

# J-PARC Main Ring のビーム位置モニタのゲイン較正 RESULTS OF BEAM BASED GAIN CALIBRATION FOR BEAM POSITION MONITOR AT J-PARC MAIN RING

久保木浩功<sup>\*A)</sup>、外山毅<sup>A)</sup>、畠山衆一郎<sup>B)</sup>、高野淳平<sup>A)</sup>、手島昌己<sup>A)</sup>  
Hironori Kuboki<sup>\*A)</sup>, Takeshi Toyama<sup>A)</sup>, Shuichiro Hatakeyama<sup>B)</sup>, Junpei Takano<sup>A)</sup>, Masaki Tejima<sup>A)</sup>,

<sup>A)</sup>KEK J-PARC

<sup>B)</sup>JAEA J-PARC

## Abstract

Beam Position Monitor (BPM) is one of the essential elements in a synchrotron facility, obtaining the circulating beam information for stabilization of the closed orbit. The accuracy of beam positions greatly affects the orbit stabilization, however, actual signal strength from a BPM depends on individuality such as 1) signal transmission for a long distance, 2) processing circuit, and 3) contact resistance at the connected parts, etc. These things cause deviations in the gain of the signal response. The gains are different from each other even in one BPM. In order to correct this relative gain deviations between electrodes, a Beam Based Gain Calibration (BBGC) method has been proposed<sup>[1]</sup>. Development of a new method for adequate gain calibration has been an urgent issue for J-PARC Main Ring. It has been found that an analysis using Total Least Square fitting (TLS) adequately reproduces the BPM gain with sufficient accuracy. The gains obtained from the data are varied in the range of less than  $\pm 5\%$ , and the accuracy is within  $\pm 0.6\%$ .

## 1. はじめに

円形加速器における周回ビーム軌道の安定性は、供給ビームの大強度化のみならず、ビームロスを低減し、加速器装置自体の放射化を抑えるという意味でも非常に重要である。周回ビームの情報は、ビームライン上に設置されている様々な診断系機器によって得られ、その情報を元に軌道を再構築し、大強度化・高度化へ向けた議論の判断材料となる。よってビーム軌道の情報は高精度であることが求められる。

大強度陽子加速器 J-PARC 50 GeV シンクロトロン (Main Ring, MR) では約 7-8 m 間隔で全周 186 台のビーム位置モニタ (Beam Position Monitor, BPM) が設置されており、各点でのビーム位置情報を与える。BPM はビームプロファイルモニタと並び、ビーム軌道の再構築に不可欠な診断機器であり、当然ながら BPM の位置精度の要求は厳しく、据え付け誤差にして 0.2 mm 以下にする必要がある<sup>[2]</sup>。しかしながら実際の位置精度は据付誤差以外にも、●据付の基準座標原点と加速器の基準座標原点の差異、●位置情報の算出に用いている BPM 電極からの出力電圧のゲイン、によっても左右される。前者は Beam Based Alignment (BBA) という手法で補正される<sup>[3]</sup>。後者の具体的な要因としては 1) 長距離の信号伝送、2) 信号処理回路、3) コネクタなどの接続部の接触抵抗、等の個体差が挙げられ、1 台の BPM においてさえも各電極毎の信号応答ゲインは等しくはない。

そこで、1 つの BPM における電極間の出力電圧のばらつき、すなわち相対的な応答ゲインの違いを補正するため、実際のビームを使って BPM 電極から処理回路まで含めた出力電圧の応答ゲインの較正手法 Beam Based Gain Calibration (BBGC) が考案された<sup>[1]</sup>。BBGC は KEKB で使用されている 4 電極型 BPM に初めて適用され<sup>[4]</sup>、Closed Orbit Distortion (COD) 補正をはじめ、BPM を使用する各種オプティクス補正の再現性を画期的に改善し、世界最高ルミノシティ達成に貢献した。

J-PARC MR の BPM に対しても、KEKB と同様の方法でゲイン較正を試みたが、電極形状の違いにより適切な解析結果が得られなかった。図 1 に J-PARC の BPM 電極形状を示す。J-PARC の BPM 電極は円筒を対角線上で切断した形状をしており、左右の組と上下の組で構成されている。左右 (上下) の電極 L, R (U, D) より出力される電圧  $v_L, v_R (v_U, v_D)$  はケーブルと信号処理回路 BPM processing circuit (BPMC) を通った後に  $V_L, V_R (V_U, V_D)$  として測定される。

ゲイン較正手法として、当初は通常の線形最小二乗法 (Least Square fitting, LS 法) を用いたが、 $V_L, V_R, V_U, V_D$  の 4 つの変数のうち  $V_L$  にのみ測定誤差が含まれると仮定した解析手法であったため、全ての変数を同等に扱っておらず、フィッティングで得られたパラメータが最適解であるとは言えなかった。そこで、残差をより小さくするために、全最小二乗法 (Total Least Square fitting, TLS 法)<sup>[5]</sup> を採用した。本稿では、まずシミュレーションにより LS 法と TLS 法の双方を用いてそれぞれゲインを計算し、TLS 法の有用性を示した後に、実際にビームを用いて得られたデータへ適用する手順を示す。最後に、得られたゲインとその評価について述べる。

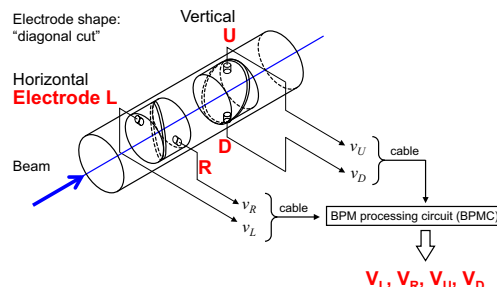


Figure 1: Diagonal-cut-type BPM at J-PARC MR. A BPM has four electrode of L, R, U, and D. The signal from each electrode is transmitted to BPMC.

\* kuboki@post.j-parc.jp



ドノルム)である。この解ベクトル  $\mathbf{x}_{TLS}$  は、式 (5) において  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{b}$  を合わせた行列  $\mathbf{Ab}$

$$\mathbf{Ab} = \begin{pmatrix} -V_{R1} & V_{U1} & V_{D1} & V_{L1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -V_{Rj} & V_{Uj} & V_{Dj} & V_{Lj} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -V_{Rm} & V_{Um} & V_{Dm} & V_{Lm} \end{pmatrix},$$

を特異値分解した際に得られる最小の特異値  $\sigma$  を用いて、式 (6) を書き換えた式

$$\mathbf{x}_{TLS} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} - \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b},$$

によって求められる<sup>[5]</sup>。ここで  $\mathbf{I}$  は単位行列である。

**3.2.3 LS と TLS の比較** LS 法と TLS 法の双方を用いてゲインを求めた結果を表 1 に、得られたゲインを用いて位置情報に直した結果を図 3 に示す。1) 補正を

Table 1: LS 法と TLS 法を用いて得られたゲイン

	$g_R$	$g_U$	$g_D$
True	1.010	1.005	0.975
$g_{LS}$	1.0341	1.0154	0.9879
$g_{TLS}$	1.0121	1.0052	0.9767

しない ( $g_R, g_U, g_D$ ) = (1.0, 1.0, 1.0) の場合を黒、2) LS 法で解析した  $g_{LS}$  の補正の場合を青、3) TLS 法で解析した  $g_{TLS}$  の場合を赤でプロットした。ゲインの補正をしないと位置にして 1 mm 以上誤差が生じてしまうことがわかる。また、TLS 法で得られたゲインは真の位置情報を正しく再現している。

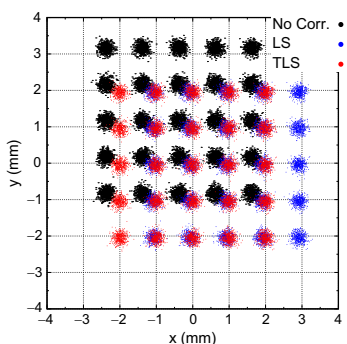


Figure 3: Reproduced position using 1) not corrected gains (black), 2) gains obtained by LS method (blue), and 3) gains obtained by TLS method (red).

**3.2.4 平均化** 前節までは 1 点毎に独立なデータとして正規方程式に組み込んできたが、各位置のデータを平均化してからゲインを求めることもできる。シミュレーションでは 1 つの位置で 500 点のデータを生成しているため、 $V_i$  は 500 点の平均を取り、 $m = 5 \times 5 = 25$  行の行列を生成してゲインを求めた。得られたゲインは ( $g_R, g_U, g_D$ ) = (1.0071, 1.0047, 0.9726) となり、平均化

しない場合と同等な結果が得られた。

また、この方法では信号強度  $V_i$  の平均値  $\bar{V}_i$  を用いて、不偏分散

$$\Delta V_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (V_{ij} - \bar{V}_i)^2, \quad (n = 500), \quad (8)$$

を得ることができる。これを用いて、式 (4) 中の各信号強度  $V_i$  の誤差伝播を考慮すると各ゲインの誤差  $g_i$  ( $i = R, U, D$ ) は以下のように表せる。

まず簡単のため、 $1/g_i = G_i$  とおくと、式 (4) は

$$V_L = -G_R V_R + G_U V_U + G_D V_D,$$

と書け、例として  $G_R$  に関して

$$G_R = \frac{1}{V_R} (-V_L + G_U V_U + G_D V_D),$$

となる。 $G_R$  の誤差  $\Delta G_R$  は  $\Delta V_i$  を用いて

$$\begin{aligned} \Delta G_R^2 = & \left( \frac{\partial G_R}{\partial V_L} \right)^2 \Delta V_L^2 + \left( \frac{\partial G_R}{\partial V_R} \right)^2 \Delta V_R^2 \\ & + \left( \frac{\partial G_R}{\partial V_U} \right)^2 \Delta V_U^2 + \left( \frac{\partial G_R}{\partial V_D} \right)^2 \Delta V_D^2, \end{aligned}$$

と書けるので、

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_R}{\partial V_L} = & -\frac{1}{V_R}, & \frac{\partial G_R}{\partial V_R} = & \frac{G_R}{V_R}, \\ \frac{\partial G_R}{\partial V_U} = & \frac{G_U}{V_R}, & \frac{\partial G_R}{\partial V_D} = & \frac{G_D}{V_R}, \end{aligned}$$

の関係より、 $\Delta G_R$  は

$$\Delta G_R^2 = \frac{1}{V_R^2} (\Delta V_L^2 + G_R^2 \Delta V_R^2 + G_U^2 \Delta V_U^2 + G_D^2 \Delta V_D^2), \quad (9)$$

となる。 $\Lambda = \Delta V_L^2 + G_R^2 \Delta V_R^2 + G_U^2 \Delta V_U^2 + G_D^2 \Delta V_D^2$  とおけば、 $G_U, G_D$  も同様に

$$\Delta G_U^2 = \frac{1}{V_U^2} \Lambda, \quad \Delta G_D^2 = \frac{1}{V_D^2} \Lambda,$$

となる。ゲインの誤差に直すには  $g_i = 1/G_i$  であるから、

$$\Delta g_i = \frac{\Delta G_i}{G_i^2}, \quad (10)$$

となる。シミュレーションデータから得られたゲインの誤差は、 $g_R, g_U, g_D$  全てにおいて 0.0040 であった。

#### 4. ビーム・マッピングデータでのゲイン解析

実際のビームを用いて得られたマッピングデータより、各 BPM におけるゲインの導出を行った。図 4 のように、ステアリング磁石を用いて水平、垂直方向それぞれ、 $\pm 0.4, \pm 0.2, 0$  mrad に相当するキックを加え、各 BPM で計 14 点の位置情報が得られるようにした。キックを加える場所が 1 箇所では、BPM の場所によっては軌道の節に相当し、位置の変化が見られないため、軌道

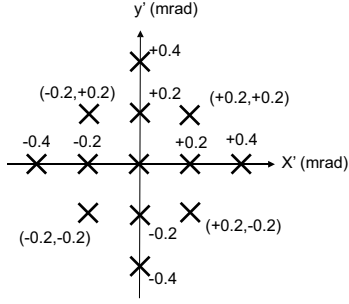


Figure 4: Beam mapping condition. Please see the text for details.

の振幅の位相が  $90^\circ$  ずれた場所のステアリング磁石でキックを加えたデータも取得した。1つのデータ点あたり10回の測定を行い、計  $14 \times 10 \times 2 = 280$  点のデータを用いた。式 (5) において  $m = 280$  となることに相当する。

$V_L$  等の信号強度は BPM の波形をフーリエ変換して得られる。図 5 (a) に BPM の典型的な波形、(b) にそのフーリエ変換を行ったスペクトルを示す。波形をフーリエ変換すると RF 周波数 1.7 MHz の整数倍、3.4、5.1 MHz のところに大きな信号強度が得られる。ノイズレベルは 1000 以下であり、S/N の点から 3.3–3.4 MHz の範囲のピーク値を信号強度  $V$  とした。フーリエ変換を行うことでビーム起因以外のノイズの影響を受けにくいという利点もある。

TLS 法を用いて得られたゲインの結果を図 6 に示

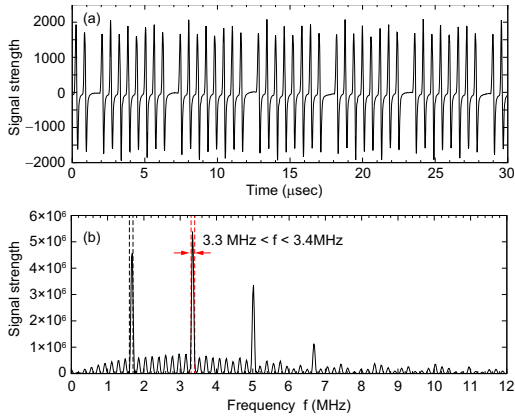


Figure 5: (a) Typical waveform and (b) the spectrum of its FFT. Signal strength  $V$  is defined as the peak value in the range of  $3.3 \leq f \leq 3.4$  MHz.

す。図 6 (a)–(c) はそれぞれ  $g_R$ 、 $g_U$ 、 $g_D$  の値を各 BPM に対してプロットした結果である。詳細は 4.1 節で述べるが、ゲインの誤差は最大 0.6% であった。図 6 (b)、(c) で BPM #155 はゲインの値が大きく外れているが、理由として 1) この BPM の内径は他の BPM より大きい、2) ビームダクトとの接続部に大きな段差があるため、ビーム通過時に BPM 内面に誘起される電荷分布がビーム軸方向に不連続性を持ってしまう<sup>[6]</sup>、の 2 点が影響していると考えられる。

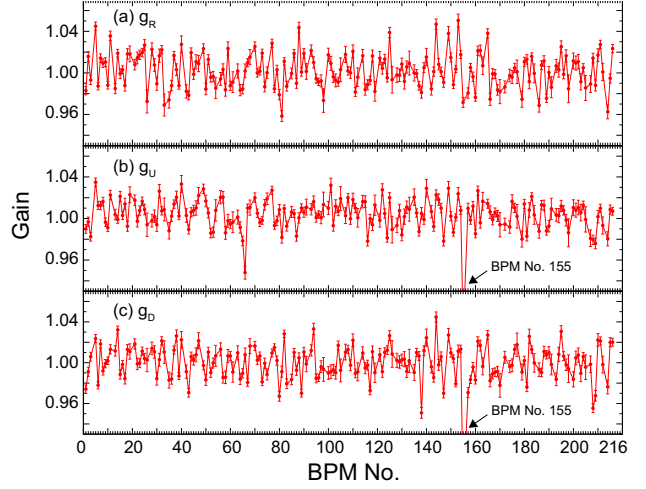


Figure 6: Gains calculated by TLS method as a function of BPM No. (a)  $g_R$ , (b)  $g_U$ , and (c)  $g_D$  are plotted with their error bars.

#### 4.1 ゲイン解析結果の検定

実際のデータではシミュレーションのように真のゲインの値が前もってわかっていない。そこでゲインが正しく導出されていることを確かめるため、以下に示す3つの異なる方法で位置情報を算出し、一貫性を確認した。

式 (1) より  $\lambda$  を消去することで位置  $x$  を、また、式 (2) より  $y$  を算出することができる。また、式 (3) より  $\lambda$  が計算できるので、式 (3) の 2 つ目の式を式 (1) に代入することで  $x$  が、同様に式 (3) の 1 つ目の式を式 (2) に代入することで  $y$  が算出できる。まとめると以下のようになる。

$$x_1 = \frac{V_L - \frac{V_R}{g_R}}{V_L + \frac{V_R}{g_R}} a, \quad y_1 = \frac{\frac{V_U}{g_U} - \frac{V_D}{g_D}}{\frac{V_U}{g_U} + \frac{V_D}{g_D}} a, \quad (11)$$

$$x_2 = \left( \frac{2V_L}{\frac{V_U}{g_U} + \frac{V_D}{g_D}} - 1 \right) a, \quad y_2 = \left( \frac{2\frac{V_U}{g_U}}{V_L + \frac{V_R}{g_R}} - 1 \right) a, \quad (12)$$

$$x_3 = \left( 1 - \frac{2\frac{V_R}{g_R}}{\frac{V_U}{g_U} + \frac{V_D}{g_D}} \right) a, \quad y_3 = \left( 1 - \frac{2\frac{V_D}{g_D}}{V_L + \frac{V_R}{g_R}} \right) a, \quad (13)$$

それぞれ 3 種類の出し方で算出した位置情報を図 7 に示す。正しく補正されたゲインでは 3 つの導出法でほぼ同等な位置を算出していることがわかる。一方、補正を行わない場合 (全て  $g_i = 1.0$ ) の結果を図 8 に示す。3 つの電極で算出した位置情報  $(x_2, y_2)$ 、 $(x_3, y_3)$  は  $(x_1, y_1)$  から大きくずれている。図 7 で、 $(x_2, y_2)$ 、 $(x_3, y_3)$  は  $x$  と  $y$  に相関が見えているが、原因の詳細は調査中である。

また、得られたゲインの誤差を見積もるために  $(x_1, y_1)$ 、 $(x_2, y_2)$ 、 $(x_3, y_3)$  の位置分解能  $(\Delta x_1, \Delta y_1)$ 、 $(\Delta x_2, \Delta y_2)$ 、 $(\Delta x_3, \Delta y_3)$  を用いた。マッピングデータ 1 点に対し、10 ショットの測定データを取得しているが、BPM の信号強度は測定条件が同一であったとしても、ショット毎に異なるビーム位置・強度の微小な変動によって変化してしまうため、3.2.4 節で用いた式 (8) は

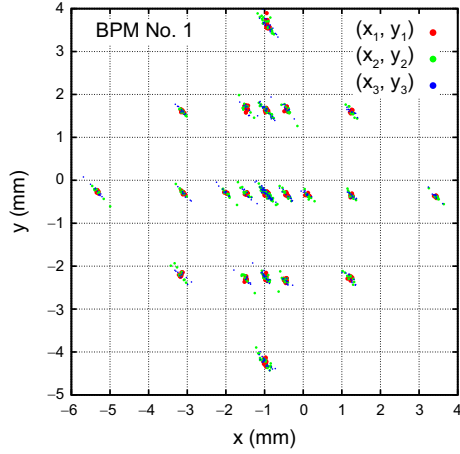


Figure 7: Positions calculated by Eqs. (11)–(13) using gains obtained by TLS method. Positions  $(x_2, y_2)$  and  $(x_3, y_3)$  are consistent with  $(x_1, y_1)$ .

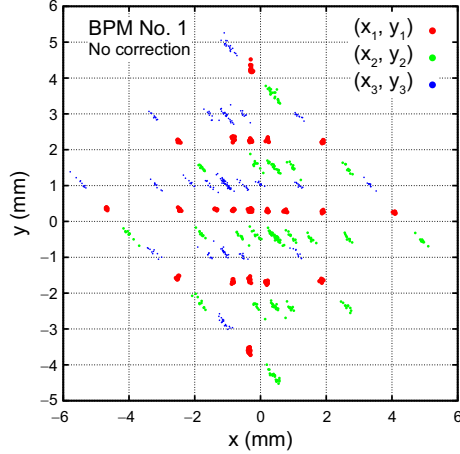


Figure 8: Positions calculated by Eqs. (11)–(13) using gains with no correction. Large discrepancies between  $(x_1, y_1)$  and both of  $(x_2, y_2)$  and  $(x_3, y_3)$  are observed.

使用できない。そこで以下に述べる方法により誤差を見積もった。

式 (11)–(13) の  $x$  について以下のように変形する。

$$x_1 = \frac{V_{1-}}{V_{1+}} a, \quad x_2 = \left( \frac{2V_{2-}}{V_{2+}} - 1 \right) a, \quad x_3 = \left( 1 - \frac{2V_{3-}}{V_{3+}} \right) a,$$

$V_{1-} = V_L - V_R/g_R$ ,  $V_{2-} = V_L$ ,  $V_{3-} = V_R/g_R$ ,  $V_{1+} = V_L + V_R/g_R$ ,  $V_{2+} = V_{3+} = V_U/g_U + V_D/g_D$  である。 $V_{i-}$  を  $x_i$  と  $V_{i+}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) の関数に直すと

$$V_{1-} = \frac{V_{1+}}{a} x_1, \\ V_{2-} = \frac{V_{2+}}{2a} (x_2 + a), \quad V_{3-} = -\frac{V_{3+}}{2a} (x_3 - a),$$

と書ける。 $V_{i-}$  の誤差  $\Delta V_{i-}$  を

$$\Delta V_{i-}^2 = \left( \frac{\partial V_{i-}}{\partial x_i} \right)^2 \Delta x_i^2 + \left( \frac{\partial V_{i-}}{\partial V_{i+}} \right)^2 \Delta V_{i+}^2,$$

とし、 $V_L \approx V_R \approx V_U \approx V_D \approx V$ ,  $\Delta V_L \approx \Delta V_R \approx \Delta V_U \approx \Delta V_D \approx \Delta V$  とすると、 $\Delta V_{1-}^2 = 2\Delta V_1^2$ ,  $\Delta V_{2,3-}^2 = \Delta V_{2,3}^2$ 。また、 $\Delta V_{1,2,3+}^2 = 2\Delta V_{1,2,3}^2$  として、

$$\left( \frac{\Delta V_1}{V_1} \right)^2 = \frac{2\Delta x_1^2}{a^2 - x_1^2}, \quad \left( \frac{\Delta V_2}{V_2} \right)^2 = \frac{2\Delta x_2^2}{a^2 - \frac{1}{2}(x_2 + a)^2}, \\ \left( \frac{\Delta V_3}{V_3} \right)^2 = \frac{2\Delta x_3^2}{a^2 - \frac{1}{2}(x_3 - a)^2},$$

同様に  $y_1, y_2, y_3$  についても計算し、式 (9) は

$$\Delta G_R^2 = \left( \frac{\Delta V_i}{V_i} \right)^2 (1 + G_R^2 + G_U^2 + G_D^2), \\ (i = 1, 2, 3),$$

と書ける。 $G_U, G_D$  についても同様にし、式 (10) によってゲインの誤差を計算した。 $(\Delta x_i, \Delta y_i)$  から得られた  $\Delta V/V$  とゲインの誤差  $\Delta g$  の平均値を表 2 に示す。得られたゲインの誤差は最大 0.6% であった。

Table 2: 信号強度誤差  $\Delta V/V$  およびゲイン誤差の見積

	$(\Delta x_1, \Delta y_1)$	$(\Delta x_2, \Delta y_2)$	$(\Delta x_3, \Delta y_3)$
$\Delta V/V$	0.0015	0.0028	0.0028
$\Delta g$	0.0035	0.0057	0.0057

## 5. 結論

J-PARC MR で使用されている、対角線カット電極型 BPM のゲイン較正のため、TLS 法で解析する新しい方法が開発された。シミュレーションによって通常の LS 法よりも TLS 法を用いた解析のほうが誤差を小さくできることが示された。実際のビームによりマッピングデータを測定し、TLS 法を用いてゲイン解析を行い、その有効性が確認された。今後、本解析で得られるゲインの正当性を確認する手法を検討・確立し、実際の加速器運転に反映させると共に、異なるビーム強度で得られたマッピングデータも解析し、各ビーム強度に対応する回路上の設定の差異の影響も調査する。また、BBGC と BBA によるビーム位置精度の向上によって周回ビーム軌道の安定性が向上し、ビームロス量も低減できると考えられるが、得られる位置精度とビームロス量の相関も調査し、大強度化に向けて検討を進める。

本研究は MEXT 科研費 25105002 新学術領域研究「ニュートリノフロンティアの融合と進化」の助成を受けたものである。

## 参考文献

- [1] M. Tejima et al., DIPAC2011, MOPD22, 2011.
- [2] S. Machida, ATAC 2005.
- [3] T. Toyama et al., In these proceedings, Aomori, Japan, Aug. 9-11, 2014.
- [4] K. Satoh and M. Tejima, Proc. of the 1997 Particle Accelerator Conference (PAC'97), Vancouver, Canada, 2087, 1997.
- [5] Ivan Markovsky and Sabine Va Huffel, Signal Processing 87, 2283-2302, 2007.
- [6] T. Toyama et al., Proc. of Particle Accelerator Society Meeting 2009, Tokai, Ibaraki, Japan, 250-252, 2009.