

cERLにおける共振器型 CDR による THz 光源の検討 THZ SOURCE UTILIZING AN RESONANT CDR SYSTEM AT CERL

本田洋介 *^{A)}、アリシェフアレクサンダー ^{A)}、ミハイルシェベレフ ^{A)}、島田美帆 ^{A)}
Yosuke Honda*^{A)}, Alexander Aryshev^{A)}, Mikhail Shevelev^{A)}, Miho Shimada^{A)}

^{A)}High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

Abstract

A test accelerator of energy recovery linac scheme, cERL, has been under commissioning at KEK. One of the feature of ERL is that it can realize a high repetition rate and continuous operation of a short bunched beam. It is a suitable place to test a light source based on resonant coherent radiation, such as a resonant coherent diffraction radiation (CDR) system. An optical cavity is formed on the beam orbit to build-up CDR. If the fundamental frequency of the cavity coincides with the beam repetition rate, the stored radiation can stimulate the radiation in the following bunches. We show a simple estimation of the radiation power based on a model of coupling between beam and cavity eigen modes. An ideal case example for cERL beam parameter is shown.

1. はじめに

ERL 加速器は、高繰り返し短バンチビームが得られることが一つの特長である。短バンチの特長を生かし、コヒーレント放射による THz 発生に利用できると期待されている。いくつかの放射過程が考えられるが、CDR(コヒーレント回折放射)は、周回部直線部に設置可能で、非破壊的に放射を発生することができるため、ERL の特徴である高平均電流と良く整合する。また、CDR の場合、放射強度を稼ぐために、高繰り返し性を生かして、共振器の構成に発展させることが考えられる^[1]。これは、コヒーレント加算によって効率的にパワーを取り出す、CDR による FEL のようなものである。KEK で現在コミッショニングが行われている cERL は、原理試験に最適な加速器であろう。

装置の概念は、Figure 1 のようなものである。往復長がバンチ繰り返しに一致する共振器をビーム軸上に配置する。共振器鏡の中央にはビームが通過する穴がある。ビームが通過すると、共振器に電磁波が励起する。これは CDR と言っても良いし、共振器高次モードと言っても良い。あるいはレーザー加速^[2]の逆過程と言っても良い。励起される共振器の高次モードはドーナツ状の分布なので、振幅の無い鏡の中央部にビーム通過の穴があっても共振器として成立する。共振器内を往復する電磁波が後続のバンチに帰還されるので、励起パワーは(共振器損失で決まる)バンチ数の自乗に比例して成長する。例えば、片方の鏡の透過を出力ポートとし、その後方にビーム軸と直交する向きに反射するような穴あきパラボラミラーの反射板を備えておくと、平行化した THz 光を取り出し、利用することができる。

ここでは、共振器型 CDR における電磁波の発生について、空洞モードとビームの相互作用の考察からの計算を示し、cERL のビーム条件を想定して放射パワーを見積る。

2. 高次モードガウスビーム

CDR で発生するのは、共振器の奇数次の横モードと考える事が出来る。ここでは、そのうち最低次の TM₁₀

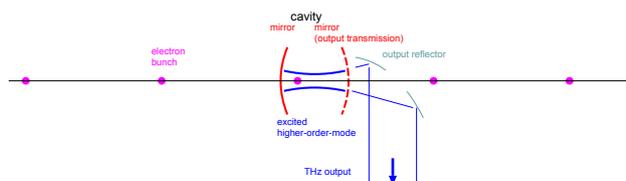


Figure 1: Scheme of the resonant CDR system.

モードについて計算を行う。

2.1 TM₁₀ モードの横電場

TM₁₀ モードの横 (x) 方向電場 E_{10}^x は、次のように表記される。(進行方向は z である。)

$$E_{10}^x = \frac{A}{w(z)} \frac{x}{w(z)} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right) \cdot \exp[i(\omega t - kz + \phi(z))] \quad (1)$$

ここで、

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_0^2}} \quad (2)$$

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (3)$$

$$\phi(z) = 2 \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (4)$$

また、 ν は光周波数、 c は光速として、 $k = 2\pi/\lambda$ 、 $\omega = 2\pi\nu$ 、 $\omega/k = c$ 、 A は適当な規格化因子である。

w_0 はビームウエスト、 $w(z)$ は z の位置でのビーム径 (2σ サイズ) である。 $\phi(z)$ は Gouy 位相で、(次数+1) のファクタが付くが、今は一次の高次モードを考えるので 2 が付いている。 z_0 はレイリー長である。

2.2 TM₁₀ モードの縦電場

通常、一様な平面波の光は横電場しか無いが、高次モードビームのように空間的な分布があると、縦電場

*yosuke@post.kek.jp

が生じる。マクスウェル方程式から直接、次の関係が
でる。

$$ikE^z = \frac{\partial E^x}{\partial x} \quad (5)$$

式1より、TM₁₀モードの縦(z)方向電場 E_{10}^z は、

$$E_{10}^z = -\frac{i}{k} \frac{A}{w^2(z)} \left(1 - \frac{2x^2}{w^2(z)}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right) \cdot \exp[i(\omega t - kz + \phi(z))] \quad (6)$$

光速度のビームが軸上を通過するときを感じる縦電
場は、 $x = y = 0, \omega t - kz = \text{const.}$ で、

$$E_{10}^z(x = y = 0) = -\frac{A}{kw^2(z)} \exp[i2\phi(z)] \quad (7)$$

となる。Gouy 位相の効果ですこしづつ位相シフトしな
がら、ビームと加減速方向の電磁波が進行すること
になる。

3. 空洞とビームの相互作用

3.1 空洞の定在波のエネルギー

Figure 2 のような、単純なファブリペロー共振器を考
える。2枚の鏡で構成され、鏡間隔が L である。片側
の鏡は全反射、もう片側の鏡はパワー透過率 T とし、パ
ワーの取り出しポートとする。

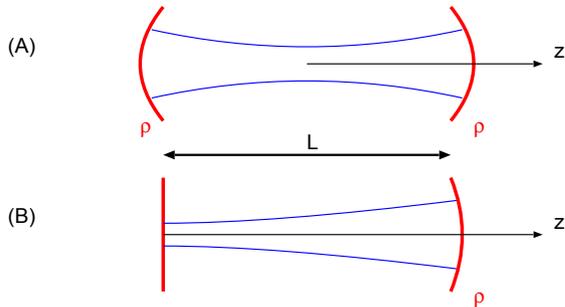


Figure 2: Examples of cavity layout.

この空洞の TEM₁₀ モードについて、ある一つの縦モー
ドのエネルギー U は、

$$U = 2 \times \frac{\epsilon_0}{2} \int |E_{10}^x|^2 dV \quad (8)$$

で計算できる。最初の2は往復の分である。高次モード
は縦電場があると言ったが、それはわずかなので、横電
場だけ積分すれば十分である。式1を代入して、適当に
積分公式を使って計算した結果、

$$U = \frac{\epsilon_0 \pi A^2 L}{8} \quad (9)$$

が得られる。

3.2 空洞に励起されるエネルギー

荷電粒子によって空洞に励起されるエネルギーを計
算する。今、考える一つの縦モードにたいする (R/Q) な
る量を次のように定義する。

$$(R/Q) = \frac{|\int E^z dz|^2}{\omega U} \quad (10)$$

$p = z/z_0$ とおき直し、式7を積分すると、電荷 q の
点状電荷によって空洞に励起されるエネルギー U_1 は、

$$U_1 = \frac{\omega}{4} (R/Q) q^2 \quad (11)$$

$$= \frac{1}{2\epsilon_0 \pi L} \left| \int \frac{1}{1+p^2} \exp[i2 \tan^{-1} p] dp \right|^2 \quad (12)$$

となる。

p の積分範囲は、共振器の設計に依存する。Figure 2(A)
の場合は、 z を $-\alpha z_0 \sim \alpha z_0$ の範囲で積分することに対
応して、

$$I_A = \left| \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{1}{1+p^2} \exp[i2 \tan^{-1} p] dp \right|^2 \quad (13)$$

なる量を、Figure 2(B) の場合は z を $0 \sim \alpha z_0$ の範囲で
積分して、

$$I_B = \left| \int_0^{\alpha} \frac{1}{1+p^2} \exp[i2 \tan^{-1} p] dp \right|^2 \quad (14)$$

なる量を考える。

これらの関数の積分の結果を Figure 3, Figure 4 に示
す。(A) の場合は、途中で位相が回りすぎてしまい、電
場をキャンセルしてしまう。 $\alpha = 1$ の時に最大値をと
る、つまり、 $L = 2z_0$ の場合に最も強くビームと結合す
る。(B) の場合は、位相の回りが半分ですむので、共振
器長が大きくなってキャンセルの向きにはならない。
実際は、 α が大きすぎると (L が固定なら z_0 が小さすぎ
ると)、平面鏡上でのサイズが小さくなりすぎてビーム
通過穴による損失がおおきくなるし、凹面鏡上でのサイ
ズが大きくなりすぎて回折損失が大きくなるので、適度
なところがあるはずである。いずれの場合でも、最適条
件では、 $I_A, I_B = 1$ になる。結局、最適な設計では、

$$U_1 \sim \frac{q^2}{2\epsilon_0 \pi L} \quad (15)$$

となる。

4. 空洞から取り出されるパワー

4.1 内部エネルギーと取り出しパワー

空洞内部のある単一縦モードに励起されたエネルギー
が U_1 のとき、内部を周回しているパワー P_{in} は、

$$P_{in} \frac{2L}{c} = U_1 \quad (16)$$

取り出しミラーのパワー透過率を T とすると、空洞か
ら取り出されるパワー P_{out} は、

$$P_{out} = P_{in} T = U_1 \frac{c}{2L} T \quad (17)$$

である。

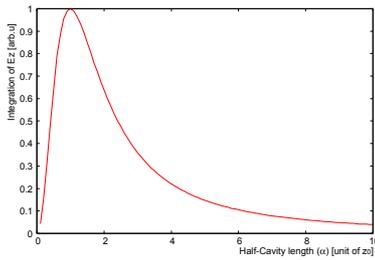


Figure 3: Integration (I_A) for (A) type cavity.

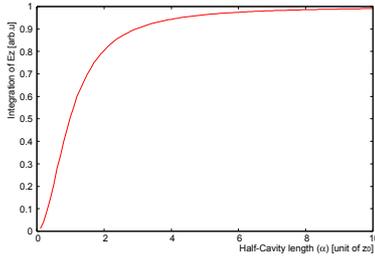


Figure 4: (I_B)Integration (I_B) for (B) type cavity.

4.2 マルチバンチ信号

今、理想的な場合を考え、空洞の損失は取り出し鏡の透過分が主で、その他の損失は無視できるとする。また、空洞の周波数がバンチ繰り返しの整数倍に合っていて、コヒーレントに加算される条件とする。空洞内電場は、次のバンチが来るまでに取り出し鏡の反射一回分の減衰(パワーで T)を受けるので、振幅は $\sqrt{1-T}$ 倍に減衰する。

シングルバンチでの信号の電場を V_1 とすると、マルチバンチでの電場 V_∞ は、それらの重ねあわせなので、

$$\begin{aligned} V_\infty &= V_1 + V_1\sqrt{1-T} + V_1(\sqrt{1-T})^2 + \dots \\ &= \frac{V_1}{1-\sqrt{1-T}} \sim \frac{2V_1}{T} \end{aligned} \quad (18)$$

パワーは、

$$P_\infty = V_\infty^2 = \frac{4}{T^2} V_1^2 = \frac{4}{T^2} P_{out} \sim \frac{cq^2}{\epsilon_0 \pi L^2 T} \quad (19)$$

となる。

4.3 縦モード

ここまでは、単一の縦モードで計算を行ってきた。実際には、空洞の周回繰り返し (FSR:Free Spectral Range) の間隔で存在する多数の縦モードが同時に励起され、モードロックレーザーのようにパルスが形成されることになる。各縦モードの励起は、振動数 ω やモード形状 w_0 に依存しないため、どの縦モードも様に励起されるはずである。共振器の具体的な構成によって、鏡の開口などから振動数に依存して損失がきまり、それが実際の帯域を決めることになる。

例えば、興味のある中心周波数を 1.6 THz とし、FSR を 160 MHz とすると、1% のバンド幅の中には 100 本

の縦モードが存在することになる。全パワーに興味がある場合は、単一縦モードの計算を縦モードの数だけ足しあわせれば良い。

4.4 具体的なパワーの見積り

cERL の場合に相当するパラメータで具体的に計算する。100 fs 以下までバンチ圧縮しており、数 THz 領域までフォームファクタは 1 と仮定する。バンチ電荷 $q = 10$ pC/bunch、バンチ繰り返し FSR=162 MHz、1% バンド幅内の縦モード数 $N_{mode} = 10^2$ 、共振器長 $L = 0.925$ m (162 MHz)、出力ポート透過率 $T = 10^{-3}$ とする。個数に直すには、パワーを $h\nu$ で割れば良い。

フォトンフラックス F は、

$$F = \frac{cq^2}{\epsilon_0 \pi L^2 T} \frac{N_{mode}}{h\nu} \sim 2 \times 10^{23} \text{ photons/s/1\%BW} \quad (20)$$

パワーで言うと、 $P_\infty = F \times h\nu \sim 30$ W と計算される。

ちなみにここでは簡単のために TM₁₀ で計算したが、実際はラジアル偏光なので、直交成分も足しあわせてパワーを考えると更に倍である。

4.5 単一パス光源との比較

共振器型である効果を確認するために、同一の条件で単一パスの CTR 光源でのパワーを計算する。(CDR の開口が小さい場合の極限が CTR である) 単一電子の TR の角分布は、Ginzburg-Frank の式と呼ばれる次式で与えられる。

$$\frac{dW_{TR}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^3 \epsilon_0 c} \frac{\beta^2 \sin^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \quad (21)$$

θ はビーム軸からの角度である。立体角で積分して、全放射スペクトルを得て、バンチ内電子の個数だけコヒーレントに足し合わせ、 N^2 倍する。また、1.6 TW 付近の 1% 周波数幅で積分する。バンチ電荷 10 pC/bunch、繰り返し 162 MHz の条件で、 $\sim 3 \times 10^{19}$ photons/s/1%BW となる。

式 20 と比較すると、共振器型にしてコヒーレント加算された効果で 4 桁の増大があることが分かる。

5. まとめ

CDR を、進行方向電場を介した高次横モード電磁波の励起として捉え、空洞モードとビームの結合から、CDR 共振器の計算を行った。共振器で帰還されたマルチバンチビームのコヒーレント加算を考え、共振器の損失 ($T = 10^{-3}$ とした) が理想的な仮定では、cERL のビームパラメータで、 $\sim 10^{23}$ photons/s/1%BW の THz 領域の出力が得られる。

なお、本研究の一部は、光・量子融合連携研究開発プログラムによるものである。

参考文献

- [1] A. Aryshev *et al.* "Observation of the stimulated coherent diffraction radiation in an open resonator at LUCX facility", Nucl. Instr. Meth. A 763, pp 424-432 (2014).
- [2] Y. Honda "A laser based energy modulator for high repetition rate seeded FEL", 第 11 回加速器学会年会プロシーディングス.