

# エネルギースペクトルを利用したウェーク場測定の研究

井合 哲也<sup>1</sup>、猪坂 智、大西 徹、古川 真一、三原 彰仁、岡本 主税、  
加藤 龍好、磯山 悟朗  
大阪大学産業科学研究所

〒567-0047 大阪府茨木市美穂ヶ丘8-1

## 概要

阪大産研Lバンド電子ライナックは、1バンチあたりの電荷量が最大91 nCという大電流を特徴とする。そのため加速管内に誘起されるウェーク場の影響が無視できず、電子ビームのエネルギースペクトルはウェーク場からの影響を大きく受ける。このウェーク場の影響を調べる方法として、2つの異なる加速位相で測定したエネルギースペクトルから電子バンチ形状とウェーク場を計算する方法がある。本研究ではこれを産研Lバンドライナックに適用し、その測定結果をストリークカメラによる電子バンチ形状の測定や、シミュレーションにより求めたウェーク場と比較する。

## 1. はじめに

阪大産研では、ナノメートル波長領域における次世代大強度光源として期待されている単一通過型自由電子レーザー (Self Amplifies Spontaneous Emission: SASE) の原理検証実験のために、Lバンド電子ライナックを用いた遠赤外SASEの発生実験を行っている [1]。SASEに用いられる電子ビームはシングルバンチビームであり、1バンチ当たりの電荷量は最大91 nC、通常のSASE実験では10~30 nCと、一般の電子ライナックに比べ極めて大きい。このような大強度電子バンチが加速構造を通過するとき「ウェーク場」と呼ばれる電場が加速管内に誘起され、RF電場が歪められる。その結果、電子ビームのエネルギースペクトルが変化し、SASE発振に大きく影響する。このため、加速管内に発生するウェーク場の影響を調べることは重要である。

ウェーク場を測定する手段の一つとして、二つの異なる加速位相で加速した電子バンチのエネルギースペクトルを測定し、両者を比較することによってバンチ形状とウェーク場を計算する方法がSLACにおいて提唱されている [2]。本研究ではこの手法を産研Lバンドライナックに適用し、実際にバンチ形状とウェーク場を求める実験を行う。またその結果は、ストリークカメラで実測したバンチ長さ、シミュレーションにより求めたウェーク場と比較する。

## 2. 理論

この測定は、電子バンチの加速位相を変化させても、バンチ形状と加速管内に誘起されるウェーク場

は変化しないことを利用する。もし電子バンチの電荷量が十分小さくウェーク場が無視できるほど小さければ、RF波頭から十分離れた場所では、電子が受けるエネルギーゲインはその電子のバンチ内における位置でただ一つに決まる。よってRFの振幅と加速位相がわかれば、エネルギースペクトルよりバンチ形状を求めることが出来る。またウェーク場が無視できない場合でも、RFとウェーク場の重ね合わせである加速電場が電子バンチの付近で単調増加、もしくは単調減少ならばエネルギーゲインと電子の位置は、やはり1対1の対応が成り立つ。この場合、異なる2つの加速位相で測定したエネルギースペクトルより、電子バンチ形状とウェーク場を計算することができる。

電子が加速管を通過する場合を考える。電子バンチ中心のRF波頭の位相を  $\phi=0$  とする。このときの、RFによる電子の最大エネルギーゲイン (RFの振幅) を  $E_a$  とする。  $\phi$  が負となる方向が、バンチの前方である。また加速管通過前の初期エネルギー  $E_0$  は通過後の平均エネルギー  $E_f$  に対して  $E_f/E_0 \gg 1$  という条件を満たし、バンチ内における  $E_0$  の変動は無視できるものとする。電子バンチ内の位置とエネルギー

$$\gamma(z) = \frac{[E_0 + E_a \cos(k_r z + \phi) + eV_{ind}(z)]}{E_f} \gamma_0, \quad (1)$$

の座標を  $(z, \gamma(z))$  とする。  $E_f$  で規格化した相対的なエネルギースペクトル  $\gamma(z)$  は次の式で表される。ここで  $k_r$  はRFの波数である。またバンチ中心の位置

$$V_{ind}(z) = -eN \int_0^z W_z(z') \gamma(z-z') dz', \quad (2)$$

を  $Z=0$  とする。  $V_{ind}(z)$  は加速管を通過する電子バンチによって誘起される電圧 (ウェーク場) で、次式で表される。

$W_z(z)$  はウェークポテンシャル、  $\gamma(z)$  は規格化された軸方向の電荷分布である。

式(1)、(2)より電荷分布  $\gamma(z)$  とバンチ内の位置  $z$  にある電子の最終エネルギー  $\gamma(z)$  がわかれば、電子バンチのエネルギースペクトル  $\gamma(z)$  がわかる。逆に

<sup>1</sup> E-mail: igo25@sanken.osaka-u.ac.jp

$$\lambda_z(z) = \lambda_z(\lambda(z)) \left| \lambda'(z) \right|, \quad (3)$$

$\lambda_z(z)$ と $\lambda_z(\lambda(z))$ がわかれば $\lambda_z(z)$ を計算することができる。ただし、 $z$ と $\lambda(z)$ が1対1の対応となるようにするため、位相は波頭から十分に離れていることが必要となる。

$$\lambda'(z) = \frac{\lambda_a k_{rf} \sin(kz + \phi) + eV'_{ind}(z)}{E_f}, \quad (4)$$

$\lambda_z(z)$ と $\lambda_z(\lambda(z))$ の関係は次のようになる。

$\lambda'(z)$ は $\lambda_z(z)$ の微分で、  
上式より、もし誘起されたウェーク場 $V_{ind}(z)$ が無視できるほど小さければ、 $\lambda_z(\lambda(z))$ の一度の測定で電荷分布 $\lambda_z(z)$ を求めることができる。

次に $V_{ind}(z)$ が無視できない場合を考える。測定を

$$\lambda_z(z) = \frac{\lambda_a \left| E_a k_{rf} \sin(kz + \phi^a) \right| \left| eV'_{ind}(z) \right|}{E_f}$$

$$\lambda_z(z) = \frac{\lambda_a \left| E_b k_{rf} \sin(kz + \phi^b) \right| \left| eV'_{ind}(z) \right|}{E_f}, \quad (5)$$

異なる二つのRF位相 $\phi_a, \phi_b$ で測定を行い、それぞれのエネルギースペクトル $\lambda_a, \lambda_b$ から電荷分布 $\lambda_z$ を求めると、それぞれ次のようになる。  
式(5)を $V_{ind}$ について解く。

$$eV'_{ind}(z) = \frac{E_a k_{rf}}{\lambda_a \pm \lambda_b} \left[ \lambda_a \sin(kz + \phi^a) \pm \lambda_b \sin(kz + \phi^b) \right], \quad (6)$$

この式は $z$ と $V_{ind}$ の1次の非線形微分方程式であり、 $\lambda_a, \lambda_b$ から $V_{ind}$ を数値的に求めることができる。この結果を式(5)に代入すると、バンチの電荷分布 $\lambda_z(z)$ を求めることができる。

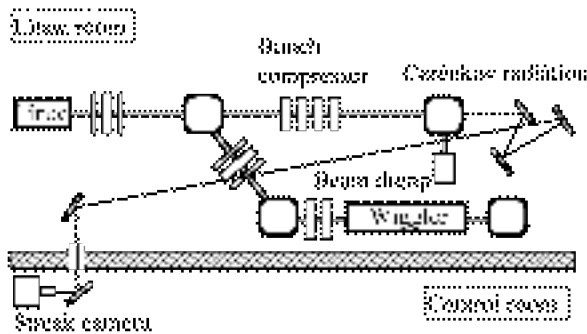


図1：測定配置図

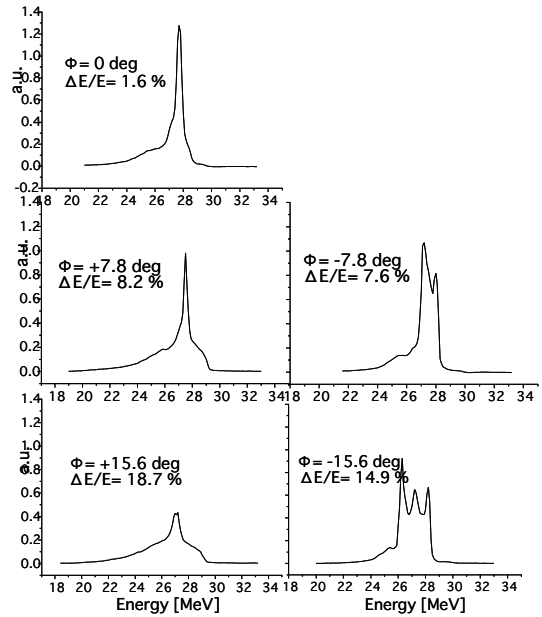


図2：エネルギースペクトルのRF位相に対する変化

### 3. 実験

#### 3.1 エネルギースペクトル測定

測定体系を図1に示す。エネルギースペクトルの測定には、解析用電磁石を用いる。電磁石により偏向した電子ビームはスリットを通過してファラデーカップに入射する。このときの電磁石の磁場の大きさを、ホール素子を用いて測定しビームエネルギーに換算する。

測定は加速RFの頂点の位相から、前後 $19.5^\circ$ の範囲で変化させて行った。電荷量が約32 nCの時のエネルギースペクトルの変化を図2に示す。図から、位相がRF波頭から離れるにつれて、エネルギー幅が広がっていることがわかる。その度合いは位相が負（RF前方）の場合の方が顕著であり、またエネルギー

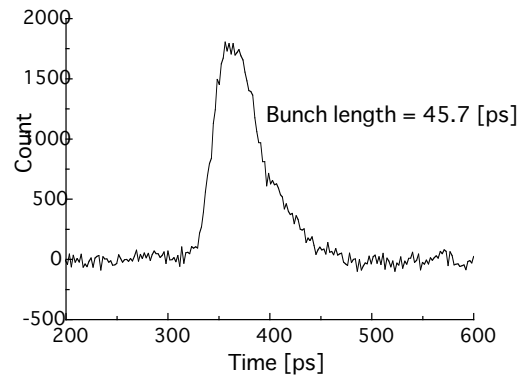


図3：ストリークカメラで観測した電子バンチ形状

ギーのピークが複数に分裂している。これは後述する予備計算の結果とも傾向が一致する。

### 3.2 バンチ長測定

バンチ長測定は、図1に示されているように、ストレートビームライン終端に設置されているビーム取り出し窓から電子ビームを空気中に取り出し、このときに発生するチェレンコフ光を測定室のストリークカメラまで導いて測定する。測定した電荷分布を図3に示す。このときの電荷量は約31 nC、バンチ長は45.7 psであった。

## 4. ウェークポテンシャルを用いた計算

この理論では、エネルギースペクトルよりウェーク場を求める歳条件として、RF電場とウェーク場の重ね合わせである加速電場が電子バンチのある位相付近で単調増加（単調減少）でなければならない。よってウェーク場の大きさと加速電場の状態を予想するために、加速管のウェークポテンシャルより電子ビームのエネルギースペクトルを求める計算を行った。しかし産研Lバンドライナックの加速管形状の資料は失われており、ウェークポテンシャルを正確に求めることは出来ない。そこで、計算には以前用いられた近似的なウェークポテンシャルを使った[3]。またバンチ形状はガウシアンであると仮定し、発生するウェーク場、加速電場及びエネルギースペクトルを計算した。図4はRFとウェーク場を重ね合わせた実質の加速電場、図5はそのときのエネ

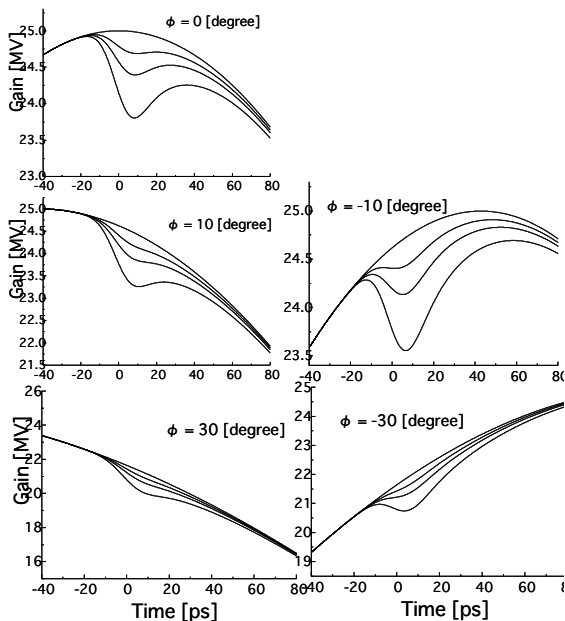


図4：ウェークポテンシャルより計算した加速場の位相変化。バンチ長は20 ps、電荷量は0, 5, 10, 20 nC。

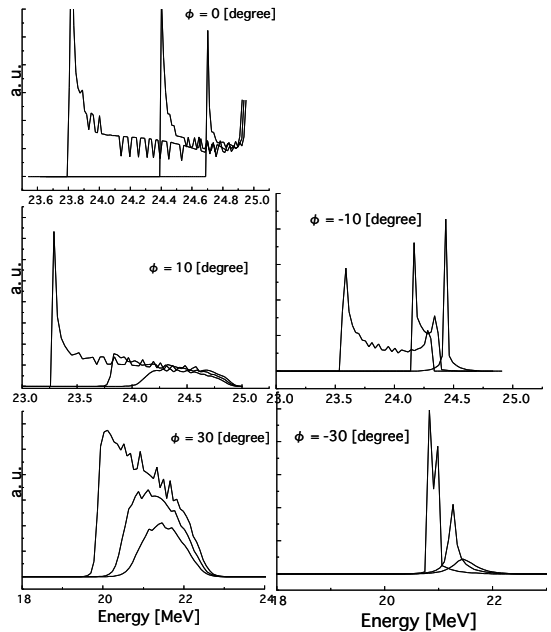


図5：エネルギースペクトルの位相変化（計算値）。バンチ長は20 ps、電荷量は5, 10, 20 nC。

ルギースペクトルを表す。また、この計算におけるバンチ長は20 ps、Rfによる最大エネルギーゲインを25MeVとし、バンチの電荷量は5, 10, 20 nCと変化させた。

図4より、加速位相がRF頂点に近づくほど加速場の歪みが大きくなり、加速場の単調増加（減少）という条件を満たすことが難しくなることがわかる。この傾向は位相が負の場合の方が顕著になる。また、バンチ長を40 psにした場合は、電荷量30 nCまでならば、ほとんどの位相でこの条件が破れないことがわかった。

図5より、エネルギースペクトルの幅が、バンチの電荷量が増加するにつれて広がっていくことがわかる。また単調増加（減少）の条件が崩れている時にはエネルギーのピークが分裂する傾向にある。この傾向は実測したエネルギースペクトルとも一致する。

## 5. まとめ

阪大産研Lバンドライナックの加速管内に発生するウェーク場を測定するために、複数の加速位相に対する電子ビームのエネルギースペクトルを測定した。また予備計算として、産研Lバンドライナックの近似的なウェークポテンシャルから、ウェーク場とエネルギースペクトルを計算した。これらより、エネルギースペクトルよりウェーク場を求めるためには、加速位相をRF波頭から十分に離す必要があることがわかった。今後はこれらの結果を踏まえて、実際にエネルギースペクトルよりウェーク場を求める計算を行う。

## 参考文献

- [1] R. Kato, et al., “Higher harmonic generation observed in SASE in the far-infrared region”, Nucl. Instr. Meth. **A483** (2002) 46-50
- [2] K.L.F. Bane, et al, “Measurement of the Longitudinal Wakefield and the Bunch Shape in the SLAC Linac”, SLAC-PUB-7536 (1997)
- [3] H. Kobayashi, et al., “Study on the Bunch Compression by Use of the Wake Field”, Proceedings of the 22<sup>nd</sup> Liner Accelerator Meeting in Japan (1997) 11a-3 84-86