STUDY OF SLOW BEAM EXTRACTION THROUGH THE THIRD ORDER RESONANCE WITH PHASE SPACE MANIPULATION USING AN RF SHAKER

 A. Miyamoto, F. Hinode, K. Shinto, T. Tanaka and H. Hama Laboratory of Nuclear Science, Tohoku University
 1-2-1 Mikamine, Taihaku-ku, Sendai, Miyagi, 982-0826

Abstract

The beam emittance extracted from stretcher ring increases because of timing jitter of bump magnet and optical mismatching between the ring and an injection line, accordingly it is difficult to obtain high quality beam. Therefore we have studied to control influence on the emittance of the extracted beam by introducing phase space manipulation with a mono-frequency transverse rf kick. We have demonstrated the reduction of emittance experimentally on the STB ring.

RFシェーカーによって位相空間操作を施した3次共鳴による ビーム取り出しの研究

1.ストレッチャーリング

東北大学原子核理学研究施設にはパルスストレッ チャーとブースターシンクロトロンの機能を併せ持 つ電子円形加速器、ストレッチャー・ブースタリン グ^[1,2] (STBリング)が設置されている。

ストレッチャーリングは線形加速器などのパルス ビームを擬似的な連続ビームに変換する円形加速器 である。リングに蓄積されたビームは、6極磁場が 作り出す3次共鳴状態を経てリングから取り出され る。ストレッチャーリングの原理を表すチューンダ イアグラムを図1に示す。200 MeVのエネルギーの 入射ビームはシンクロトロン放射によりエネルギー を失い、(ξ_x, ξ_y) = (-5.79, -4.98)のクロマティシティ に応じたチューンシフトを起こす。入射ビームの チューンを制御することによって、共鳴状態に達す るまでの時間を変えることができる。つまり、入射 ビームのチューンに幅を与えることで、取り出し時 間の幅を制御することができる。



図1:核理研STBリングのチューンダイアグラム。

そこで入射ビームのエネルギー幅を、次のビーム が入射されるまでの3.3 msに失うエネルギーと等し くすると、パルスビームを擬似的な連続ビームに変換することができる。その時にはΔp/p = 0の粒子が取り出し時間の中間に取り出されるように、チューンを設定する必要がある。

2.1 共鳴条件の設定

ベータトロン振動振幅*J*をCourant-Snyder invariant として、 α , β のTwissパラメータを用いて

$$J = \frac{1}{2\beta} \left[\mathbf{x}^2 + \left(\beta \mathbf{x}' + \alpha \mathbf{x}\right)^2 \right]$$
(1)

と表すと、6極ポテンシャルを含むHamiltonianは近 似的に、

$$H \approx \delta J + G J^{3/2} \cos(3\psi - l\theta + \xi) \tag{2}$$

と表される^[3]。ここでは $\delta = \nu_x - \ell/3$ であり、共鳴 点からのチューン偏差を表す。 ψ はベータトロン位 相、 $\theta = s/R$ (*R*は平均半径)である。また*G*はリ ング1周にわたって平均した6極モーメントのフーリ 工振幅

$$Ge^{i\xi} = \frac{\sqrt{2}}{24\pi} \oint \beta(s)^{2/3} S(s) \, \mathrm{e}^{i \left[3 \int_{0}^{s} \frac{ds}{\beta(s)} - (3\nu - l) \frac{s}{R} \right]} ds \tag{3}$$

である。ここでの*S(s)* はビームエネルギーで規格化 した6極磁場の強さである。

式(2)からunstable fixed point (UFP)におけるベータトロン振幅は、

$$J_{UFP}^{1/2} = \left| \frac{2\delta}{3G} \right| \tag{4}$$

となる。STBリングには6極電磁石が直線部の中央

 $\alpha = 0, \beta = 20.2 \text{ m}01箇所のみに設置されており、取$ り出し静電セプタムはその直下流に位置している。この場合、近似的に実空間でのUFPは、

$$x_{UFP} = -\sqrt{2\beta} \, \frac{2\delta}{3G} \tag{5}$$

となる。このように共鳴条件はチューン差 δ とフー リエ振幅*G*によって決定される。STBリングでは静 電セプタムのワイヤは中心軌道から-32 mmの位置 にあるので x_{UFP} はそれ以下に設定する必要がある。

共鳴を起こした粒子が周回ビームから切り取られ る時に静電セプタムのワイヤを通過するが、3周ご との振幅の増加幅、3ターンセパレーション^[4]が小 さすぎるとほとんどの粒子がワイヤに衝突して失わ れる。ターンセパレーションはUFPからの距離に依 存しているので、ワイヤを越えることができるよう にセパラトリクスの大きさと初期のベータトロン振 幅を設定する必要がある。

STBリングでは $\delta = -0.003$ として、 $\Delta p/p = 0$ の粒子 のベータトロンチューンを(3.315, 1.200)、6極磁場 の強さは-0.47 m⁻³、入射点における平衡軌道からの 距離を~15 mmとして運転している。静電セプタム のワイヤの太さは約0.3 mmである。このような条件 下でシミュレーションを行い、周回ビームと静電セ プタムによって切り取られたビームの位相空間を図 2(a)に示す。リングに入射するビームのエネルギー 幅は $\Delta p/p = \pm 0.0$ %、エミッタンスは300 nmrad (規 格化エミッタンス117 μ mrad)とした。また、放射 光放出の量子効果は無視し、1周あたりの平均エネ ルギー損失のみを考慮した。

入射ビームのエミッタンスが0の場合、すべての 粒子は同一のセパラトリクス上を移動してリングか ら取り出され、非常に小さなエミッタンスとなる。 さらにエネルギーが同じ粒子について考えると、す べての粒子のチューンが常に一致するので入射から 取り出されるまでの時間も一致する。

しかし、実際のビームは入射エミッタンスに応じ たベータトロン振幅の差を持っている。この振幅の 差はセパラトリクスの大きさの差となり、取り出し ビームは空間的に広がりを持つ。また振幅の差に応 じたチューン広がりを持っているので、時間的な広 がりも生じる。



図2:周回ビームにRFキックを与えなかった場合(a)と 与えた場合(b)の、周回粒子と静電セプタムでリン グから取り出される粒子の位相空間。

2.2 単一周波数RFキックを用いたビーム取り出し

ストレッチャーリングにおいて取り出しビームは 入射条件に非常に強く依存しているために、現実で は入射ビームラインとリングの光学的マッチングや 入射バンプ電磁石の時間ジッターなどの要因により 高品質の取り出しビームを得るための入射条件を作 り出すことは非常に困難である。

そこで単一周波数RFキックによって周回ビーム に位相空間操作を施し、入射条件の変化が与える取 り出しビームへの影響を抑制することを考案した。 ある単一周波数RFキックがある場合の共鳴を表す ためにHillの方程式を以下のように

$$\frac{d^2\eta}{d\phi^2} + \nu(t)^2\eta = \nu_0^2\beta^{3/2}f(t)$$

$$f(t) = \theta_a \sin(\omega_m t + \psi) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(s - nC)$$

$$\nu(t) = \nu_0 - at$$
(6)

とする。ストレッチャーリングではチューンは時間 とともに変化するので時間tの関数として、 ν_0 は初期 チューンaは単位時間あたりのチューンシフトを表 す。 $\theta_a \omega_m, \psi$ はそれぞれRFキックの蹴り角、角速度 および初期位相である。これより得られる解析解は

$$\begin{aligned} x &= -i \frac{\nu_0^2 \beta^2 \theta_a}{R} \frac{1}{\sqrt{\nu(\phi)}} e^{i \left[\nu \cdot \phi - \frac{A}{2} \phi^2\right]} \\ &\times \sum_{m=0}^k \frac{1}{\sqrt{\nu(2\pi m)}} e^{-i \left[\nu \cdot 2\pi m - \frac{A}{2} (2\pi m)^2\right]} \sin\left(\nu_m 2\pi m + \psi\right) \end{aligned}$$
(7)

である。この解は6極ポテンシャルを含んでいない が、ストレッチャーリングでは6極ポテンシャルに よるセパラトリクスが存在する。その様子を図3に 模式的に示す。リングに入射されたビームは周回と ともにチューンシフトを起こし、やがてセパラトリ クスに到達してリングから取り出されるが、その時 のベータトロン振幅Jやチューンは初期ベータトロ ン振幅に依存している。通常の取り出しにおいてセ パラトリクスに到達するよりも低いチューンのRF キックを与えると、その周波数で共鳴を引き起こし、 セパラトリクスに到達した時点でのベータトロン振 幅やチューンの差がRFキックを与えない場合と比 較して減少していることがわかる。



図3:RFキックを併用した取り出しの模式図。

Proceedings of the 1st Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 29th Linear Accelerator Meeting in Japan (August 4 - 6, 2004, Funabashi Japan)

この方法によるエミッタンスの縮小はトラッキン グシミュレーションによっても図2(b)に示すように 確認された。(a)と比較してワイヤセプタムによって 周回ビームから切り取られた取り出しビームの広が りが縮小していることがわかる。

3.実験結果とシミュレーションの比較

3.1 RFキッカー

STBリングにはストリップライン型電極をもつRF キッカーが直線部に設置されている。電極長は約 500 mmで、特性インピーダンスが50 Ωになるよう に設計されている。水平方向には最大電場2.6 kV/m を印加することができ、200 MeV の電子に対して 6.5 μradの蹴り角を与えることができる。

3.2 ビームサイズの測定

リングから取り出されたビームのサイズは、取り 出しセプタム電磁石の直前にタングステンワイヤ(1 mm φ)を挿入して測定した。ワイヤを水平方向に走 査し、制動放射によるγ線をワイヤ下流に設置した プラスティックシンチレータで捉えて、その計数率 を電子密度として計測した。

3.3 RFキック角の変化

RFキッカーに入力する信号の電力を変化させて、 蹴り角が0.0, 2.2, 2.8, 3.5 µradの時のビームサイズを 測定した。図4に測定結果を示す。RFキックを与え るとビーム幅が大幅に減少していることがわかる。



図4:RFキック角を変化させた時の取り出しビーム分 布の変化。



図5:トラッキングシミュレーションにより求められたRFキックを変化させた時の取り出しビームエミッタンスの変化。

同条件でのトラッキングシミュレーション結果から、(1)式によってエミッタンスを算出したものを 図5に示す。RFキック角が~3 μradの時にエミッタン スが最小値になり、通常の取り出しと比較して約 38%に縮小する。

3.4 エミッタンスの縮小と増大

(7)式より求められるセパラトリクスに到達した時 のベータトロン振幅JとRFキックの初期位相の関係 を図6に示す。Jの最大値と最小値の差がエミッタン スと関係するので、蹴り角が3 µrad程度の場合に最 小になり、蹴り角が小さい場合はエミッタンスが増 大する。



図6:セパラトリクスに到達した時のベータトロン振幅JとRFキックの初期位相の関係。

4.まとめ

単一周波数のRFキックによって位相空間操作を 施すことで、ストレッチャーリングからの取り出し ビームのエミッタンスを縮小することに成功した。 キック角などへの依存性について実験を行い、ほぼ トラッキングシミュレーションと一致する結果を得 た。

さらに、セパラトリクスに到達時のベータトロン 振幅を解析解より求め、エミッタンスの縮小および 増大が確認された。

参考文献

- H. Hama, et al., The 18th International Conference on High Energy Accelerators, Tsukuba, Japan, Mar. 26-30, 2001.
- [2] F. Hinode, et al., Proceedings of the Second Asian Particle Accelerators Conference, Beijing, China, 2001.
- [3] S. Y. Lee, Accelerator Physics, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., p. 184.
- [4] H.Hama, et al., Proceedings of the 13th Symposium on Accelerator Science and Technology, Suita, Osaka, Japan, Oct. 29-31, 2001.