

Two dimensional numerical calculations on ionized gases in a proportional counter

K. Katagiri*, T. Furukawa, E. Takeshita, and K. Noda
National Institute of Radiological Sciences
4-9-1 Anagawa, Inage-ku, Chiba, 263-8555

Abstract

For the beam profile diagnosis of heavy ion cancer therapy in HIMAC (Heavy Ion Medical Accelerator in Chiba), a MWPC (Multi-Wire Proportional Counter) detector have been employed as a beam profile monitor. Due to the high rate beams ($\sim 10^8$ pps), a gain reduction of output signals have been observed in the scanning beam experiments at HIMAC. In order to reduce the gain reduction by optimizing the parameters of MWPCs, we developed a numerical code by employing two-dimensional fluid model. As a test case for the design of the MWPC, we analysed a simple proportional counter. From the analysis results, we discussed whether the numerical code can be applied to the design of the MWPC or not.

2次元流体モデルによる比例計数管内電離ガスの数値解析

1. はじめに

放射線医学総合研究所では、スキヤニング照射システムにおける線量分布測定のために、線量モニタとビームプロファイルモニタを組み合わせた線量分布高速評価システムの開発が行われてきた^[1]。高速評価を実現するために、プロファイルモニタからは高いサンプリングレートでのデータ収集が必要となる。そのため、後段に続く増幅回路系の周波数特性や負荷を考慮すると、可能な限り高いゲインを得られるモニタが好ましい。このような経緯から、プロファイルモニタとして MWPC(Multi-Wire Proportional Counter)の利用を検討している。MWPCは、高いゲインを有する一方で、入射粒子数(レート)を過度に増加させると、出力信号の低下が生じる。この出力信号の低下(ゲインリダクション)は、陽イオンによる空間電荷効果が原因である。陽極近傍の増幅領域では、電子は電子なだれにより増幅され陽極に収集されるが、ドリフト速度が電子に比べて遅いイオンは増幅領域に留まり、電場を歪ませる。この電場の変化により、電離レートや電子のドリフト速度が低下し、ゲインリダクションが生じる。

我々は、MWPCのゲインリダクションの低減を目指して、数値解析によるパラメータ(陽極径、電極間距離、封入ガスの圧力、種類)の最適化設計を行っている。この解析では、空間スケールが1-10mm、1気圧程度($\sim 10^{19}$ cm⁻³)のガス領域を、長い時間スケール(\sim イオンの電極間移動時間)で計算する必要があるため、計算量を考慮すると粒子計算法(モンテカルロ法等)の適用は好ましくない。そのため、流体モデルを用いた解析コードの開発を行った。

まず、テストケースとして、シンプルな円柱型の比例計数管を計算の対象とし、短い時間スケール(\sim 電子の電極間移動時間)での解析を行った。ガス増幅率の印加電圧依存性(ゲインカーブ)を理論式と比較し、MWPCの最適化の際に必要なガス増幅率の

定量評価が可能かどうかを検討した。また、高レートでの使用を模擬した計算を行い、空間電荷効果とゲインリダクションの関係を評価した。以上の結果から、開発したコードの最適化設計への適用性を議論した。

2. 解析法

2.1 物理モデル

チェンバ内部のガスは温度 $T = 300$ K, 圧力 $P = 1$ atm とし、連続体近似の成立を仮定^[2]して、流体モデルを用いる。電離過程は第一電離のみを考慮し、また簡単化のため光電効果は無視する。電子、イオン密度分布の時間変化は、連続の式

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s \vec{u}_s) = D_s \nabla^2 n_s + G_s - L_s, \quad (1)$$

により記述される。ここで、添字 s は粒子種を示し(e:電子, i:イオン), \vec{u}_s はドリフト速度である。 D_s は拡散係数であり、移動度 μ_s , 及び電子の平均エネルギー ϵ_e を用いて、

$$D_s = \begin{cases} \mu_i \frac{kT}{e}, & (\text{for ions}), \\ \mu_e \epsilon_e, & (\text{for electrons}), \end{cases} \quad (2)$$

である(アインシュタインの関係式)。 G_s , L_s はそれぞれ生成項, 消滅項である:

$$G_s = \alpha n_e |\vec{u}_e|, \quad (3a)$$

$$L_s = \alpha_{\text{cap}} n_e n_i. \quad (3b)$$

ここで、 α は電離係数, α_{cap} は再結合係数である。電場が十分に大きいければ、再結合係数は電離係数に比べて十分小さく、 $\alpha_{\text{cap}} \approx 0$ と出来る。

式(1)でのドリフト速度 \vec{u}_s は、移動度 μ_s と電場 \vec{E} により

$$\vec{u}_s = \mu_s \cdot \vec{E}, \quad (4)$$

* E-mail: tag410@nirs.go.jp

と記述される。ドリフト速度，輸送係数 (μ_s)，及びスウォームパラメータ ($\alpha, \alpha_{cap}, \epsilon_s$) は電場の関数である。そのため，ポアソン方程式

$$\nabla^2 \phi = -\frac{e(n_i - n_e)}{\epsilon_0}, \quad (5)$$

を式 (1) と同時に解く必要がある。電場の導出には，

$$\vec{E} = -\nabla \phi, \quad (6)$$

を用いる。

式 (1) の輸送係数とスウォームパラメータは，データテーブル (SIGLO Data Base¹) を用いた。

2.2 計算法

解析に用いた計算法を表 1 に示す。空間分割には，等間隔スタガードグリッド (Arakawa-B 型) を用いた (200×200, 図 1)。計算は $CFL \leq 0.2$ (Courant-Friedrichs-Lewy 条件), $D\Delta t/\Delta x^2 \leq 0.2$ (拡散項の安定性条件) で行った。

表1: 解析に用いた計算法のまとめ

輸送方程式	移流項	CIP法 [3] (Constrained Interpolation Profile) 2次元化: M型
	非移流項	空間一階微分項: 片側差分 空間二階微分項(拡散項): 中心差分 時間積分: 2次精度ルンゲクッタ法
ポアソン方程式	SOR (Successive Over Relaxation)法 (加速緩和係数 $\omega = 1.8$)	
データテーブル	3次スプライン補間法	

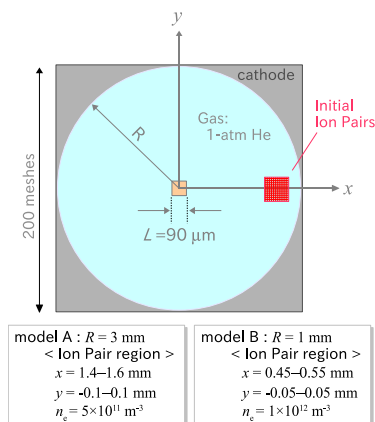


図 1: 比例計数管のモデル化: 簡易化のために，陽極ワイヤを矩形形状で表現した。封入ガスはヘリウムとした。

3. 解析結果

3.1 電子なだれの生成と時間変化

解析例として，電子密度の 2 次元分布を図 2 に示す。イオン対の初期分布として，図 2 中の左図に示す

とおり，列状に二箇所置いた。右図に示す $T = 100$ ns の分布が初期状態の列状分布から歪んでいるのは，陽極までの距離に近い程電場が強く，ドリフト速度に差が生じるためである。陽極の近傍では電子なだれが発生し，電子密度が増加しているのが確認できる。

図 3 は， x 軸上での電子分布の時間変化である。計算は図 1 の model A で行い，印加電圧は $V=800$ V とした。矩形型の電子分布は，陽極方向への進行と共に拡散しプロファイルは崩れる。陽極方向に $x \approx 0.2$ mm まで進行すると，急激に電子増幅されているのが確認出来る。

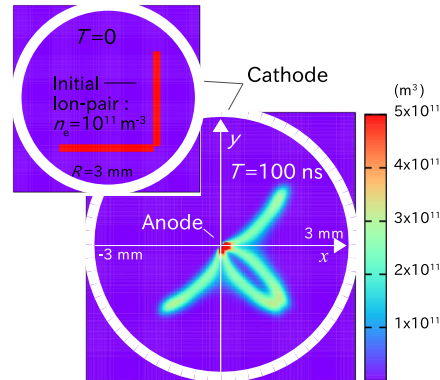


図 2: 電子なだれの発生の様子. $V = 800$ V の場合 (電子の初期状態の縦棒: $1.5 \leq x \leq 1.7$ mm, $-1.5 \leq y \leq 1.5$ mm, 横棒: $-1.5 \leq x \leq 1.5$ mm, $-1.7 \leq y \leq -1.5$ mm).

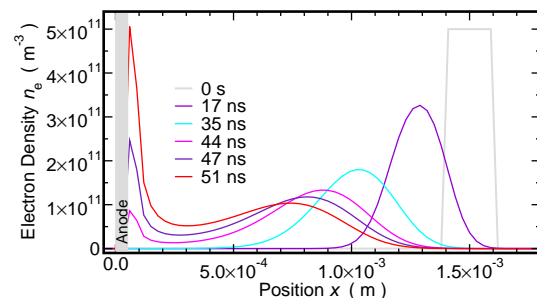


図 3: x 軸上における電子密度分布の時間変化

3.2 ゲインカーブの理論式との比較

出力信号の評価は，陽極に流入する電子なだれのフラックス ($= n_e \cdot v_{e,ave}$) により評価した。 $v_{e,ave}$ は，スタガード格子上で密度を囲む四隅のドリフト速度を平均した量である。このフラックスを時間積分することで収集電子数を見積り，ガス増幅率 M (\equiv 収集電子数/初期電子数) の導出を行った。なお，電子増幅をゼロとして (式 (1) で生成項 $G = 0$ として)，電子収集の保存性を確認したところ，初期電子数との相対誤差はおおよそ 2% 程度であった。

計算コードにより導出したガス増幅率が適当であるかを確かめるため，ゲインカーブについて理論式

¹The Siglo Data base, CPAT and Kinema Software, <http://www.siglo-kinema.com>

との比較を行った。円筒型比例計数管のガス増幅率 M の理論式は、電離係数 $\alpha(E(r))$ を用いて、

$$M = \exp\left(\int_{r_a}^{r_b} \alpha(E(r)) dr\right), \quad (7)$$

である (r : 陽極からの距離)。電離係数については、数値解と同様に、SIGLO Data Base を用いた。図 4 に比較の結果を示す。計算は図 1 の model B の条件で行い、この条件に合わせて理論式のパラメータは陽極半径 $r_a=45 \mu\text{m}$ 、陰極半径 $r_b=1 \text{mm}$ とした。数値解は理論解に近く、また増幅率の比例性も再現出来ており、ガス増幅率の定量的な評価が十分可能であると思われる。理論解との間に若干の差が見られるが、これは電極を矩形として扱った結果、陽極近傍の電場を低く見積もった為である。

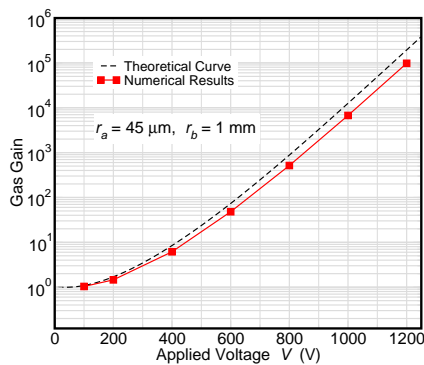


図 4: ゲインカーブの数値解, 理論解の比較

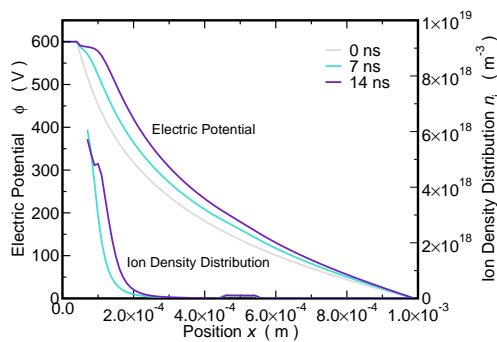


図 5: イオン分布の変化によるポテンシャルの変化:印加電圧は $V=600 \text{V}$

3.3 空間電荷効果によるゲインリダクション

空間電荷効果によるゲインリダクションの発生を模擬するために、初期イオン対を増加させ計算を行った。配置は図 1 の model B とし、初期イオン対密度を $n_e = 10^{17} \text{m}^{-3}$ まで増加させた。

図 5 に、時刻 $T=0, 7, 14 \text{ns}$ におけるイオン密度分布とポテンシャルを示す。電子なだれにより生じた陽イオンにより、ポテンシャルが変化している事が分かる。図 6 に同時刻における電場を示す。陽極近傍の電場は急激に低下し、一方で、時刻 $T=0$ での値

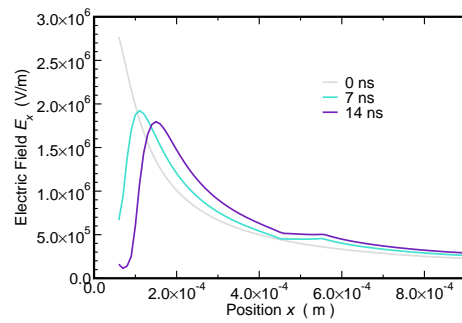


図 6: 時刻 $T=0, 7, 14 \text{ns}$ における電場の変化

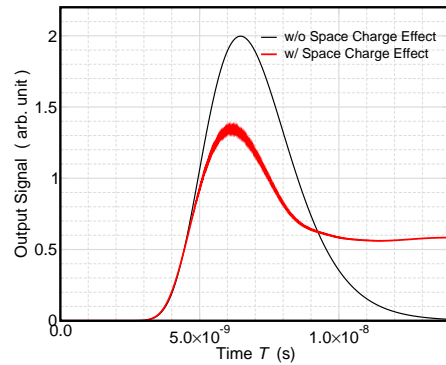


図 7: 空間電荷効果による信号の低下

と比べて電場の大きい領域が生じている。また、極大値の位置の変化から分かるように、イオンの陰極方向(正方向)へのドリフトと共に、電場のプロファイルも移動しているのが確認できる。この場合の出力信号を図 7 に示す。参考として、空間電荷効果の無い場合(計算上、 $T=0$ から ϕ, E を更新しなかった場合)の信号も示す。2つの比較から空間電荷効果によるゲインリダクションの発生が確認できる。

4. まとめ

開発した計算コードにより空間電荷効果によるゲインリダクションを再現出来た。また、現状では若干の誤差を含むが、ガス増幅率の定量的な評価を行うことが出来た。今後、理論解との間に生じた誤差の低減の為に、陽極近傍における空間格子の細分化を行い円形状の表現を試みる。

5. 謝辞

計算法に関連して多くのご助言を頂いた、長岡技術科学大学の佐々木徹博士に深く感謝致します。

参考文献

- [1] T. Furukawa, N. Saotome, et al., Med. Phys., 35(2008) 2235.
- [2] S. Kato, et al., J. Plasma Fusion Res., 84(2008) 477.
- [3] T. Yabe, T. Aoki, Comput. Phys. Comm., 66(1991) 219.