

ビーム強度増加とクロマチシティ

白形 政司*

Beam Intensity Upgrade and Chromaticity

Masashi SHIRAKATA*

Abstract

In 1995, a comprehensive beam study was accomplished in KEK-PS in order to achieve more than two times larger beam intensity for K2K experiment. According to the intensity upgrade, some phenomena caused by a space charge effect were observed. The survey results of operating point with respect to the resonance and chromaticity are introduced in this report.

1. まえおき

高エネルギー加速器研究機構の陽子加速器（以下、KEK-PS）とスーパーカミオカンデによるニュートリノビーム実験（K2K 実験と呼ばれる）は歴史的な成果を上げている。K2K 実験では陽子加速器の周回ビーム強度を2倍以上に増強する必要があったが、加速器内のビーム強度増加に伴って空間電荷効果による影響がそれまで以上に観測されるようになり、1995年それらを調査するための実ビームを用いた様々なスタディが集中的に行われた¹⁾。ここではその中から、共鳴とクロマチシティに関するオペレーティングポイントの探索結果を紹介しよう。

さて、加速器における電磁石の主たる役割はビームの閉じこめであり、使用される電磁石には偏向（二極）電磁石、収束（四極）電磁石、六極電磁石、八極電磁石がある。これ以上の極数の磁石もちろんあるが、通常あまり使用されない。偏向電磁石および四極電磁石は主電磁石と呼ばれ、一方六極電磁石以降は補正電磁石と呼ばれる。（ステアリング電磁石は二極電磁石であるが、通常補正電磁石に分類される）円型加速器において基本的な磁場は、周回ビームを作るための二極磁場とビーム収束のための四極磁場である。これ以上の成分は higher multi-pole と呼ばれるが、理想的な磁石でない限り主電磁石においてもある程度の higher multi-pole は宿命的に存在する。偏向電磁石に

おける六極磁場成分はその強度も大きく、設計段階から考慮しておく必要がある。ただし、主電磁石の働きは線形でありそれによる粒子の運動は代数的に簡単に求まるが、六極以上の磁場を考慮に入れるとトラッキングシミュレーションの手法を用いなければならない。寄生的な六極磁場はあまりありがたくないものであるが、コントロール可能な六極磁場はむしろ必要なものであり、それゆえほとんどの円形加速器には六極磁場を発生させるための六極電磁石が配備されている。六極磁場にはビーム軌道を変える働きはない。六極磁場を利用する目的は、

- 3次共鳴のコントロール
- クロマチシティコントロール

の二つである。以下、順を追って見てみよう。

2. 共鳴探査

非線形磁場が存在する場合の顕著な現象として、共鳴があげられる。円形加速器において存在する磁場が二極および四極のみの場合、加速器中の粒子の運動は完全に線形であり、誤差磁場が存在してもベータatron振動の振幅が無制限に増大してビームが失われる様なことはないが、非線形磁場が存在すると誤差磁場の影響が指数関数的に増大してビームロスを引き起こす。中でも整数および半整数共鳴は非常に強い共鳴現象であり、事実上補正は不可能であるが、一般に次数が上がるほど共鳴としては弱くなり、補正電磁石を用

* 高エネルギー加速器研究機構
High Energy Accelerator Research Organization (KEK) Accelerator Division
(E-mail: masashi.shirakata@kek.jp)

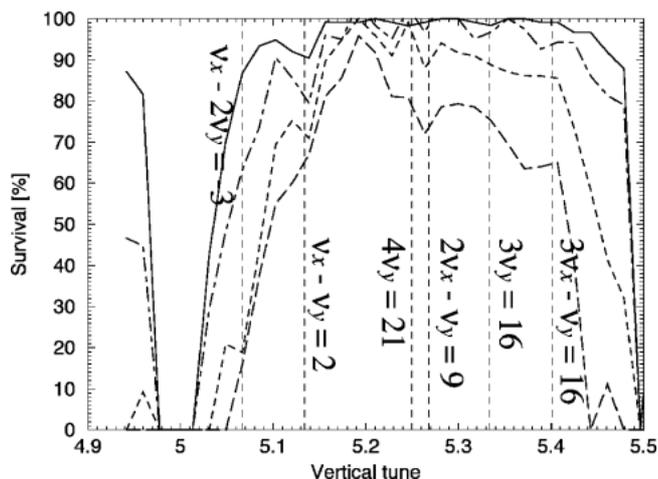


図1 KEK-PSでの共鳴ラインの探索（低強度ビーム）. グラフはそれぞれ入射からの経過時間に応じて実線：0.5 ms, 一点鎖線：5 ms, 点線：50 ms, 長点線：350 msに対応.

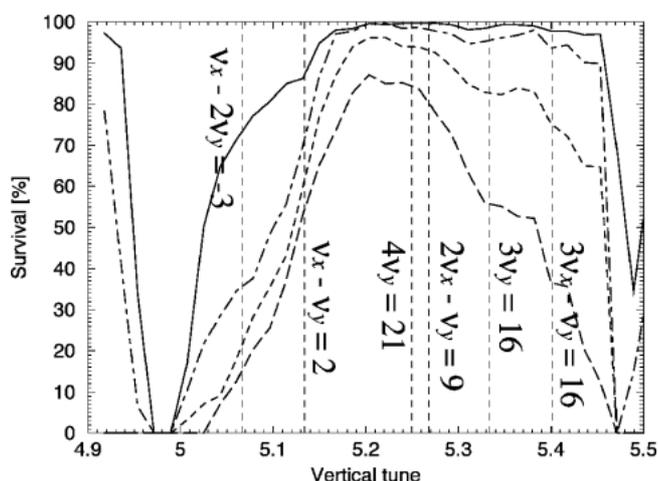


図2 KEK-PSでの共鳴ラインの探索（中強度ビーム）. グラフの線種は同上.

いたビームの改善が可能となる. KEK-PSで実施された共鳴探索の結果を図1, 2に示す. リング内に入射したビームが入射後, 時間とともに徐々に失われてゆく様子をベータatron振動数に対して測定したものである. ベータatron振動数はチューンと呼ばれ, この様な測定を, チューンサーベイと呼ぶ. チューンは水平方向を x , 鉛直方向を y にとり v_x, v_y で表す. KEK-PSは4回対称性を持っており, 1超周期当り7セルの構造を持っている. したがって4および7の倍数は構造共鳴となり, やや強い共鳴である. オペレーティングポイントは $(v_x, v_y) = (7.12, 5.21)$ であるので, この領域の共鳴でビームロスにつながりそうなものを4次まで挙げてみると,

- $v_x - v_y = 2$
- $3v_y = 16$
- $v_x - 2v_y = -3$
- $2v_x - v_y = 9$
- $4v_y = 21$
- $3v_x - v_y = 16$

がある. 共鳴の近傍ではビームロスが発生し, 時間とともに周回ビームの生き残り率は悪くなる. 図には低いビーム強度 (3×10^{11} [ppp]) と中程度のビーム強度 (7×10^{11} [ppp]) での生き残り率を示した⁴⁾. 中強度ビームのグラフでは全体がチューン負の方向にシフトしているが, これはビーム強度が上がったことによる空間電荷効果の影響である. ビーム強度が上がると空間電荷による発散力によりベータatron振動数が下がり, これをチューンシフトと呼ぶ. さて, チューンサーベイを行う場合, ビーム強度が弱い方が共鳴の影響を見やすい. 実際, 弱いビーム強度のグラフの方がどの共鳴の影響であるかをディップ状のロスとして認識しやすくなっているが, 時間の経過とともにブロードなビームロスが存在し, 入射後350 ms以降にはビームを80%以上生き残らせることの出来る領域が, それほど広くはないことが見て取れる. これでは少々の共鳴補正では大した改善は期待できそうもない. x 方向に関しても同様の結果が出ており, 入射ビームの生存率を左右する共鳴とは別の大きな要因が隠されているようだ.

3. クロマティシティコントロール

円形加速器中を周回しているビームバンチは, 有限な運動量分布を持っている. 収束力を発生している四極磁場は運動量に比例した収束力を与えるため, 粒子毎に異なる収束力を受けることになる. これがクロマティシティ (日本語訳としては少々おかしいが, ベータatron振動の色収差) を発生する. クロマティシティ ξ は運動量誤差 $\Delta p/p$ とベータatron振動数 (またはチューン) ν により,

$$\nu_{x,y} = \xi_{x,y} \frac{\Delta p}{p} \quad (1)$$

と表される. すなわちクロマティシティが存在すると, ベータatron振動数も運動量分布に応じた広がりをもつことになり, これをチューンスプレッドと呼ぶ. 加速器にはラティスからのみ決まる特徴的なクロマティシティが存在し, それをナチュラルクロマティシティと呼ぶ. ナチュラルクロマティシティは通常負の値を取り, KEK-PSのナチュラルクロマティシテ

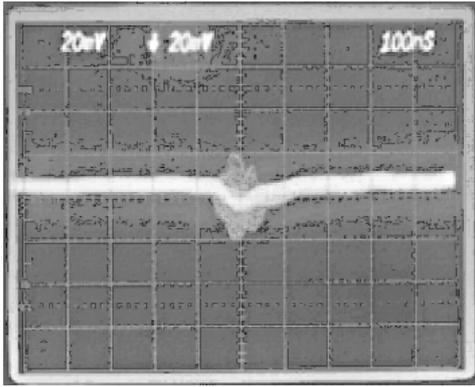


図3 Observed transverse beam oscillation by HT instability of $l=0$ mode. $10 \mu\text{s}$ after injection.

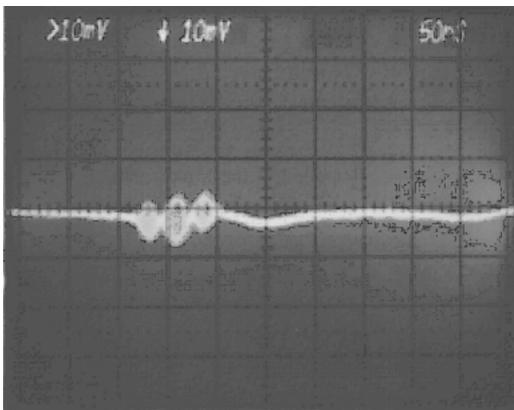


図4 Observed transverse beam oscillation by HT instability of $l=2$ mode. 10ms after injection.

ィは $\xi_x = -7.36$, $\xi_y = -3.88$ (測定値) である。さてこれがどういう悪さをするかだが、KEK-PSにおいてビーム強度を上げる際に問題となったビーム不安定性を例にとろう。

加速器内を周回しているビームの強度が増すと、空間電荷による様々な弊害が現れてくる。その中で現れやすいものとして Head-Tail Instability (以下、HT不安定性) がある。これはビーム自身の電荷がビームパイプにウェイクフィールドとして反射されて自分自身を乱すもので、transverse 方向に急激なビームブローアップを引き起こす。図3, 4にはKEK-PSで観測されたHT不安定性の典型的な写真を示す。分周したRF信号をトリガーとし、周回ごとのビーム位置モニターの出力信号を撮影した。ビームバンチにtransverse 方向の振動が発生しているのが確認できる。他の振動子と同じく、ビームバンチの振動にもその節数に応じたいくつものモードが存在する。

HT不安定性を説明するわかりやすいモデルとし

て、2マクロ粒子モデルを取り上げよう。あるバンチ中に含まれる粒子数が N_b である時、このバンチを進行方向に距離 $2l$ 離れた電荷 $N_b/2$ (粒子の電荷1の場合) の二つのマクロ粒子で表す。シンクロトロン振動は進行方向の位相空間中の、半径 l の円運動として表される。先行するマクロ粒子が発生するウェイクフィールドが後続のマクロ粒子に外乱を与えるが、先行と後続の関係はシンクロトロン振動に従い、時間とともに逆転する。HT不安定性にはポジティブとネガティブの二つのモードがあり、現れてくるのはそのどちらかである。ポジティブモードではビームサイズは変化しないが、ビームの中心軌道が時間とともに変位してゆく。一方、ネガティブモードではビーム軌道は変化しないが、ビームサイズが指数関数的に増大する。HT不安定性の強さを不安定性の成長率 $1/\tau$ を用いて表すと、

$$\frac{1}{\tau} = \frac{l \xi r_c \beta c N_b \bar{W}_\perp(2l)}{2\pi \gamma |\eta_c| v_\beta^2} \quad (2)$$

となる²⁾。ここで \bar{W} は平均ウェイクフィールド、 r_c は古典粒子半径、 c は光速度、 β, γ は相対論的因子である。また、 η_c はモーメンタムコンパクションと呼ばれ、粒子の運動量によって符号を変える。その境界はトランジションと呼ばれ、トランジションエネルギー以上では $\eta_c < 0$ の値をもつ。当然、ビーム強度が高いほど不安定性も強い。HT不安定性は η_c と ξ が同符号であればポジティブモードであり、異符号であればネガティブモードである。したがって、HT不安定性を抑制するためにはクロマティシティをゼロにしておかなければならないということになるが、現実の運転では正確なゼロクロマティシティを維持するのは難しい。ここで用いた2マクロ粒子モデルは実際のビームバンチとかけ離れており、上記の不安定性成長率はじつは過大評価である。特にネガティブモードの成長率は実際にはかなり小さいことが知られており³⁾、実運転においてクロマティシティはトランジション前ではややマイナス、トランジション後ではややプラスの値にしておくのが一般的である。こうしておけばトランジションの前後で必要とされるクロマティシティの変化量が少なく、ビームの安定性を確保することが出来る。

KEK-PSでは補正用六極電磁石は、16台が用意されている。異なるクロマティシティで入射ビームが入射後350ms後にどれだけ生き残っているかを2通りのビーム強度で測定した。表1, 2に結果をまとめる⁵⁻⁷⁾。入射時は $\eta_c > 0$ であり、負のクロマティシ

表1 Beam Survival ratio [%] with 1.6×10^{11} [ppp]

ξ_y						
+2.37						62.7
+0.47					82.1	
-0.90		96.4				
-3.71	92.1					
-6.72				93.4		
	-7.06	-3.01	-0.87	-0.55	+2.95	ξ_x

表2 Beam Survival ratio [%] with 1.0×10^{12} [ppp]

ξ_y						
+2.37						34.0
+0.47					82.8	
-0.90		75.5				
-3.71	69.1					
-6.72				71.9		
	-7.06	-3.01	-0.87	-0.55	+2.95	ξ_x

ィでは比較的安定であるが、ビーム強度が上がるにつれてゼロクロマチシティ近傍以外は生き残りが悪くなる。最終的にはクロマチシティとベータトロンチューンを組み合わせた4次元空間内で最適なオペレーティングポイントを探したが、入射から350ms後での生存率は、 7×10^{11} [ppp]程度のビームで90%を超えることはなく、また使用に耐え得る領域はただ一つであることが判明した。入射ビームは鉛直方向にほぼアパーチャー一杯であり、ネガティブモードによるビームサイズのわずかな増大が連続的なロスを生んでいると考えられる。

4. 空間電荷による非線形成分

ここまでは空間電荷の影響を、チューンの変化とビーム不安定性の強さの2つを通して見てきた。チューン平面上には非線形磁場が誘起する共鳴ラインがその強さに応じたある幅をもって存在しており、空間電荷とクロマチシティによるチューンの広がり大きいとビームの一部がこの共鳴に引っかかりビームロスとなる。したがって、共鳴を回避するという観点からもクロマチシティはゼロ近傍であることが望ましい。加速器のラティスを構成する電磁石の非線形磁場が共鳴の源となっていることはすでに述べたが、空間電荷そのものが共鳴の発生源となる場合もある。この場合、共鳴の強さもビーム強度に依存する。例として進行方向に垂直な面内でガウス分布であるビームを仮

定すると、電荷分布は分布の標準偏差を σ_r として

$$\rho(r) = \frac{N_b}{2\pi\sigma_r^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}} \quad (3)$$

と表される。ガウス分布ビームの空間電荷力により誘起される共鳴は、2次および4次以上の偶数項がすべて現れてくる⁸⁾。このような共鳴を電磁石によって補正しようとする、ビーム強度によってその強さを動的に変化させる必要がある等、なかなか面倒な事になる。特に他の目的で非線形電磁石を励磁する場合には、同時に空間電荷による共鳴を強めることにもなりかねない。少なくともガウス分布、パラボリック分布を持つビームの空間電荷力が誘起する非線形成分の最低次数は4次(八極)であるので、幸いにも六極成分とは結合しない。したがって、クロマチシティや3次共鳴補正を行う際に空間電荷からの寄与を考慮する必要はあまりないと考えられる。

しかしながら、このようなビーム強度に依存した空間電荷力による共鳴は大強度ビームの場合には間違いなく問題であり、ベータ関数等を歪める何らかのエラーが存在するとラティスの対称性と関係ない共鳴が強く現れてくる危険も指摘されている。今後、より注意深い考察が必要であろう。

5. おわりに

実際の加速器の中では、実に様々な現象が混在している。計算機の能力が上がり、ビームシミュレーションの精度も格段に向上してきてはいるが、予言可能な部分は全体の7割程度といったところで、あとの3割は実際にビームを回して見ないとわからないというのが正直なところではないだろうか。

六極磁場によるビームの運動や不安定性についてはよく知られていて、実験的にもほぼ予想通りの結果が得られることがわかっている。ただし非線形磁場が存在する場合というのは、ビームの運動のすべてが予言できる訳ではない。現実にはよくわからない挙動を示すことも多く、調節ノブとして六極磁場を用いてみて、ビームに改善が見られた後にそこで何が起っているのかを考えるといったことも多いであろう。

参考文献

- 1) J. Kishiro et al., KEK Internal 95-12, “加速器集中スタディー報告書”
- 2) H. Wiedemann, “Particle Accelerator Physics II”
- 3) A. W. Chao, “PHYSICS OF COLLECTIVE BEAM INSTABILITIES IN HIGH ENERGY ACCELERATORS”

- 4) S. Machida, KEK-PS SR-332, Sep. 14, 1995, “Search for New Operating Point-Possible Use of Integer Part (7,5)-”
- 5) M. Shirakata, KEK-PS SR-355, Feb. 9, 1996, “Slow loss and Chromaticity”
- 6) M. Shirakata, KEK-PS SR-362, Mar. 5, 1996, “Slow loss and Chromaticity part II”
- 7) M. Shirakata, KEK-PS SR-366, Apr. 3, 1996, “Slow loss and Chromaticity part III”
- 8) 町田慎二, 「ラティス, 空間電荷効果」, OH096, 1996