条件等は Figure 7 と同じである。Set-1 と 3 に関してはリング全周に渡って一様にビームロスを生じるが、set-2 に関しては入射部にビーム

ロスが集中するという結果となった。今後スクレーパーを入れた場合等について調査を行う予定である。

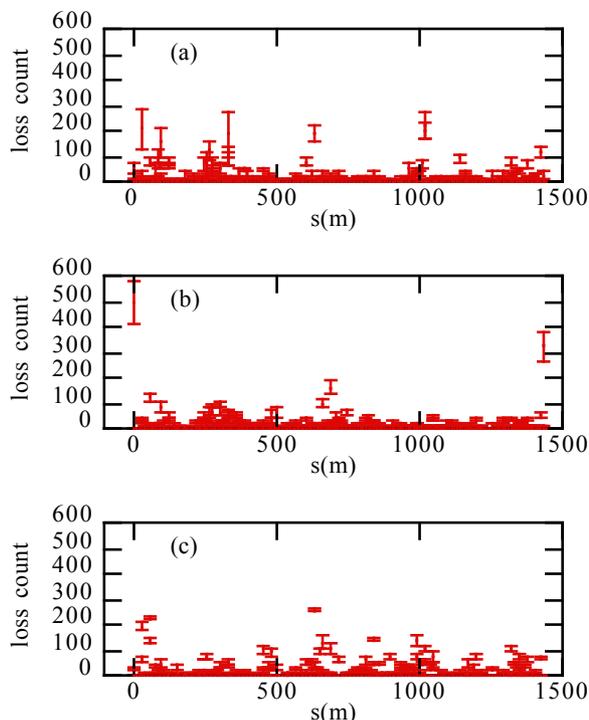


Figure 8: Beam loss distribution in the ring when RF is turned off. (a) Set-1, (b) set-2 and (c) set-3.

#### 4. サマリー

SPring-8 の次期計画である、SPring-8-II の非線形オプティクスについて、設計指針と進捗状況を報告した。今後はビーム物理現象を精査した上で、線形オプティクス設計、非線形オプティクス設計、及び補正アルゴリズムにフィードバックをかける予定である。更に限られた自由度のなかで、非線形共鳴を重点的に補正すべきか、振幅依存チューンシフトを重点的に補正すべきかの評価も行う予定である。

#### 参考文献

- [1] <http://rsc.riken.jp/pdf/SPring-8-II.pdf>
- [2] R. Nagaoka, A. F. Wrulich, Nucl. Instrum. Meth. A 575, 292 (2007).
- [3] H. Wiedemann, "Particle Accelerator Physics, 3rd edition", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York (2007).
- [4] Y. Shimosaki, K. Soutome, J. Schimizu, K. Kaneki, "Dynamic aperture correction for very low-emittance storage ring of SPring-8-II", Proc of the 8th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan (August 1-3, 2011, Tsukuba), pp. 195.
- [5] S.Y. Lee, "Accelerator Physics Second edition", World Scientific 2004.
- [6] M. Takao, Phys. Rev. E 72, 046502 (2005).