



方向間隙、Fig. 2 参照) が存在する。

横方向間隙の開口中心からの見込み角は  $5^\circ$  であり、横方向間隙を挟んで電極 (内部導体) とダクト (外部導体) とが特性インピーダンス約  $50 \Omega$  の同軸伝送路を形成する。

ここで長手方向の構造に就いて定義する。Figure 4 は長手方向断面を模式的に描いた図である。ここでは、図の左から右へ、電子ビームがダクト中心を通るものとする。開口中心からのストリップライン電極を見込む角度が  $30^\circ$  であるため、壁電流  $I_W$  とビーム電流  $-I_B$  は以下の関係を満たす。

$$I_W = \frac{30^\circ}{360^\circ} I_B = \frac{I_B}{12}. \quad (1)$$

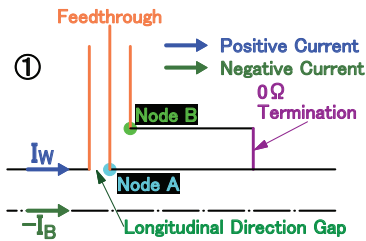


Figure 4: Schematic diagram of longitudinal cross-sectional structure around a stripline electrode.

キルヒホッフの法則を適用する為に注目すべきノードが2つある。それらはフィードスルーとストリップライン同軸伝送路を切り分ける点で、内部導体側をノード A とし、外部導体側をノード B とする。各ノードから  $0 \Omega$  終端までの距離は  $27 \text{ mm}$  である。

### 3. フィードスルーからの出力波形解析

本節ではフィードスルーからどのような波形が出力されるか解析する。重要な前提及び原理 (Principle) は4つある。

- 同軸伝送路 (フィードスルー及びストリップライン) の特性インピーダンス  $Z$  は連続且つ一定で  $50 \Omega$  とする。
- 同軸伝送路の内部及び外部導体表面では、大きさと方向が同じ且つ逆符号の電流が流れる。
- 同軸伝送路の内部及び外部導体間に掛かる電圧は、各導体表面電流の2倍に  $Z$  を掛けたものとなる。
- 各ノードに流れ込む電流の総和と流れ出る電流の総和は等しい (キルヒホッフの法則)。

#### 3.1 ビームがノードから $0 \Omega$ 終端へ向かうケース

Figure 5 は  $-I_B$  がノードから  $0 \Omega$  終端へ向かうケースで、 $-I_B$  がノードに到達したときの様子を描いている。ノード A(B) の於いて、フィードスルー側へ流れる電流  $-I_F(I_F)$ 、ストリップライン側へ流れる電流  $-I_S(I_S)$  が生成されると仮定すると、キルヒホッフの法則により各ノードでは以下の等式が成り立つ。

$$0 = I_W - I_F - I_S \text{ @Node A,} \quad (2)$$

$$I_W = I_F + I_S \text{ @Node B.} \quad (3)$$

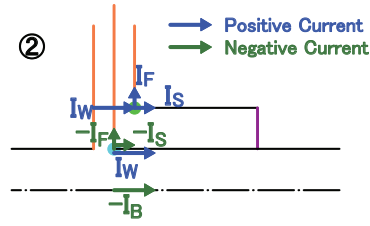


Figure 5: Schematic diagram when  $-I_B$  is located around the nodes A and B.

Equations (2) 及び (3) に於いて、左辺はノードに流れ込む電流であり、右辺はノードから流れ出る電流である。Equation (2) が意味するのはノード A に於いて  $I_W$  が生成される時に  $-I_F$  及び  $-I_S$  が同時に生成される事であり、Eq. (3) が意味するのはノード B に於いて  $I_W$  が  $I_F$  及び  $I_S$  に変換される事である。

$-I_F(I_F)$  及び  $-I_S(I_S)$  が生成された際、ノード A とノード B との間に電圧  $V_{AB}$  が発生しているが、電圧値は一意なので以下の等式が成立する。

$$V_{AB} = -2I_F Z = -2I_S Z. \quad (4)$$

すなわち、

$$I_F = I_S = \frac{I_W}{2}, \quad (5)$$

である。

Equations (1)、(4) 及び (5) から、

$$V_{AB} = -\frac{I_B Z}{12} = -4.17 I_B, \quad (6)$$

が得られる。

その後の  $-I_F(I_F)$  及び  $-I_S(I_S)$  の動きを追うと Fig. 6 の様になる。

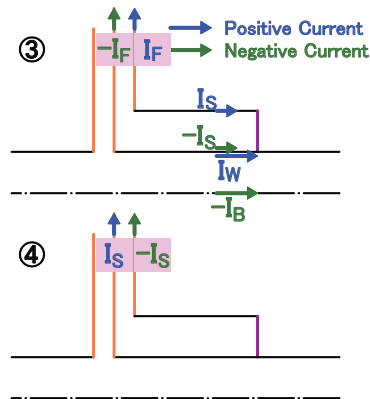


Figure 6: Schematic diagram when  $-I_F(I_F)$  or  $I_S(-I_S)$  is output.

ビームを  $I_B = 10 \text{ [A]}$ 、パルス幅  $10 \text{ ps}$  の矩形シングルバンチ (電荷量  $100 \text{ pC}$ ) と仮定すると、期待される出力波形は Fig. 7 の赤実線の様になる。

一方、シングルバンチに近い実ビームによる波形を観測したものが、Fig. 7 の黒点線である。波形が鈍って

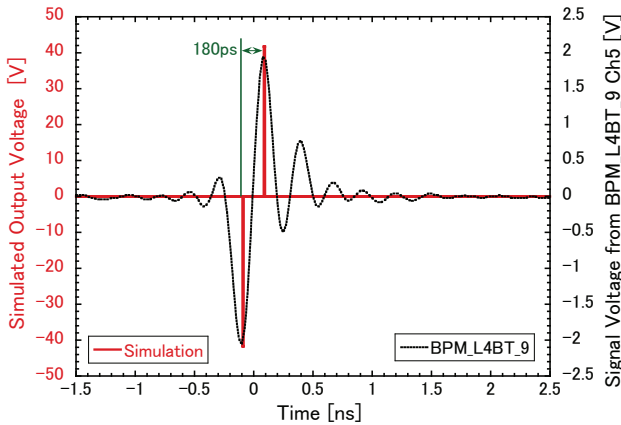


Figure 7: Simulated output voltage and signal voltage from the stripline monitor as shown in Fig. 4.

いるのはオシロスコプの帯域が 3.5 GHz の所為である。波形が鈍っている場合でも電圧時間積は保存されるので、ここでは電圧時間積を比較する。

Figure 7 黒点線に於けるメイン（最大）バンチの電荷量は CT（電流トランス）により 160 pC 程度と見積もられた。ケーブルによるパワーの減衰率が -7.4 dB なので、電圧時間積は、-2.1 [V]（ピーク電圧） $\times$  140 [ps]（半値幅） $\times 10^{7.4/20}$ （減衰補正）= -689 [pV·s] となる。

一方、Fig. 7 赤実線の電圧時間積を 160 pC に換算すると、-66.7 [V]（ピーク電圧） $\times$  10 [ps]（半値幅）= -667 [pV·s] となりほぼ一致する。

### 3.2 ビームが 0 $\Omega$ 終端からノードへ向かうケース

Figure 8 は  $-I_B$  が 0  $\Omega$  終端からノードへ向かうケースで、 $-I_B$  がノードに到達したときの様子を描いている。

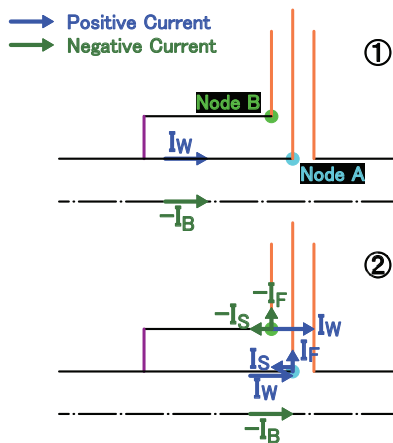


Figure 8: Schematic diagram when  $-I_B$  is located around the nodes A and B.

この時、キルヒホッフの法則によりノード A(B) で  $I_F(-I_F)$  及び  $I_S(-I_S)$  が生成される (Fig. 8②)。その後の  $I_F(-I_F)$  及び  $I_S(-I_S)$  の動きを模式的に描くと Fig. 9 の様になる。

ビームを  $I_B = 10$  [A]、パルス幅 10 ps の矩形シングルバンチと仮定すると、期待される出力波形は Fig. 10

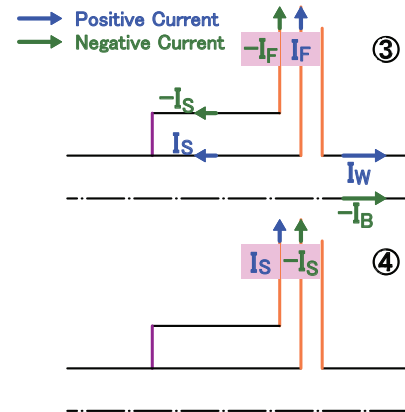


Figure 9: Schematic diagram when  $I_F(-I_F)$  or  $-I_S(I_S)$  is output.

の赤実線の様になる。一方、シングルバンチに近い実ビームによる波形を観測したものが、Fig. 10 の黒点線である。

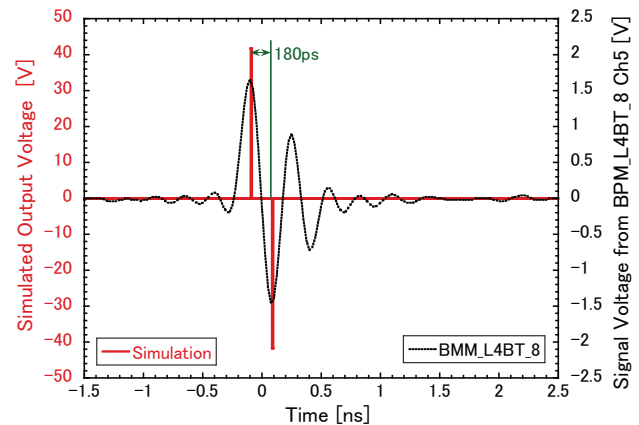


Figure 10: Simulated output voltage and signal voltage from the stripline monitor as shown in Fig. 8.

Figure 10 黒点線に於けるメインバンチの電荷量は CT により 120 pC 程度と見積もられた。ケーブルによるパワーの減衰率が -7.4 dB なので、電圧時間積は、1.7 [V]（ピーク電圧） $\times$  140 [ps]（半値幅） $\times 10^{7.4/20}$ （減衰補正）= 558 [pV·s] となる。

一方、Fig. 10 赤実線の電圧時間積を 120 pC に換算すると、50.0 [V]（ピーク電圧） $\times$  10 [ps]（半値幅）= 500 [pV·s] となりほぼ一致する。

### 3.3 $I_S$ の隣電極への結合

$-I_B$  によりフィードスルー側へ流れる電流及びストリップライン側へ流れる電流が生成されるが、ストリップライン側へ流れる電流は電極を往復するため隣電極へ結合する。

Figure 11 は電極 2 (Fig. 3 参照) に 100 V の電圧を印加した時に生じる静電場の大きさである。図では解りづらいが、ピーク電場の 1%程度が隣電極まで達している。この電場が電極間の結合を作る。本項では隣電極に発生する電流波形を解析する。

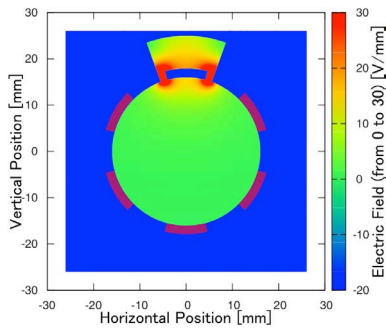


Figure 11: Calculated electric field around the electrode 2 (see Fig. 3) which is applied a voltage of 100 V.

Figure 12 及び 13 は電極間結合のスキームを模式的に表した図である。ここでは  $I_S$  を  $I_U$  と書き換えている。Figure 12 に於いて電流  $I_U(-I_U)$  が現れた際、隣電極にはストリップライン側へ流れる電流  $-I_{US}(I_{US})$  が生成されるが、同時にキルヒホッフの法則を満たすようにフィードスルー側へ流れる電流  $I_{UF}(-I_{UF})$  も生成される。勿論、 $I_{US} = I_{UF}$  である。

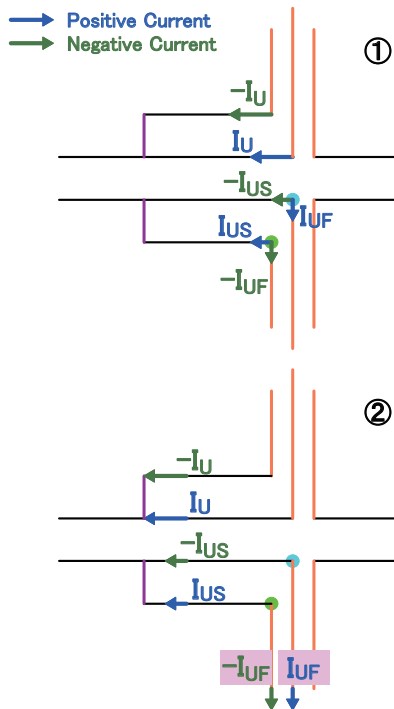


Figure 12: Schematic diagram of the coupling scheme between electrodes when  $I_U(-I_U)$  appears.

$I_{UF}(-I_{UF})$  がフィードスルーから出力された後 (Fig. 12② 参照)、 $-I_U(I_U)$  に付随して  $I_{US}(-I_{US})$  がノードへ戻る。その後、 $-I_U(I_U)$  が消えるのであるが、大きさと方向が同じ且つ符号が逆の電流  $I_D(-I_D)$  が現れ、互いに打ち消し合うと考える (Fig. 13③ 参照)。

$I_D(-I_D)$  が現れた際、隣電極にストリップラインへ流れる電流  $I_{DS}(-I_{DS})$ 、フィードスルー側へ流れる電流  $-I_{DF}(I_{DF})$  が生成される。ここで、 $I_{US}(-I_{US})$  と  $-I_{DF}(I_{DF})$  は大きさと方向が同じ且つ逆符号なので

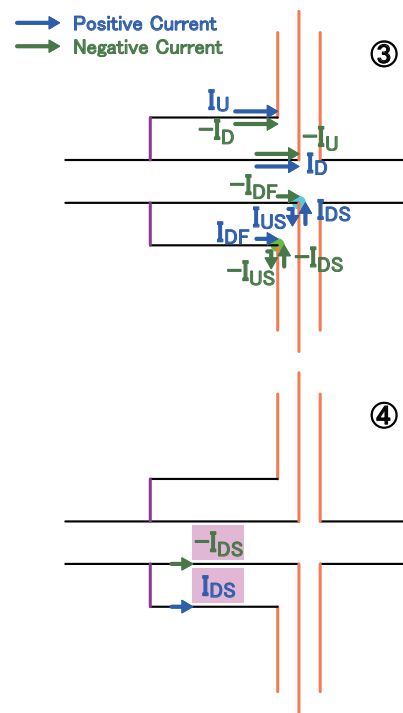


Figure 13: Schematic diagram of the coupling scheme between electrodes when  $-I_U(I_U)$  disappears, i.e.,  $I_D(-I_D)$  appears.

互いに打ち消し合うと考える (Fig. 13③ 参照)。その後、最終的には  $-I_{DS}(I_{DS})$  がフィードスルーから出力される (Fig. 13④ 参照)。

前項及び前々項と同様にフィードスルーからの出力波形をシミュレート及び実測した。Figure 14 中で赤実線がシミュレーションである。実ビームによる試験はビームによる波形に隠れてしまうので、電極 2 (Fig. 3 参照) へ模擬電流 (Fig. 14 青破線) を入力し、電極 1 から出力される波形を観測した (Fig. 14 黒点線)。

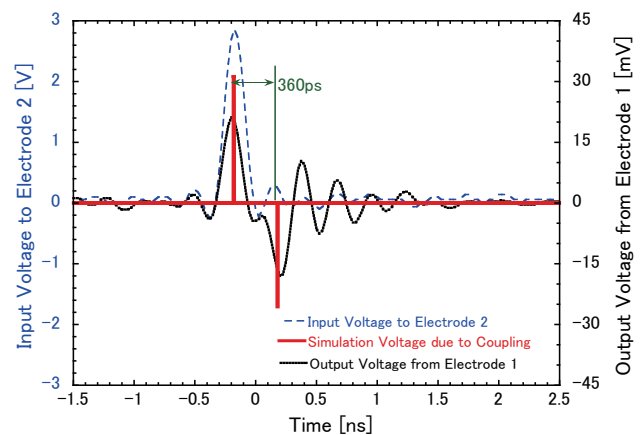


Figure 14: Simulation, electrode 2 (See Fig. 3) input and electrode 1 output voltage.

Figure 14 に於いてシミュレーションと実測の波形は良い一致を示している。結合の大きさは電圧で 0.7% 程度である。理想的に製作されていれば、結合信号が持つ

帯域の中心周波数はビーム信号が持つ帯域の中心周波数の半分となるため、バンドパスフィルタを使用して結合信号を除去することは可能である。

#### 4. この解析の応用

本節ではこの解析手法を拡張して SPring-8 線型加速器ストリップラインモニタ以外の電極形状にも適用する。但し光速に近いビームの場合に限定する。

##### 4.1 上流及び下流側にフィードスルーがある場合

上流及び下流側双方にフィードスルーがある場合、下流側のフィードスルーからは波形が出力されない（方向性）。

上流側ノードをノード A 及び B とし、下流側ノードをノード C 及び D とする。Figure 15 はビームによりノード A(B) で  $-I_{F1}$  ( $I_{F1}$ ) 及び  $-I_{S1}$  ( $I_{S1}$ ) が生成された後、ビームがノード C(D) に到達したときの様子を描いている。

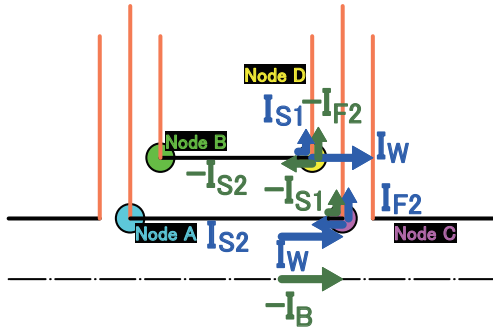


Figure 15: Schematic diagram when  $-I_B$  is located around the nodes C and D.

ノード C に於いて、 $I_W$  から  $I_{S2}$  及び  $I_{F2}$  が生成されるが、 $I_{F2}$  は  $-I_{S1}$  と互いに打ち消し合う。また、ノード D では、 $I_W$  が生成されるために  $-I_{S2}$  及び  $-I_{F2}$  も同時に生成されるが、 $-I_{F2}$  は  $I_{S1}$  と互いに打ち消し合う。

ビームを  $I_B = 10$  [A]、パルス幅 10 ps の矩形シングルバンチと仮定すると、期待される各フィードスルーからの出力波形は Fig. 16 の様になり、下流側フィードスルーから信号は出力されない。

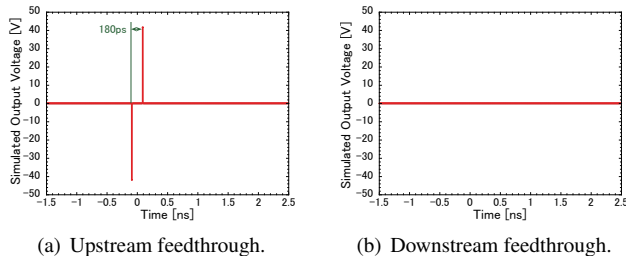


Figure 16: Simulated output voltages from upstream and downstream feedthroughs.

##### 4.2 テーパー状電極の場合（連続分布ノード）

最後に電極が Figure 17 の様にテーパー状の場合を考える。但し、同軸伝送路部分の特性インピーダンスは

50 Ω で一定とする。

テーパー状の電極の場合は長手方向ギャップが連続的に分布しており、連続的にノードが存在して、連続的に微小壁電流  $\Delta I_W$  と微小電流  $-\Delta I_F$  及び  $-\Delta I_S$  が、若しくは微小壁電流  $\Delta I_W$  から微小電流  $\Delta I_F$  及び  $\Delta I_S$  が生成されると考える。

ビームを  $I_B = 10$  [A]、パルス幅 10 ps の矩形シングルバンチと仮定する。 $-\Delta I_S$  ( $\Delta I_S$ ) の成分は時間的（位置的）に積み重なって鋭いピークを持つ波形となるが、 $-\Delta I_F$  ( $\Delta I_F$ ) の成分は時間的に 180 ps 程度の広い幅を持った波形となる (Fig. 18 参照)。但し、ストリップラインでの伝播遅延（片方向で約 3 ps）は無視した。

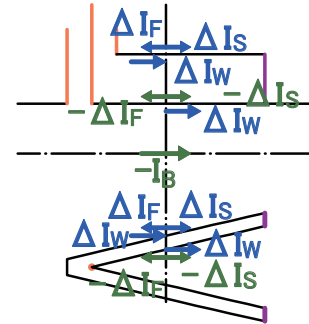


Figure 17: Schematic diagram when  $-I_B$  is located at continuous distributed node (tapered electrode).

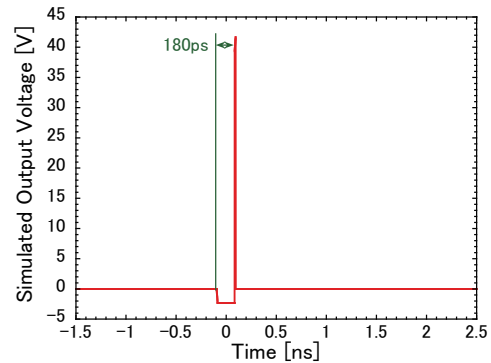


Figure 18: Simulated output voltage in the case of the tapered electrode as shown in Fig. 17.

#### 参考文献

- [1] K. Yanagida, et al., “Development of Six-Electrode BPM System in SPring-8 Linac”, Proc. of the 9th Annual Meeting of Particle Accel. Soc. of Japan, Osaka, August 2012, pp. 304-308, [http://www.pasj.jp/web\\_publish/pasj9/proceedings/PDF/FRLR/FRLR10.pdf](http://www.pasj.jp/web_publish/pasj9/proceedings/PDF/FRLR/FRLR10.pdf)
- [2] K. Yanagida, et al., Phys. Rev. ST Accel. Beams 15, 012801 (2012), <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.15.012801>.
- [3] K. Yanagida, et al., “Measurement and Matching of Twiss Parameter for SPring-8 Linac Using Six-Electrode BPMs”, Proc. of the 11th Annual Meeting of Particle Accel. Soc. of Japan, Aomori, August 2014, pp. 62-66, [http://www.pasj.jp/web\\_publish/pasj2014/proceedings/PDF/SAOM/SAOM04.pdf](http://www.pasj.jp/web_publish/pasj2014/proceedings/PDF/SAOM/SAOM04.pdf)