

APPLICATION OF DIGITAL FILTER METHOD TO COLORED NOISE CALCULATION IN SIMULATION OF BEAM EXTRACTION

Tetsuya Nakanishi¹, Kohei Tsuruha²
 College of Industrial Technology, Nihon University
 1-2-1 Izumicho, Narashino, Chiba 275-8575

Abstract

A simulation program is developed for a slow-extraction method using a fast Q magnet (FQ) and an RF-knockout. In this extraction method, after the separatrix is produced with excitation of sextupole magnets, a required quantity of circulating beam is extracted by shrinking the separatrix with excitation of the FQ. Then the emittance of circulating beam is diffused to an original size with the RF-knockout. This process is repeated with a required timing until the entire circulating beam is completely extracted. An algorithm using a digital filter and white noise is proposed for a colored noise as a signal source for the RF-knockout. Spill structures with the present computing method were similar to the results obtained by using a conventional algorithm with the sum of cosines of many frequency components. The results are also in agreement with the experimental results using the HIMAC synchrotron. The computing time of colored noise for simulation of 10^6 turns was 0.5 h for the filter method and 5.0 h for the conventional one, respectively.

ビーム取出しシミュレーションにおけるカラードノイズ計算へのデジタルフィルタ法の適用

1. はじめに

シンクロトロンからのビーム取り出し方法として、高速四極電磁石とRFKO機器を使った方法(QAR法)を提案した[1]。この方法は、断続的に少しずつビームを取り出すもので、高速四極電磁石(FQ)でセパレートリクスを瞬間的に僅かに縮めてビームを取り出し、その後、減少した周回ビームのエミッタンスをRFKOにより元の大きさに拡大する。周回ビームがなくなるまでこれを繰り返す。特徴として、高速でビームON/OFFを制御できる、電磁石電源のリップルの影響を補正できる等が挙げられ、粒子線照射や出射のタイミングとビーム量を正確に制御する必要のある粒子線治療や物理実験等への適用が考えられる。

現在、この方式のビームシミュレーションコードを開発しており、RFKOの高周波信号としてカラードノイズを用いる。今回、計算時間の短縮を目的として、ホワイトノイズとデジタルフィルタを用いたカラードノイズ信号による粒子のキック角のアルゴリズムを開発したので報告する。

2. シミュレーション方法

シンクロトロンは、六極電磁石、RFKOおよび高速四極のある位置で分割し、その間はトランスフォーママトリクスで与える。また、六極電磁石およびRFKOは、その位置でローレンツ力による x' だけを変化させる。各区間のトランスフォーママトリクスは、CERNで開発されたAGILEで計算し、本プログラムの入力データとして与えた。但し、各トランスフォーママト

リクスにおいてdeterminantが1となるように一つのマトリクス要素を僅かに変えている。キック角は、全回転数に必要な値を予め計算し、その後トラッキングの計算を行う。

RFKOによるキック角は以下のように計算する。HIMACシンクロトロンを用いた実験[2]では、RFKOシステムの信号源はホワイトノイズ源であったが、all-pass-networkの特性によりRFKO電極にかかる電圧の周波数成分は0.2~2MHz程度までフラットな分布が得られている(カラードノイズ)。このため、計算では、カラードノイズのスペクトルとして0.2~2MHzのフラット分布を用いた。

このカラードノイズによるキック角のアルゴリズムとして、電気回路分野ではよく使われているデジタルフィルタ法を提案する。入力信号列が x_k で与えられる時、Finite Impulse Response (FIR)デジタルフィルタの出力 y_k は下式で与えられる。[3]

$$y_k = \sum_{n=0}^{N_b} h_n x_{k-n} \quad , \quad (1)$$

ここで、 N_b+1 はフィルタ係数の数、 h_n はバンドパスフィルタに対しては次式で与えられる。

¹ E-mail: nakanishi.tetsuya@nihon-u.ac.jp

² 現所属：国土交通省

$$h_n = \frac{2}{\pi n} \cos(m\omega_0 T) \sin(m\omega_b T) \quad (m \neq 0)$$

$$h_0 = 4f_b T \quad (m = 0)$$

$$m = n - N_h/2$$

$$\omega_0 = (\omega_H + \omega_L)/2$$

$$\omega_b = (\omega_H - \omega_L)/2$$

ここで、 n が $0 \sim N_h$ である時 m は $-N_h/2 \sim N_h/2$ の値を取る。 T は入力信号の間隔を与えるサンプリング周期、 f_H ($\omega_H = 2\pi f_H$)は高域遮断周波数、 f_L は低域遮断周波数である。

カラーノイズを信号源としたRFKOによるキック角を計算するために、上記デジタルフィルタを次のように用いる。まず、 -1 から 1 までの乱数 x_k を発生させると、その数値列はデジタルホワイトノイズに等価である。その時、 y_k は周波数バンド幅が f_L から f_H までのデジタルカラーノイズとなる。従って、サンプリング周期をシンクロトロン一周の周回時間とすると、 y_k の数値列はある粒子の周回毎のキック角とすることができる。その際、式(1)の各パラメータは次のように定義される。 f_L と f_H はベータトロンチューンとの比較を容易にするために周回周波数当たりの値で与える。 T は、周波数を周回周波数当たりで与えるため、粒子を周回上の一箇所だけに存在すると仮定すると 1 であり、複数個所に等間隔で分布させるとその数(ビン数)の逆数となる。この時、キック角は次式で与えられる。

$$\delta_{N_{rev}, i} = C \cdot y_{((N_{rev}-1)N_s+i)}, \quad (2)$$

ここで、 C は振幅係数、 N_{rev} は回転数、 i はビン番号、 N_s はビンの総数である。

一方、他のカラーノイズによるキック角作成方法として以下の方法が提案されている。[4]

$$\delta_{N_{rev}, i} = 2 \sum_{k=1}^N \sqrt{S(f_k)} \Delta f_k \cos \left\{ 2\pi f_k (N_{rev} + \frac{i}{N_s}) + \theta_k \right\} \quad (3)$$

$$\Delta f_k = f_k - f_{k-1}, \quad f_k = \frac{f_k + f_{k-1}}{2}$$

ここで、 f_k は回転周波数で規格化されたカラーノイズの周波数成分、 N は周波数成分の総数、 $S(f_k)$ は各周波数の振幅係数で、ここでは一定とする。 θ_k は $0 \sim 2\pi$ の乱数である。

図1は上記方法で計算したキック角列をフーリエ展開した周波数スペクトルである。遮断周波数の低周波側は 0.12 、高周波側を 1.2 とした。図1(a)は式(2)(フィルタ法)による $N_s=40$ 、 $N_h=6,000$ で計算した結果であり、図2(b)は $N_s=40$ 、 $N_h=10,000$ の結果である。キック角列は、それぞれ異なる $10,000$ セットの入力信号列(x_k)から作り出し、それぞれをフーリエ展開して各周波数成分で平均した結果である。期待通りのフラットな分布が得られていることが分かる。 $N_h=6,000$ の条

件では、端部で振動波形となるGibbs現象が見られるが、これら2つの条件でシミュレーション結果は殆ど変わらなかった。また、式(3)による方法(cos法)で計算した結果を図1(c)に示す。周波数バンド幅は $20,000$ 分割した。結果として、周波数成分の間隔はチューン換算で 5.4×10^{-5} である。この計算においては、各周波数成分の初期位相を $0 \sim 2\pi$ までの乱数で与えるが、この初期位相も $10,000$ セット作り出し、それぞれのセットで作られされるキック角列をフーリエ展開し平均した。この方式では、Gibbs現象もなく、フラットな分布が得られている。

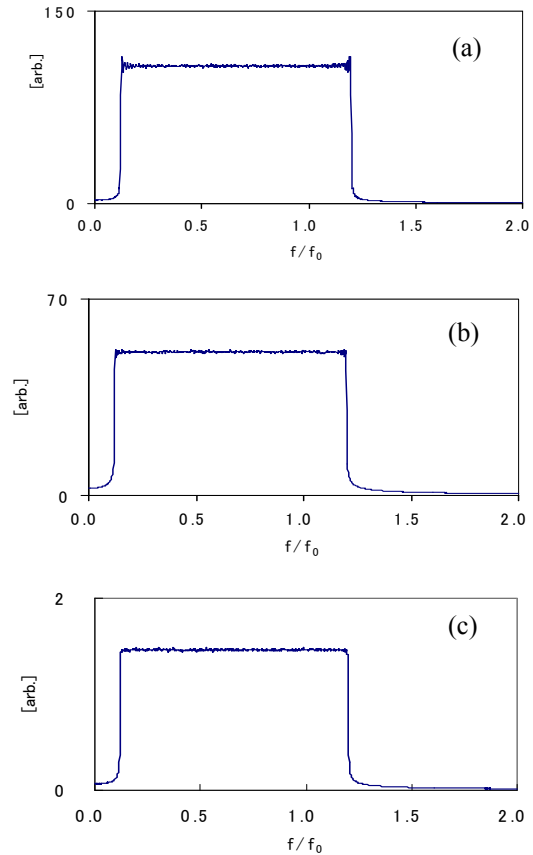


図1. フィルタ法((a),(b))とcos法(c)によるキック角列の周波数スペクトル: (a) $Nm=6000$ 、(b) $Nm=10000$ 。

3. シミュレーション結果

カラーノイズの周波数バンド幅は実験に合わせて 0.2MHz から 2MHz とした。シンクロトロンの回転周波数は 1.653MHz であることから、計算では 0.12 から 1.2 を用いた。FQのコイル電流波形は、直線的に増加するノコギリ波とした。

図2は計算したスピル構造である。FQコイル電流がノコギリ波であることから、セパトリスはコイル電流にほぼ比例して縮小するため、スピル構造は周回ビームエミッタンスの外周付近の粒子密度分布を表す。スピル毎に構造は少し変化し、カラーノイズ作成のための乱数を変えてもスピル構造は多

少変化する。図3はcos法の計算結果であるが、類似の結果が得られている。また、図4に実験結果を示すが、実験でも同様のスピル毎の多少の変化が見られる。図5は、スピルの拡大図であり、実験と計算で類似の波形を選んだ。ビーム強度が急に増える構造など比較的似ていることが分かる。これらの結果から、シミュレーションは基本的には問題ないと考える。

計算時間については、回転数が 10^6 ターン、粒子数 2×10^5 の場合、フィルタ法ではキック角の計算時間が0.5 h、トラッキングの計算時間が17.6 hであるのに対し、cos法では5.0 hと17.6 hであった。この差は回転数を増やすほど大きくなる。

4. 考察

計算時間が短縮できる理由は、cos法がcosの計算をバンド幅の分割数×総回転数×ビン数だけ行わなければならないのに対して、フィルタ法では、フィルタ係数を最初に計算するためにcosの計算を行うだけで、それ以外は簡単な足し算と掛け算だけであるためと考えられる。但し、今回の計算に用いた周波数バンドの分割数20,000は、実験で得られたスピル波形にできるだけ近づくように分割数を増やして行った結果の値であり、例えば分割数10,000とのスピル構造の違いの定量的検討は行っていない。

スピル構造の変化に関しては、カラーノイズのバンド幅を0.12~5まで広げた場合、シミュレーションによると変化が小さくなり、バンド幅0.12~1.2が十分に広くないためと考えられる。また、このバンド幅内では、1/3近辺と2/3近辺の周波数しか周回ビームの拡散には寄与しないことがシミュレーションで分かった。これらの結果から、1/3近辺と2/3近辺の周波数帯だけでは、粒子が短い時間に受ける拡散力は全ての粒子に対して同じではなく、粒子に与えるキック力は時間帯によって周波数成分により異なると考えられる。それらはバンド幅を広げることで、平均化され全ての粒子に様なキック力が与えられるようになると考えられる。実際のシステムでバンド幅を広げる場合は、小数点以下が1/3近辺と2/3近辺の断続的な周波数スペクトルの信号とした方が、最終段アンプの負担を軽減でき効果的と考える。

5. まとめ

カラーノイズを用いたRFKOのキック角を計算するアルゴリズムとしてデジタルホワイトノイズとデジタルフィルタを用いる方法を提案し、従来のcos法と類似の結果が得られることが分かった。また、計算時間が大幅に短縮された。一方、バンド幅は、更に広げた方がよいと考える。

謝辞

ビーム実験は(独)放医研の野田耕司氏、古川卓司氏およびAECの皆様にご協力を戴きました。また、GSI研究所(独)の片山武司氏には有益な助言を頂きました。ここに深く感謝します。

参考文献

- [1] T. Nakanishi, T. Furukawa, K. Yoshida, and K. Noda, Nucl. Instr. and Meth. A553 (2005) 400-406.
- [2] T. Nakanishi, T. Furukawa, and K. Noda, Nucl. Instr. and Meth. B266 (2008) 2169-2172.
- [3] 中村尚五, “デジタルフィルタ”, 東京電機大学出版局, p.74.
- [4] K. Hiramoto and M. Nishi, Nucl. Instr. and Meth. A322(1992) 154-160.

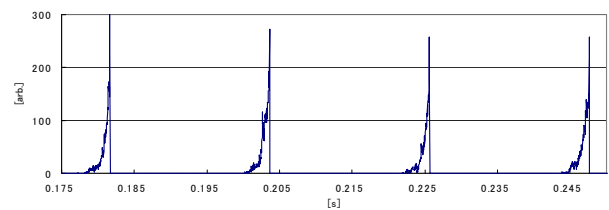


図2. フィルター法によるシミュレーション結果

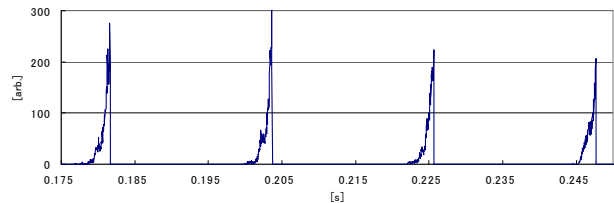


図3. Cos法によるシミュレーション結果

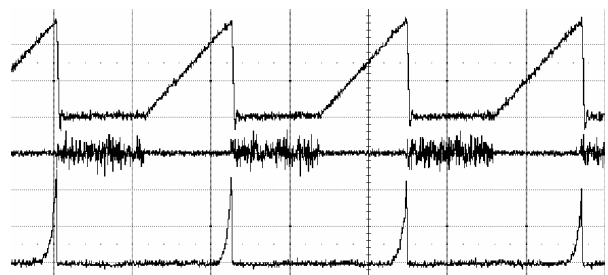


図4. 実験結果。上からFQコイル電流波形(2V/div)、RFKO信号(0.5V/div)、スピル(0.5V/div)。横軸は10ms/div。

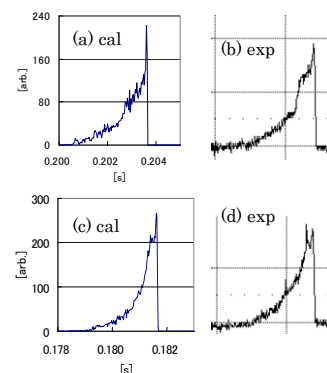


図4. スピルの拡大図。(a)(c)は計算結果、(b)(d)は実験結果。