

ESTIMATION OF EMITTANCE DEGRADATION DUE TO MULTI-POLE FIELDS OF XFEL BUNCH COMPRESSORS

Toru Hara^{1,A)}, Kenji Fukami^{A,B)}, Hideki Takebe^{A)}, Kazuaki Togawa^{A)}, Hitoshi Tanaka^{A)}, Noritaka Kumagai^{A)}

^{A)} RIKEN/SPring-8 Joint Project for XFEL

1-1-1 Kouto, Sayo-cho, Sayo-gun, Hyogo, 679-5148

^{B)} Japan Synchrotron Radiation Research Institute

1-1-1 Kouto, Sayo-cho, Sayo-gun, Hyogo, 679-5198

Abstract

In order to obtain a high-brightness electron beam in an XFEL, the electron bunch should be longitudinally compressed in a linear accelerator using magnetic bunch compressors composed of four bending magnets. The bunch compression requires a large energy chirp on the electron bunch, which produces a horizontal spread of the beam size inside bunch compressors. Since the bending magnets have multi-pole field components, they leak energy-dispersion and degrade emittance downstream of the chicane. In this paper, the emittance degradation due to the multi-pole fields of the bending magnets is estimated using simplified analytical formulae for the XFEL/SPring-8.

XFELバンチコンプレッサー多極磁場が与えるエミッタンスへの影響

1. はじめに

XFEL/SPring-8は、2011年のコミッショニング開始に向け現在建設が進んでいる^[1]。放射光施設などの入射器と異なりXFEL用LINACでは、レーザー発振に必要な高輝度電子ビームを生成するために、電子バンチ長をビーム進行方向に圧縮しピーク電流を上げる必要がある。通常バンチ圧縮は、エネルギーチャープを付けた電子バンチを、偏向電磁石4台で構成するバンチコンプレッサーと呼ばれるシケインに通し、その行路長のエネルギー依存性を用いて行う。その際、電子バンチのエミッタンス悪化は避けなければならない。エミッタンスの悪化につながる要因として、電子バンチが出すコヒーレント放射(CSR)についてはよく議論されているが^[2]、ここでは偏向電磁石多極磁場成分によるエミッタンス悪化について評価する。

電子ビームが六極以上の多極磁場を通過すると、ベータatron振動の位相空間分布に非線形収束力が働きエミッタンスは変化するが、その量はシケイン偏向電磁石については通常無視できる。より重要な問題は、シケイン下流へのdispersionの漏れによるエミッタンス悪化である。特にXFEL用LINACでは、バンチ圧縮に必要なエネルギーチャープが電子バンチに付いているため、dispersionの漏れは実効的なエミッタンスに大きく影響する。

Dispersionは、バンチ全体のエミッタンス、所謂投影エミッタンスを悪化させるが、FEL発振に重要なスライスエミッタンスへの影響は軽微である。しかしながら、電子バンチ長に対してコヒーレントに与えられたエネルギーチャープは、dispersionによって電子バンチのねじれを引き起こし、収束系に

よってそれが振動するようになる。FEL発振には、アンジュレータ部電子ビーム軌道の直線性は特に重要であり、電子バンチのねじれと振動は極力防がなければならない。

Dispersionの補正のみであれば、例えば4台の偏向電磁石磁場を独立に調整することにより、1次のdispersionをシケイン出口で0にすることは可能である。しかしながらこの場合、電子銃からアンジュレータまでの各コンポーネントが設置された直線、即ちLINACのビーム軸からビーム軌道が外れてしまう。ビーム軌道を動かさずに、1次のdispersionを補正するには、シケイン内に四極電磁石を配置する必要がある。

いずれにせよ、バンチコンプレッサー内の偏向電磁石の多極磁場成分がエミッタンスに与える影響を評価し、その量をできるだけ小さく抑えておくことは重要である。

2. XFEL/SPring-8バンチコンプレッサー

図1にXFEL/SPring-8加速器の構成を示す。最終的には5本のアンジュレータビームラインを設置する予定であるが、当初計画では中央のアンジュレータを用いてFEL発振を目指す。シケインは全部で5カ所あり、上流から3カ所がバンチ圧縮のためのバンチコンプレッサー、他の2カ所は加速管からの暗電流除去に用いる(表1)。XFEL/SPring-8で用いる偏向電磁石は、ダンプを除き全て電磁純鉄のブロック材H型ヨークを用いており、ヨーク形状はrectangularである。ここでは、特に影響が大きいと思われるバンチコンプレッサー3カ所(BC1~3)とアンジュレータ上流のBL3シケインについて

¹ E-mail: toru@spring8.or.jp

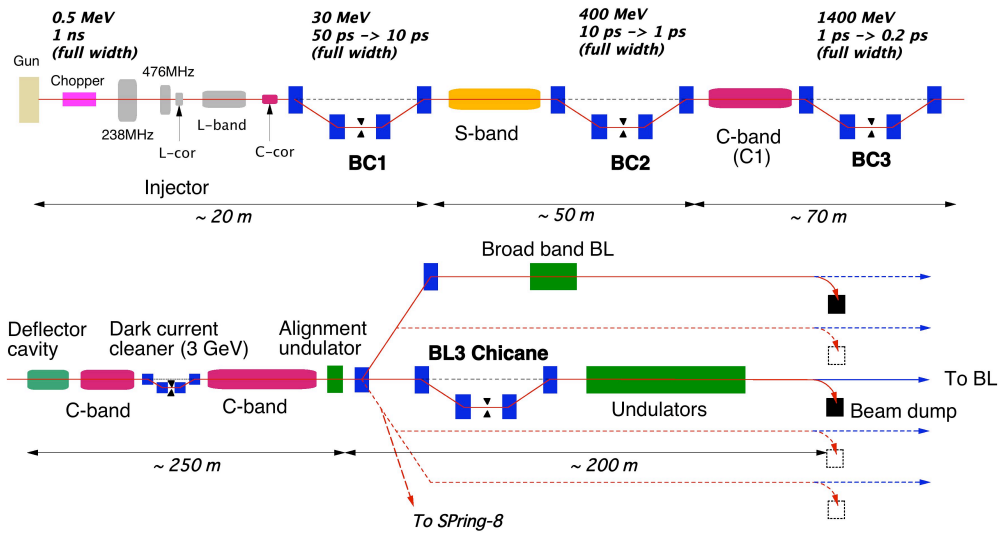


図 1 : XFEL/SPring-8の加速器構成。

表 1 : XFEL各シケイン部のパラメータ

	BC1	BC2	BC3	Dark cleaner	BL3 chicane
偏向角 (deg.)	7.5	3.13	1.42	0.16	0.36
磁場 (G)	437	1841	2911	921	4806
ヨーク長 (m)	0.3	0.4	0.4	0.3	0.35
最大dispersion (m)	0.17	0.344	0.156	0.015	0.06

評価する。

3. エミッタンス評価

シケイン通過後のビームエミッタンスを評価するため、まず偏向電磁石軸上の垂直磁場 (B_y) を多項式で表し、その1次 (四極磁場) および2次微分 (六極磁場) を求める。H型のように対称性のある偏向電磁石では奇数次の磁場は発生しないが、ここでは実際の製作誤差等の影響も考慮し、奇数次も残した式を示す。

$$B_y(z) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6 \dots (1)$$

$$\frac{dB_y(z)}{dx} = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + 5a_5x^4 + 6a_6x^5 \dots (2)$$

$$\frac{d^2B_y(z)}{dx^2} = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + 30a_6x^4 \dots (3)$$

基準電子 (エネルギー E_0) に対する四極および六極磁場を、図2のような基準ビーム軌道 s に沿って、積分した値 (k_0, s_0) を、基準電子の magnetic rigidity $B_0\rho_0$ に対し、式(4、5)から求める。

$$k_0 = \frac{1}{B_0\rho_0} \int \frac{dB_y(s)}{du} ds \approx \frac{1}{B_0\rho_0} \int \frac{dB_y(s)}{dx} ds (4)$$

$$s_0 = \frac{1}{B_0\rho_0} \int \frac{d^2B_y(s)}{du^2} ds \approx \frac{1}{B_0\rho_0} \int \frac{d^2B_y(s)}{dx^2} ds (5)$$

但し、偏向角 θ は十分小さいとし、 u 微分は x 微分に置き換える。 ρ の符号は、 $B_y < 0$ で $\rho > 0$ とする。

図3はBC1用偏向電磁石磁場をMAFIAで計算し、四極および六極磁場を図2のビーム軌道に沿って示したものであるが、図からわかるようにそのほとんどは電磁石端部に起因する。また四極成分は、ビーム軌道が電磁石の軸から離れる側の端部 (図2の下流側端部) で主に発生していることがわかる。

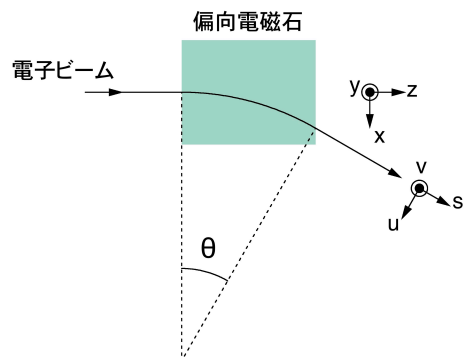


図 2 : 基準電子ビーム軌道

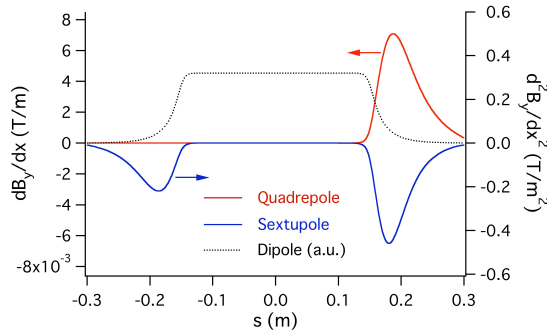


図3：BC1偏向電磁石ビーム軌道上の四極および六極磁場（MAFIA計算値）

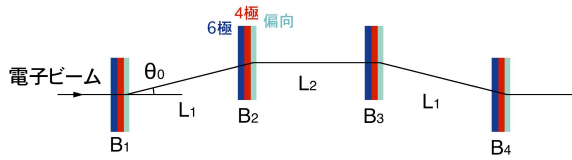


図4：シケイン薄肉モデル

エミッタンス評価は、3次元の粒子トラッキングを行ってもよいが、ここでは L_1 と L_2 が偏向電磁石有効磁場長よりも十分長いとして、薄肉モデル（図4）を用いて解析的に行う。上流から基準軌道上に、エネルギーがずれた電子（ $E = E_0 + \Delta E$ ）がシケインに入った場合について、シケイン出口における電子軌道の基準軌道からのずれ（ $\Delta x, \Delta x'$ ）を求める。図4の各偏向電磁石（ B_{1-4} ）出口における軌道のずれ（ δx_{1-4} 、 $\delta x'_{1-4}$ ）を順次計算していくと、式(6、7)が得られる。

$$\begin{aligned} \delta x_1 &= 0 \\ \delta x_2 &= L_1 \Delta \theta \\ \delta x_3 &= \delta x_2 + L_2 \delta x'_2 \\ \Delta x &= \delta x_4 = \delta x_3 + L_1 \delta x'_3 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \delta x'_1 &= \Delta \theta \\ \delta x'_2 &= -s(\delta x_2)^2 - k(\delta x_2) \\ \delta x'_3 &= \delta x'_2 - s(\delta x_3)^2 - k(\delta x_3) - \Delta \theta \\ \Delta x' &= \delta x'_4 = \delta x'_3 + s(\delta x_4)^2 - k(\delta x_4) + \Delta \theta \end{aligned} \quad (7)$$

$\Delta \theta$ は基準電子との偏向角の差である。 k の符号は、式(4)で B_y の極性が変わると ρ_0 の符号も変わるため4台の電磁石で同じになるが、 s は1、4台目と2、3台目の電磁石で符号が逆になる。ここでは2台目の電磁石の符号に合わせて式を導出した。

$\Delta \theta$ 、 s 、 k はいずれもエネルギーの関数であるので、 ΔE の3次まで展開する。但し θ_0 、 s_0 、 k_0 は基準電子に対する値である。

$$\Delta \theta(E) \approx -\theta_0 \frac{\Delta E}{E_0} + \theta_0 \left(\frac{\Delta E}{E_0} \right)^2 - \theta_0 \left(\frac{\Delta E}{E_0} \right)^3 \quad (8)$$

$$k(E) \approx k_0 - k_0 \frac{\Delta E}{E_0} + k_0 \left(\frac{\Delta E}{E_0} \right)^2 - k_0 \left(\frac{\Delta E}{E_0} \right)^3 \quad (9)$$

$$s(E) \approx s_0 - s_0 \frac{\Delta E}{E_0} + s_0 \left(\frac{\Delta E}{E_0} \right)^2 - s_0 \left(\frac{\Delta E}{E_0} \right)^3 \quad (10)$$

ここでdispersionを以下のように定義する。

$$\Delta x \approx \eta_1 \frac{\Delta E}{E_0} + \eta_2 \left(\frac{\Delta E}{E_0} \right)^2 + \eta_3 \left(\frac{\Delta E}{E_0} \right)^3 \quad (11)$$

$$\Delta x' \approx \eta'_1 \frac{\Delta E}{E_0} + \eta'_2 \left(\frac{\Delta E}{E_0} \right)^2 + \eta'_3 \left(\frac{\Delta E}{E_0} \right)^3 \quad (12)$$

式(8~10)を式(6、7)に代入し、dispersionを3次まで求めると次の結果が得られる。

$$\begin{aligned} \eta_1 &= k_0 (-k_0 L_1^2 L_2 + 2L_1^2 + L_1 L_2) \theta_0 \\ \eta_2 &= s_0 (-k_0^2 L_1^3 L_2 + 3k_0 L_1^3 L_2 - 2L_1^3 - L_1^2 L_2) \theta_0^2 \\ &\quad + k_0 (3k_0 L_1^2 L_2 - 4L_1^2 - 2L_1 L_2) \theta_0 \\ \eta_3 &= 2s_0^2 (k_0 L_1^4 L_2^2 - L_1^4 L_2) \theta_0^3 + s_0 (5k_0^2 L_1^3 L_2^2 - 12k_0 L_1^3 L_2 \\ &\quad + 6L_1^3 + 3L_1^2 L_2) \theta_0^2 + k_0 (-6k_0 L_1^2 L_2 + 6L_1^2 + 3L_1 L_2) \theta_0 \\ \eta'_1 &= k_0 [k_0^2 L_1^2 L_2 - 2k_0 (L_1^2 + L_1 L_2) + 2L_1] \theta_0 \\ \eta'_2 &= s_0 [k_0^4 L_1^4 L_2^2 - k_0^3 (4L_1^4 L_2 + L_1^3 L_2^2) + k_0^2 (4L_1^4 + L_1^3 L_2) \\ &\quad + k_0 (2L_1^3 + 4L_1^2 L_2) - 2L_1^2] \theta_0^2 + k_0 [-4k_0^2 L_1^2 L_2 + 6k_0 (L_1^2 + L_1 L_2) \\ &\quad - 4L_1] \theta_0 \\ \eta'_3 &= s_0^2 [2k_0^4 L_1^5 L_2^3 - k_0^3 (10L_1^5 L_2^2 + 2L_1^4 L_2^3) + k_0^2 (16L_1^5 L_2 + 6L_1^4 L_2^2) \\ &\quad - k_0 (8L_1^5 + 6L_1^4 L_2) - 2L_1^3 L_2] \theta_0^3 + s_0 [-7k_0^4 L_1^4 L_2^2 + 6k_0^3 (4L_1^4 L_2 + L_1^3 L_2^2) \\ &\quad - 5k_0^2 (4L_1^4 + L_1^3 L_2) - 4k_0 (2L_1^3 + 4L_1^2 L_2) + 6L_1^2] \theta_0^2 \\ &\quad + k_0 [10k_0^2 L_1^2 L_2 - 12k_0 (L_1^2 + L_1 L_2) + 6L_1] \theta_0 \end{aligned} \quad (13)$$

基準電子が電子バンチ重心にあり、エネルギーチャープが基準電子のエネルギーに対して対称であると仮定すると、エミッタンス ε は以下の式で与えられる。

$$\varepsilon = \left[\left((x + \Delta x - \langle \Delta x \rangle)^2 \right) \left((x' + \Delta x' - \langle \Delta x' \rangle)^2 \right) \right] \quad (14)$$

$$- \left[(x + \Delta x - \langle \Delta x \rangle) (x' + \Delta x' - \langle \Delta x' \rangle) \right]^2 \Bigg]^{1/2}$$

$\Delta E = 0$ の場合のエミッタンスを ε_0 、シケイン出口におけるtwissパラメータを α, β, γ と置き、式(11~14)を用いて、シケイン出口のエミッタンスをエネルギー分散の4次までで表すと、式(15)が得られる。

$$\begin{aligned} \varepsilon \approx \varepsilon_0 \left\{ 1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \left[(\beta \eta_1^2 + 2\alpha \eta_1 \eta'_1 + \gamma \eta_1^2) \sigma_E^2 - (\beta \eta_2^2 + 2\alpha \eta_2 \eta'_2 + \gamma \eta_2^2) \sigma_E^4 \right. \right. \\ \left. \left. + (\beta \eta_3^2 + 2\alpha \eta_3 \eta'_3 + \gamma \eta_3^2 + 2\beta \eta_1 \eta'_3 + 2\gamma \eta_1 \eta_3 + 2\alpha \eta'_1 \eta_3 + 2\alpha \eta_1 \eta'_3) \Sigma_E^4 \right] \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (15)$$

但し σ_E^2 と Σ_E^4 は、各々2次と4次のエネルギー分散のモーメントである。

$$\sigma_E^2 = \left\langle \left(\frac{\Delta E}{E} \right)^2 \right\rangle, \Sigma_E^4 = \left\langle \left(\frac{\Delta E}{E} \right)^4 \right\rangle$$

エネルギー分散の4次の項を0とした形の式(15)は、実効的エミッタンスの評価によく用いられている式である^[3]。

式(15)に、XFEL/SPring-8の各シケインのtwiss

表 2 : XFELシケイン部におけるエミッタンス増加

	BC1	BC2	BC3	BL3 chicane
ビームエネルギー (MeV)	30	403	1404	8000
エネルギーチャープ (MeV, FW)	3	20	55	40
$ k_0 $ (m ⁻¹)	5.3e-3	7.3e-4	1.4e-4	1.6e-4
$ s_0 $ (m ⁻²)	0.45	0.11	4.5e-2	0.37
$\Delta\epsilon_n$ (π mm-mrad)*	0.51	0.21	5.3e-3	8.7e-5

*規格化エミッタンス 1π mm-mradのビームが各シケインを通過した時の、規格化エミッタンスの増加分を示す。

パラメータなどを代入し、シケイン通過後の dispersionによるエミッタンスの実効的な増加を、規格化エミッタンスとして計算した結果を表 2 に示す。四極および六極磁場は、MAFIAで計算した結果をビーム軌道に沿って積分した。XFEL/SPring-8では、加速器上流のBC 1 および 2 におけるエミッタンス悪化が無視できないことがわかる。増加した規格化エミッタンスは加速しても保存するため、下流のアンジュレータ部でもそのまま残る。また加速管のウェークなどにより、エネルギーチャープに非線形性が入ると、この増加分を下流で完全に排除することはできない。

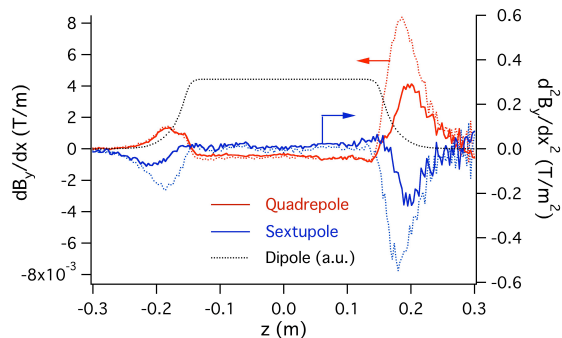


図 5 : BC1偏向電磁石のビーム軌道上の四極および六極磁場 (測定値)、点線はエンドシムなし、実線はエンドシム付き。

4. エンドシムを用いた磁場補正

Dispersionによる実効的なエミッタンスの悪化を抑えるために、偏向電磁石ヨーク端面にエンドシムを取り付け、端部六極磁場成分を減少させることを試みた。図 5 中点線は、ビーム軌道上の四極および六極磁場を、BC 1 用偏向電磁石について実際に測定した結果である。図 3 のMAFIA計算結果と比較すると、端部六極磁場についてはほぼ一致しているものの、磁極gap内と電磁石入口側端部に四極磁場があることがわかる。これは恐らく 10μ mオーダーのテーパーが磁極についているためと思われる。

図 5 中実線が、エンドシムを取り付け四極および

六極磁場を補正した測定例である。シケイン通過後の実効的規格化エミッタンスを計算すると、表 1 に示したMAFIA計算値の 1.51π mm-mradに対し、磁場測定の結果を用いると 1.38π mm-mrad (図 5 中点線)、エンドシムで補正した場合 (図 5 中実線) には 1.07π mm-mradまでエミッタンスの悪化が抑えられている。

5. まとめ

シケインを構成する偏向電磁石がもつ四極および六極磁場がエミッタンスに与える影響を、薄肉シケインモデルを用いて評価した。XFEL用LINACでは、バンチ圧縮に必要なエネルギーチャープを電子バンチに付けるため、dispersionの影響は無視できない。特にXFEL/SPring-8のように熱電子銃を用いた場合、初期ビーム電流がフォトカソード電子銃に比べ低い場合、バンチ圧縮に必要なエネルギーチャープが低エネルギー部で相対的に大きくなり、実効的な投影エミッタンスが増加しやすい。エンドシムを用いた偏向電磁石端部磁場の補正等により、エミッタンスの増加をある程度抑えることは重要である。

参考文献

- [1] <http://www.riken.jp/XFEL/jpn/index.html>
- [2] For example, M. Dohlus, T. Limberg and P. Emma, "Electron Bunch Length Compression", ICFA Beam Dynamics Newsletter 38, pp.15-37 (2005), URL: <http://icfa-usa.jlab.org/archive/newsletter.shtml>.
- [3] H.Tanaka and A.Ando, "Minimum effective emittance in synchrotron radiation sources composed of modified Chasman Green lattice", NIMA vol.369, p.312 (1996).