

OBSERVATION OF COLLECTIVE RESONANCE STOPBANDS IN SIMULATOR FOR PARTICLE ORBIT DYNAMICS

S. Ohtsubo, M. Fujioka, H. Higaki, K. Ito, K. Izawa, M. Kuriki, H. Okamoto, K. Tanaka
Graduate School of Advanced Sciences of Matter, Hiroshima University
1-3-1 Kagamiyama, Higashi-Hiroshima, 739-8530

Abstract

We have designed and constructed a compact non-neutral plasma trap system to study various collective effects in space-charged-dominated particle beams. The tabletop apparatus is called “S-POD (Simulator for Particle Orbit Dynamics)” that consists mainly of a radio-frequency quadrupole trap, several diagnostic systems, a vacuum system, a data-taking computer, and a number of AC and DC power supplies for control of the plasma confinement potential. In the present experimental study, S-POD is employed to demonstrate the existence of linear and nonlinear collective resonance stopbands that depend on various machine parameters. To simulate lattice-dependent effects on the stopbands, we apply periodic perturbations to ion plasmas and confirm the excitation of additional resonances. We also observe the shifts of stopbands caused by the collective space-charge force.

ビーム力学研究用イオントラップによる共鳴不安定性の実験的研究

1. はじめに

広島大学ビーム物理研究室は1998年のグループ発足以来、ビームダイナミクスに関する様々な基礎研究を実験的・理論的に展開している。とくに近年は、プラズマ物理学の手法を応用した独自のビーム力学研究に力を入れているところである。

重心系で観測した荷電粒子ビームは、自己場の影響のみを考慮する限り、実験室系で生成された単一種荷電粒子から成る非中性プラズマと物理的に等価である^[1,2]。したがって、加速器中のビームが示す或る種の集団現象は、小型で非常に安価なプラズマトラップ装置を使って系統的に研究できる可能性がある。この発想に基づき、我々はビーム力学研究用イオントラップシステム“S-POD (Simulator for Particle Orbit Dynamics)”を設計・構築した^[3]。S-PODの基本構成要素は、高周波四重極イオントラップ（通称、線形ポルトラップ）、複数のプラズマ計測システム、真空排気系、データ処理用コンピュータ、プラズマ閉じ込め場の制御用各種電源などである。

以下で報告する実験に使用したポルトラップ本体とプラズマ計測器の大まかな配置図を図1に示す。トラップの軸長は20cm程度で、ファラデーカップやマイクロチャンネルプレート(MCP)も含め、406 mmφの真空容器に収まっている。加速器やビーム輸送系と比べると、製作費は無に等しいので、実験目的に合わせて異なる形状のトラップを使用している。今回の実験では、図のイオン源領域でプラズマの生成と捕獲を行い、実験領域は事実上使用していない。採用したイオン種は $^{40}\text{Ar}^+$ で、中性のアルゴンガスを電子銃によりイオン化して生成する。軸方向のイオン閉じ込めは中央に穴の空いた端板電極やゲート四重極電極に直流電圧を印加することにより達成し、これらの直流電圧を所定のタイミングでオンオフしてプラズマを計測器の方向へはき出す。捕獲イオン数の測定ならびにプラズマの断面形状や軸方向温度の測定などが可能である。S-PODが許容する実験テーマは数々あるが、以下では最近実施した集団共鳴ビーム不安定性の観測結果について報告する。

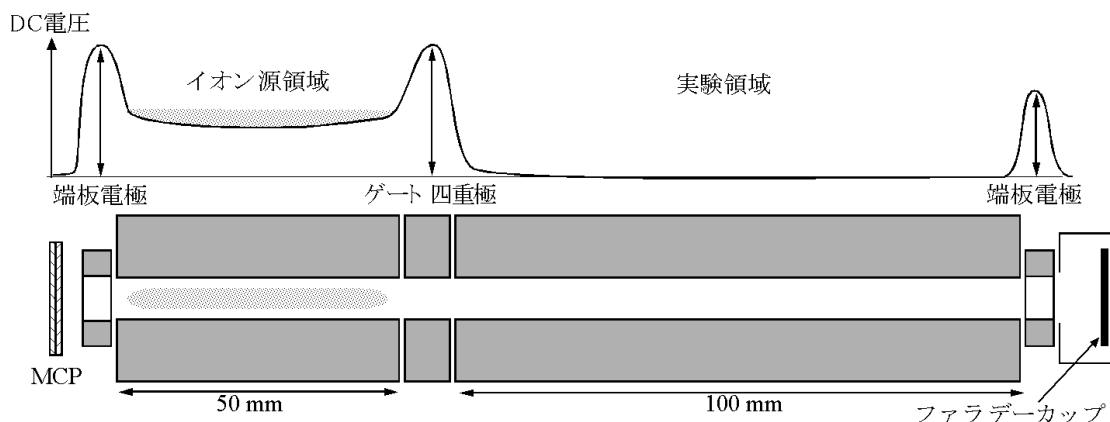


図1：イオントラップの概略図

2. ラティス依存効果の導入

上で述べたように、加速器中のビームは一種の非中性プラズマと見なすことができ、その運動は（理想的には）様々な固有振動モードの重ね合わせである。各振動モードの周波数は粒子密度や温度などに依存しており、その値がビームを駆動する周期的外力の周波数と一定の関係を満たすとき共鳴が起こる。

ビームを構成する無数の粒子はクーロン場を介して集団的に運動しており、単一の粒子に着目した“インコヒーレントな”アプローチから正確な固有振動周波数を予言することはできない。ブラソフ理論に基づいた“コヒーレントな”振動モードの解析はSacherer^[4]やGluckstern^[5]らにより初めて行われた。ラティスの平滑化近似（smooth approximation）に頼らない、1次元ブラソフ理論は文献[6]に与えられており、それによるとコヒーレント共鳴条件は

$$\Omega_m = n/2 \quad (1)$$

と書ける。ここで、 Ω_m は m 次集団振動モードのチューン、 n は正数である。 Ω_m はしばしば以下のように表現される^[7]：

$$\Omega_m \approx m(v_0 - C_m \Delta v). \quad (2)$$

v_0 はチューンの設計値、 Δv はクーロン斥力によるインコヒーレントなチューンシフト、 C_m は1より小さい正数である。蓄積リング中を周回するビームはラティス構造に依存する周期的外力を受け続け、共鳴条件が満たされるとき不安定化することになる。リング全体が N_{sp} 個の単位周期構造から構成されている場合、先の共鳴条件は

$$v_0 - C_m \Delta v \approx N_{sp} \cdot \frac{n}{2m} \quad (3)$$

となる。とくに注目すべきは、右辺の分母に因子2が入っている点である。上式によれば、たとえば線形共鳴（ $m=2$ ）は半整数ではなく、1/4の整数倍のチューン近傍で発生する。

S-PODでは、トラップの四重極電極に（一般的な正弦波電圧ではなく）矩形波電圧を印加することにより、様々なラティス構造中のビーム運動をきわめて容易にシミュレートできる^[2,3]。LabVIEWを使った矩形波電圧の制御システムは既に構築済みであるが、以下では簡単のため、周波数の異なる複数の正

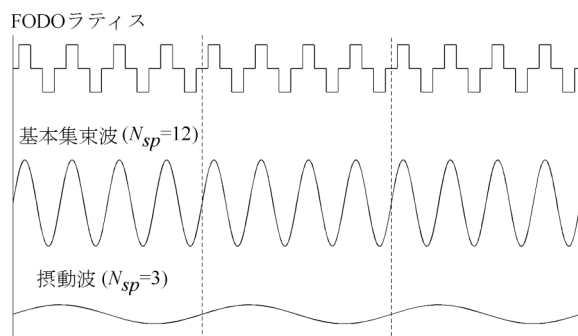


図2：トラップ電極への印加電圧波形

弦波を重ねた場合の実験結果について示す。具体的には、図2のような波形を用いて、共鳴を誘起した。基本集束波は中段の図で、12個のFODOセルから構成された蓄積リングに対応する。下段の図は、基本集束波に重ねる摂動波で、想定したリングが3回対称性（ $N_{sp}=3$ ）を有していることを意味する。実際のラティスに対応する矩形波は周波数と振幅の異なる無数の正弦波の重ね合わせであるが、図2はそのうち最も本質的なふたつのハーモニクスを抽出したものと考えてよい。コヒーレント共鳴現象の基本的メカニズムは、矩形波を使わずとも、図2の正弦波モデルに基づいて十分調べることができる。

3. 共鳴不安定領域の観測

本実験では、基本集束波の周波数として996 kHzを採用した。このとき、単一正弦波当たり（換言すれば、単一FODOセル当たり）のベータトロニックチューンは、正弦波振幅がおよそ93 Vのとき0.5となる。この値を超えると当然、プラズマを保持することは全く不可能となる。3回対称摂動波の周波数は基本波の4分の1、すなわち249 kHzである。プラズマのライフタイムは捕獲イオン数が非常に多い場合でも数秒程度あるが、以下では、電子銃を切ったから1 msec後に残存イオンをファラデーカップ側にはき出した場合のデータを示すことにする。このプラズマ保持時間は（12FODOセル分の周波数が83 kHzであるから）リング83ターン分に相当する。

3.1 ラティス周期性の効果

図3に典型的な観測結果を示す。黒い実線が、集束力が完全に12回対称性を有している場合（ $N_{sp}=12$ ）、つまり摂動波を加えなかったときの観測データである。チューン v_0 が2.2および3.1の辺りで鋭いイオン損失が見られる。式(3)より、共鳴条件が $v_0 - C_m \Delta v \approx 6n/m$ で与えられることから、 v_0 が3付近の不安定性は主に線形共鳴（ $m=2$ ）、 v_0 が2付近の不安定性は非線形共鳴（ $m=3$ ）に因るもの

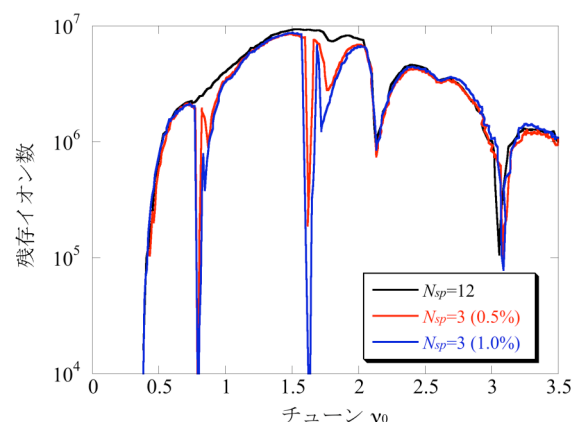


図3：共鳴不安定性の観測結果

と考えられる。

赤色および青色の実線はいずれも $N_{sp} = 3$ の摂動波を付加した場合の結果である。摂動波の振幅は基本集束波の振幅の0.5%および1.0%に設定してある。ラティス対称性の劣化により、新たなストップバンドが生じていることがわかる。 $N_{sp} = 12$ の場合に観測された線形および非線形共鳴のストップバンドには変化が見られない一方、 v_0 が0.8および1.6付近にきわめて強い不安定性が生じている。また、これら鋭いイオン損失領域に近接して、比較的弱いストップバンドの存在が確認できる。摂動波の導入によりコヒーレント共鳴条件が $v_0 - C_m \Delta v \approx 3n/2m$ となったことを考慮すると、強い不安定性の原因は線形共鳴 ($m = 2$) であると結論付けるのが妥当である。近接する弱いイオン損失はおそらく4次共鳴 ($m = 4$) に因るものと考えられる。

3.2 ビーム密度依存性

図3のデータから明らかなように、イオン損失の発生位置は例外なく、クーロン斥力によるチューンシフトが原因で $N_{sp} \cdot (n/2m)$ から右方向へ少しずれている。不安定領域のビーム密度依存性を確認するため、捕獲イオン数を変えて同様の実験を行った。その結果の一例が図4である。初期イオン数のみを変えて1 msec後の残存イオン数を計測すると、図のように、すべてのストップバンドが同じ方向に移動する。イオン密度が高いほど大きく右方向へシフトしていることがわかるが、この事実はコヒーレント共鳴条件(3)に照らして全く自然である。とくに興味深いのは、3つのストップバンドのシフト量が微妙に異なっている点である。最も鋭い線形共鳴のストップバンドは、その他ふたつの非線形ストップバンドに比べて明らかにシフト量が小さい。これは式(3)中の因子 C_m が共鳴の次数に依存することから容易に説明できる。実際、 C_m の値は共鳴の次数が高くなるにつれ（つまり、 m が大きくなるにつれ）、増加すると予想されている^[4,6]。理論的には C_2 が最

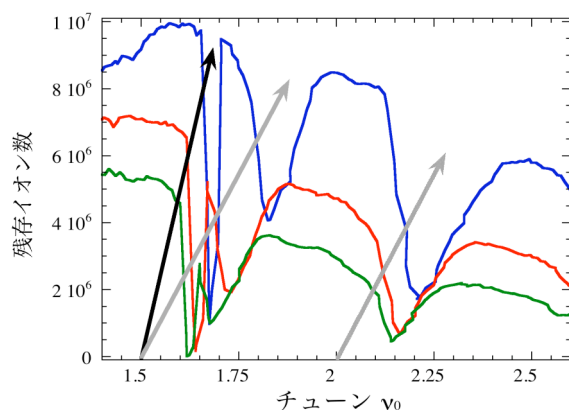


図4：共鳴不安定領域のイオン密度依存性

も小さく、0.75程度の値をとると予想されている。高次の共鳴ほどシフト量が大きく、 C_m は m の増加に伴って徐々に1に近づいていく。図4の観測データはこれらの理論的予想を支持している。

4. まとめ

ビーム力学の基礎研究用小型イオントラップシステム“S-POD”を使って、集団共鳴不安定性に関する系統的实验を実施した。周波数の異なる複数の正弦波電圧を四重極電極に加えることにより、ラティス周期性の変化に起因するストップバンドの発生を確認した。また、ビーム密度に依存する不安定領域のシフトも確認した。これらの観測結果は、理論的に導出されたコヒーレント共鳴条件からの予測と定性的に一致する。とくに本実験は、 m 次共鳴が (N_{sp}/m ではなく) $N_{sp}/2m$ の整数倍に近いチューンで発生するという重要な事実を明確に示唆している。

実際の加速器を使った実験の規模やコスト、基本パラメータに対する制約、観測の難しさなどを考えると、本論文で示された新奇な実験手法の有用性は明白であろう。コンピュータを使った多粒子シミュレーションと比べても、S-PODによる実験的シミュレーションは非常に優れていると言える。実際、たとえば、図3や図4の実験データはそれぞれ1000に近い独立な実験の結果をプロットしたものである。粒子間相互作用を考慮しつつ、これだけ多数の高精度数値シミュレーションを実行するには、性能の高いコンピュータをもってしても年単位のCPU時間を要するであろう。一方で、先のプロットを得るのにS-PODが要した時間は2〜3時間程度に過ぎない。加えて、S-PODはパソコンで制御されており、一連の実験は完全に自動化されている。

5. 謝辞

この研究の一部は、日本学術振興会の科学研究費補助金および高エネルギー加速器研究機構が実施している大学等連携支援事業の経費に基づいて行われた。

参考文献

- [1] H. Okamoto and H. Tanaka, Nucl. Instrum. Meth. A **437** (1999) 178.
- [2] H. Okamoto, Y. Wada, and R. Takai: Nucl. Instrum. Meth. A **485** (2002) 244.
- [3] R. Takai, H. Enokizono, K. Ito, Y. Mizuno, K. Okabe, and H. Okamoto: Jpn. J. Appl. Phys. **45** (2006) 5332.
- [4] F.J. Sacherer: Ph.D. Thesis, UCRL 18454 (1968).
- [5] R.L. Gluckstern: Proc. Linac Conf. (Fermilab, Batavia, IL, 1970) p.811.
- [6] H. Okamoto and K. Yokoya: Nucl. Instrum. Meth. A **482** (2002) 51.
- [7] R. Baartman: AIP Conf. Proc. No. 448 (AIP, New York, 1998) p.56.